

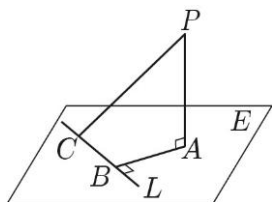
112 學年度第一學期五專(資工二乙)數學第一次小考

分數欄

學號：_____ 姓名：_____

一、單一選擇題(共 60 分,每題 15 分)

1. (C) 設直線 PA 垂直平面 E 於 A 點，且直線 L 是平面 E 上一條直線， C 是 L 上一點，如圖所示，若直線 AB 垂直 L 於 B 點，且 $\overline{PA}=2$ 、 $\overline{AB}=1$ 、 $\overline{BC}=2$ ，則 $\overline{PC}=?$



(A) $\sqrt{5}$ (B) $\sqrt{8}$ (C) 3 (D) $\sqrt{10}$

解析：① $\overline{PA} \perp E \Rightarrow \overline{PA} \perp \overline{AB}$ ， $\therefore \overline{PB} = \sqrt{\overline{PA}^2 + \overline{AB}^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$

② $\overline{PA} \perp \overline{AB}$ 、 $\overline{AB} \perp L \Rightarrow$ 三垂線定理知 $\overline{PB} \perp L$

$\therefore \overline{PB} \perp \overline{BC} \Rightarrow \overline{PC} = \sqrt{\overline{PB}^2 + \overline{BC}^2} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 2^2} = 3$

2. (A) 若 $\log_x \frac{8}{27} = 1.5$ ，則 $x =$ (A) $\frac{4}{9}$ (B) $\frac{9}{4}$ (C) 2 (D) 3

解析： $\log_x \frac{8}{27} = \frac{3}{2} \Rightarrow x^{\frac{3}{2}} = \frac{8}{27} = (\frac{2}{3})^3 \Rightarrow x^{\frac{3}{2}} = [(\frac{2}{3})^2]^{\frac{3}{2}} \Rightarrow x = (\frac{2}{3})^2 = \frac{4}{9}$

3. (D) 設 $\log 2 = 0.3010$ ， $\log 3 = 0.4771$ ，則 3^{20} 是幾位數？ (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10

解析： $\log 3^{20} = 20 \times \log 3 = 20 \times 0.4771 = 9.542$

首數為 9， $\therefore 3^{20}$ 為 10 位數

4. (B) 已知 $\log 2 = 0.3010$ ，則 $(\frac{1}{5})^{20}$ 從小數第幾位開始出現不為零的數字？ (A)13 (B)14
(C)15 (D)16

解析： $\log(\frac{1}{5})^{20} = -20 \log 5 = -20(1 - \log 2) = -13.98 = -14 + 0.02$

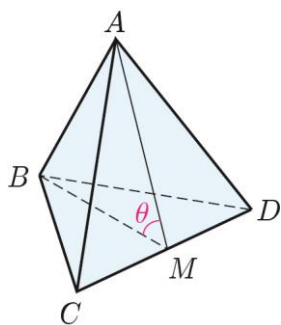
首數為-14，故 $(\frac{1}{5})^{20}$ 從小數第 14 位開始不為 0

二、計算與證明題(共 40 分,每題 20 分)

1. 在邊長為6的正四面體 $A-BCD$ (各面均為正三角形) 中，如圖所示，若 M 為 \overline{CD} 的中點，且 $\angle AMB = \theta$ ，則

(1) $\angle AMB$ 是否為平面 ACD 與平面 BCD 的兩面角？為什麼？

(2) $\cos \theta$ 之值為何？



答案：(1)因為 $\triangle ACD$ 與 $\triangle BCD$ 皆為正三角形，且 M 為 \overline{CD} 中點

所以 $\overline{CD} \perp \overline{AM}$ 且 $\overline{CD} \perp \overline{BM}$

故 $\angle AMB$ 為兩面角

$$(2) \overline{AM} = \overline{BM} = \overline{BC} \times \sin 60^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$

在 $\triangle ABM$ 中，依餘弦定理得

$$\cos \theta = \frac{\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2 - \overline{AB}^2}{2 \times \overline{AM} \times \overline{BM}} = \frac{27 + 27 - 36}{2 \times (3\sqrt{3}) \times (3\sqrt{3})} = \frac{1}{3}$$

2. 若方程式 $\log_3(x-2) + \log_3 x = 1$ ，試求 x 之值。

答案：由對數性質知

$$\log_3[(x-2) \cdot x] = \log_3 3$$

$$\text{得 } x^2 - 2x = 3 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) = 0$$

所以 $x = 3$ 或 -1

$$\text{但真數} \begin{cases} x-2 > 0 \\ x > 0 \end{cases}, \text{即 } x > 2 \quad \text{故 } x = 3$$