5.某一醫院有 3 套並聯的火災警報系統，其可靠度分別為 0.96，0.98，0.99。假設發生火災，請問會發出警報的機率為何？

【解答】

如果這 3 套警報系統皆故障，則發生火災時將不會發出警告，因此只要有一組警報系統是好的，就可以在發生火災時發出警報信號，則其機率為

$R_S = 1-(1-0.96)\times(1-0.98)\times(1-0.99) = 0.999992$

6.某專案是由三個不同的的研究小組進行相同的研究，若三小組能成功完成工作的可靠度分別為 0.92，0.86，0.78，假設三個小組都是獨立作業，試問該專案不能及時完工的機率為多少？

【解答】

由於每人是獨立作業，因此相當於並聯系統，所以專案無法及時完工之機率為

$F_S = 1-R_S = 1-[1-(1-0.92)\times(1-0.86)\times(1-0.78)] = 0.002464$

或 $F_S = (1-0.92)\times(1-0.86)\times(1-0.78) = 0.002464$

7.由於生產中斷成本相當高，某公司採用二台備用機器所組成的備用複連系統，以防止特殊機器生產中斷。

(a)假設三台機器的故障時間皆互相獨立，並服從相同的指數分配，其故障率為每小時 0.0004 次，試求出備用複連系統運轉 3000 小時的可靠度與平均故障時間為何？

(b)假設現在系統改由三台相同機器組成並聯系統，試求出運轉 3000 小時的可靠度與平均故障時間為何？

【解答】

每一台機器的故障率為 0.0004 次/小時，在運轉 3000 小時後，則此備用複連系統的可靠度為 $R_S(t) = e^{-\lambda t}(1+\lambda t+\frac{(\lambda t)^2}{2!})$，所以

$$R_S(3000) = e^{-0.0004(3000)}(1+0.0004(3000)+\frac{[0.0004(3000)]^2}{2})$$

$$= e^{-1.2}(1+1.2+0.72) = 0.879$$

此備用複連系統的平均故障時間

$$\text{MTTF} = \frac{n+1}{\lambda} = \frac{3}{0.0004} = 7500 \text{ 小時}$$

三台機器組成並聯系統，每一台機器使用 3000 小時之故障機率為

$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$，所以 $F(3000) = 1 - e^{-0.0004(3000)} = 0.6998$

則此並聯系統使用 3000 小時後的可靠度為

$R(3000) = 1 - (0.6998)^3 = 0.657$

並聯系統的平均故障時間

$$MTTF = \frac{1}{\lambda}(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}) = \frac{1}{0.0004}(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}) = 4583.3 \text{ 小時}$$

8.某傑出廠商所製造的工業機器人有 4 個主要組件，組件可靠度分別為 0.99，0.96，0.95，0.8，所有組件都必須正常運作，機器人才能正常運作。

(a)請計算機器人的可靠度？

(b)請設計師增加一備用份組件以改進其可靠度。由於空間限制，只能增加一個備用零件。該備用零組件對於任何一組件的備用可靠度都是一樣，請問那一組件應加入備用，才可提高機器人的可靠度？

(c)假設可靠度 0.94 之備用組件加到任何組件上，則為使整個系統之可靠度最高，請問備用組件應被加到那一組件？

【解答】

(a) $R_S = 0.99 \times 0.96 \times 0.95 \times 0.8 = 0.7223$

(b)因為在串聯系統中，串聯之組件愈多則系統可靠度會愈低，因此欲利用備用組件提高可靠度，則將備用組件加在系統中機率最低之組件（0.8）即可達成。

(c)因為在串聯系統中，串聯之組件愈多則系統可靠度會愈低，因此欲利用備用組元件提高可靠度，則將備用組件加在系統中機率最低之組件（0.8）即可達成。

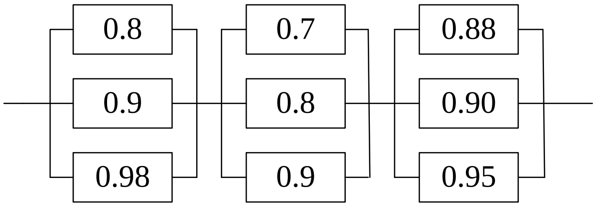
9.若有一串聯系統其零件壽命均服從故障率為 0.01 次／小時之指數分配，若系統由四個零件串聯而成，則此系統之故障率變為多少？

【解答】

因為零件壽命服從指數分配，假設四個零件運作時間為 t 小時，則

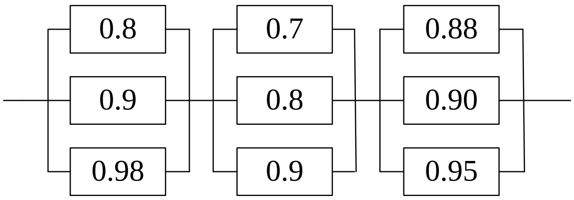
串聯之可靠度為 $R(t)=e^{-0.01t}\times e^{-0.01t}\times e^{-0.01t}\times e^{-0.01t}=e^{-0.04t}$
則此系統之故障率為 0.04 次/小時

10.根據下列複雜系統，試求出此系統的可靠度為何？



【解答】

先將此系統分成三個子系統，如下所示



R_1　　R_2　　R_3

其三個子系統之可靠度分別為

$R_1=1-(1-0.98)(1-0.9)(1-0.8)=0.9996$

$R_2=1-(1-0.9)(1-0.8)(1-0.7)=0.994$

$R_3=1-(1-0.95)(1-0.9)(1-0.88)=0.9994$

則此系統可靠度為

$R_S=R_1\times R_2\times R_3=0.9996\times 0.994\times 0.9994=0.993$

11. 某組件的壽命試驗計畫，其樣本數 $n=18$，故障時間皆服從指數分配，在預先指定的故障數為 $r=7$ 到達時中止試驗，故障發生不考慮置換之情形下，若其 7 次故障時間分別為 8、26、35、42、62、84、和 124 小時，試估計該組件之平均壽命 μ、故障率 λ，並求出平均壽命 μ 之 90%信賴區間？

【解答】

先計算出此壽命試驗計畫總測試時間為

$$T=(8+26+35+42+62+84+124)+(18-7)\times 124$$
$$=1745\text{ 小時}$$

則該組件之平均壽命μ的估計值為

$$\hat{\mu}=\frac{1745}{7}=249.3\text{ 小時}$$

故障率λ的估計值為

$$\hat{\lambda}=\frac{1}{\hat{\mu}}=\frac{1}{249.3}=0.00401/\text{小時}$$

平均壽命μ之 90%信賴區間為

$$\frac{2T}{\chi^2_{0.05,14}}<\mu<\frac{2T}{\chi^2_{0.95,14}}$$

$$\frac{2(1745)}{23.68}<\mu<\frac{2(1745)}{6.57}$$

$$147.38<\mu<531.2$$

12.某組件的壽命試驗計畫，其樣本數$n=12$，故障時間互相獨立並服從相同的指數分配，在預先指定的故障數為$r=5$到達時中止試驗，當組件故障發生時，考慮立即置換之情形下，若其 5 次故障時間分別為 420、500、550、580 和 620 小時，試估計該組件之平均壽命μ、故障率λ，並求出平均壽命μ之 90%信賴區間？

【解答】

先計算出此壽命試驗計畫總測試時間為

$$T=12\times 620=7440\text{ 小時}$$

則該組件之平均壽命μ的估計值為

$$\hat{\mu}=\frac{7440}{5}=1488\text{ 小時}$$

故障率λ的估計值為

$$\hat{\lambda}=\frac{1}{\hat{\mu}}=\frac{1}{1488}=0.000672/\text{小時}$$

平均壽命μ之 90%信賴區間為

$$\frac{2T}{\chi^2_{0.05,10}}<\mu<\frac{2T}{\chi^2_{0.95,10}}$$

$$\frac{2(7440)}{18.31} < \mu < \frac{2(7440)}{3.94}$$

$$812.7 < \mu < 3776.6$$