

班級：\_\_\_\_\_ 學號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

$\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n)$  符號表示在卡方分配(自由度為  $n$ )，右尾機率為  $\frac{\alpha}{2}$  的分位值。

1. (30%) 某組件的壽命試驗計畫，其樣本數  $n=18$ ，故障時間互相獨立並服從相同的指數分配，在預先指定的測試時間  $t_c=130$  小時到達時中止試驗，當組件故障發生時，不考慮置換之情形下，若在測試期間共有 7 次故障，其故障時間分別為 8、26、35、42、62、84、和 124 小時，試估計該組件之平均壽命  $\mu$ 、故障率  $\lambda$ ，並求出平均壽命  $\mu$  之 90%信賴區間？

【解答】先計算出此壽命試驗計畫總測試時間為

$$T = (8 + 26 + 35 + 42 + 62 + 84 + 124) + (18 - 7) \times 130 \\ = 1811 \text{ 小時}$$

則該組件之平均壽命  $\mu$  的估計值為

$$\hat{\mu} = \frac{1811}{7} = 258.7 \text{ 小時}$$

故障率  $\lambda$  的估計值為

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{\hat{\mu}} = \frac{1}{258.7} = 0.00387 / \text{小時}$$

平均壽命  $\mu$  之 90%信賴區間為

$$\frac{2T}{\chi^2_{0.05,16}} < \mu < \frac{2T}{\chi^2_{0.95,14}} \\ \frac{2(1811)}{26.3} < \mu < \frac{2(1811)}{6.57} \Rightarrow 137.7 < \mu < 551.3$$

2. (20%) 假設可允收產品的平均壽命為  $\mu_0=600$  小時，被拒收的機率為  $\alpha=0.01$ ，可拒收產品的平均壽命為  $\mu_1=120$  小時，被允收的機率為  $\beta=0.05$ ，若預先指定的測試中止時間  $T=60$  小時，在測試中產品故障時，不考慮置換的情況下，試利用 H-108 手冊設計出定時中止試驗壽命試驗計畫。

【解答】計算出兩個比率  $\frac{\mu_1}{\mu_0} = \frac{1}{5}$  與  $\frac{T}{\mu_0}$

$$\frac{\mu_1}{\mu_0} = \frac{120}{600} = \frac{1}{5} \quad \frac{T}{\mu_0} = \frac{60}{600} = \frac{1}{10}$$

利用  $\frac{\mu_1}{\mu_0} = \frac{1}{5}$ ， $\frac{T}{\mu_0} = \frac{1}{10}$ ， $\alpha=0.01$  與  $\beta=0.05$  可從表 8.6 查出  $r=8$  與  $n=33$  值。從貨批隨機抽取 33 件產品測試，在測試中產品故障時，不考慮置換的情況下，假如在測試中止時間 60 小時之前發生第 8 次故障，則拒收該貨批，假如在測試中止時間 60 小時還未發生第 8 次故障，則允收該批產品。

3. (20%) 為了順應國際化的趨勢，教育部和財團法人語言訓練中心共同研發「全民英語能力分級檢定測驗」(簡稱全民英檢)，以建立一套適合國內需求的英語能力檢定標準，來配合推動全民學英語的教育理念。超強英語補習班欲瞭解他們的教學效果是否在穩定的狀態，下表為該補習班每期隨機抽取 100 名考生的英檢不合格人數，連續觀測 20 期。試利用  $p$  管制圖來監控英檢不合格數是否在穩定的管制狀態。

期	不合格人數	不合格率	期	不合格人數	不合格率
1	0	0.00	11	7	0.07
2	7	0.07	12	7	0.07
3	9	0.09	13	0	0.00
4	6	0.06	14	5	0.05
5	10	0.10	15	10	0.10
6	11	0.11	16	7	0.07
7	9	0.09	17	11	0.11
8	12	0.12	18	1	0.01
9	3	0.03	19	15	0.15
10	2	0.02	20	6	0.06

【解】

- (1) 補習班每 100 名考生的不合格率  $p$  的估計值為

$$\bar{p} = \frac{0 + 0.07 + 0.09 + \cdots + 0.15 + 0.06}{20} = \frac{1.39}{20} = 0.069$$

- (2)  $p$  管制圖的 3 倍標準差管制界限為

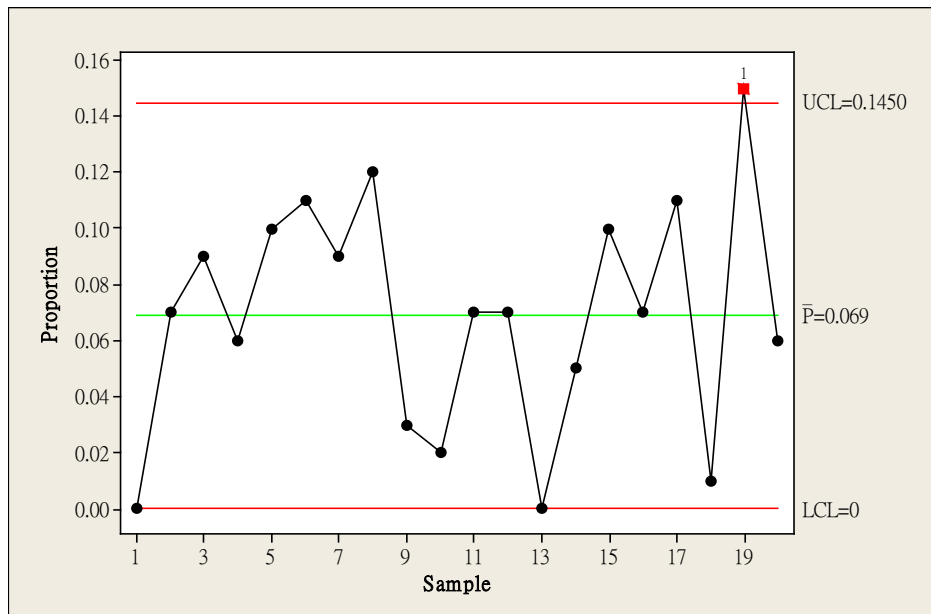
$$UCL_p = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = 0.069 + 3\sqrt{\frac{0.069(1-0.069)}{100}} = 0.1145$$

$$CL_p = \bar{p} = 0.069$$

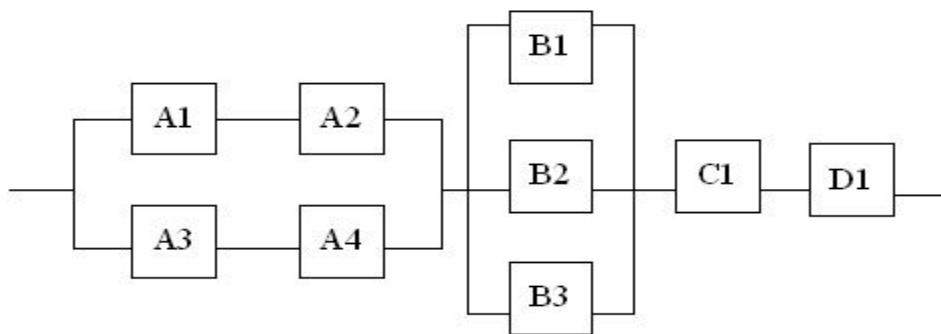
$$LCL_p = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = 0.069 - 3\sqrt{\frac{0.069(1-0.069)}{100}} = -0.00704 < 0$$

$$\text{取 } LCL_p = 0$$

- (3) 使用 MINITAB 套裝軟體，我們只要選擇 Stat>Control Charts>Attributes Charts >p 等指令就可以繪製  $p$  管制圖，如下圖所示。
- (4) 由  $p$  管制圖可以看出樣本 19 落在管制界限外，所以補習班目前的教學成效並非是在穩定的管制狀態。因此，補習班應該更深入的去檢討原因並徹底的改進，才能讓教學成效重新維持在一定的水準。



4. (30%) 在下圖中，若每個元件故障皆互相獨立並服從指數分配，其故障率分別如下所示： $\lambda_{A1} = 0.03$ ， $\lambda_{A2} = 0.05$ ， $\lambda_{A3} = 0.06$ ， $\lambda_{A4} = 0.02$ ， $\lambda_{B1} = 0.04$ ， $\lambda_{B2} = 0.04$ ， $\lambda_{B3} = 0.04$ ， $\lambda_{C1} = 0.06$ ， $\lambda_{D1} = 0.05$ ，試求該複雜系統在使用 20 小時的可靠度、失效率與平均故障時間為何？



【解】

首先分別計算每個子系統之故障率

- (1) 求出 A1、A2 與 A3、A4 這兩個串聯子系統的故障率分別為

$$\lambda_{A1} + \lambda_{A2} = 0.03 + 0.05 = 0.08$$

$$\lambda_{A3} + \lambda_{A4} = 0.06 + 0.02 = 0.08$$

再求出由這兩個串聯子系統所構成之並聯子系統之平均故障時間為

$$MTTF_1 = \frac{1}{0.08} \left(1 + \frac{1}{2}\right) = 18.75 \text{ 小時}$$

- (2) 由 B1、B2、B3 所構成之並聯子系統之平均故障時間為

$$MTTF_2 = \frac{1}{0.04} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) = 45.83333 \text{ 小時}$$

$$(3) \text{ 則複雜系統之故障率為 } \lambda_s = \frac{1}{18.75} + \frac{1}{45.83333} + 0.06 + 0.05 = 0.1851515$$

$$\text{因此系統在使用 20 小時的可靠度 } R(20) = e^{-0.1851515 \times 20} = 0.02464872$$

因此複雜系統之平均故障時間為

$$\text{MTTF}_s = \mu_s = \frac{1}{\lambda_s} = \frac{1}{0.1851515} = 5.400982 \text{ 小時}$$

表 8.6 預先指定  $\alpha$ ， $\beta$ ， $\mu_1/\mu_0$  與  $T/\mu_0$  值的定時中止試驗壽命試驗計畫（產品故障時，不考慮置換的情況下）

		$T/\mu_0$						$T/\mu_0$						$T/\mu_0$					
		1/3 1/5 1/10 1/20						1/3 1/5 1/10 1/20						1/3 1/5 1/10 1/20					
		$n$						$n$						$n$					
$\mu_1/\mu_0$	$\gamma$	$\alpha = 0.01 \quad \beta = 0.01$				$\gamma$		$\alpha = 0.05 \quad \beta = 0.01$				$\gamma$		$\alpha = 0.1 \quad \beta = 0.01$					
2/3	136	403	622	1179	2275	95		289	447	843	1639	77		238	369	699	1358		
1/2	46	119	182	340	657	33		90	138	258	499	26		73	112	210	407		
1/3	19	41	61	113	216	13		30	45	83	160	11		27	40	75	145		
1/5	9	15	22	39	74	7		13	20	36	69	5		10	14	26	51		
1/10	5	6	9	15	28	4		6	9	15	29	3		5	7	12	23		

		$T/\mu_0$						$T/\mu_0$						$T/\mu_0$					
		1/3 1/5 1/10 1/20						1/3 1/5 1/10 1/20						1/3 1/5 1/10 1/20					
		$n$						$n$						$n$					
$\mu_1/\mu_0$	$\gamma$	$\alpha = 0.01 \quad \beta = 0.05$				$\gamma$		$\alpha = 0.05 \quad \beta = 0.05$				$\gamma$		$\alpha = 0.1 \quad \beta = 0.05$					
2/3	101	291	448	842	1632	67		198	305	575	1116	52		156	242	456	886		
1/2	35	87	132	245	472	23		59	90	168	326	18		48	73	137	265		
1/3	15	30	45	82	157	10		21	32	59	113	8		18	27	50	97		
1/5	8	13	18	33	62	5		8	12	22	41	4		7	10	19	36		
1/10	4	4	6	10	18	3		4	5	9	17	2		2	3	6	11		

		$T/\mu_0$						$T/\mu_0$						$T/\mu_0$					
		1/3 1/5 1/10 1/20						1/3 1/5 1/10 1/20						1/3 1/5 1/10 1/20					
		$n$						$n$						$n$					
$\mu_1/\mu_0$	$\gamma$	$\alpha = 0.01 \quad \beta = 0.1$				$\gamma$		$\alpha = 0.05 \quad \beta = 0.1$				$\gamma$		$\alpha = 0.1 \quad \beta = 0.1$					
2/3	83	234	359	675	1307	55		159	245	432	895	41		121	186	351	681		
1/2	30	72	109	202	390	19		47	72	134	258	15		39	59	110	213		
1/3	13	25	37	67	128	8		16	24	43	83	6		12	18	34	66		
1/5	7	11	15	26	50	4		6	9	15	29	3		5	7	12	23		
1/10	4	4	6	10	18	3		4	5	9	17	2		2	3	6	11		