

第十一章 習題解答

9. 為了順應國際化的趨勢，教育部和財團法人語言訓練中心共同研發「全民英語能力分級檢定測驗」(簡稱全民英檢)，以建立一套適合國內需求的英語能力檢定標準，來配合推動全民學英語的教育理念。超強英語補習班欲瞭解他們的教學效果是否在穩定的狀態，下表為該補習班每期隨機抽取 100 名考生的英檢不合格人數，連續觀測 20 期。試利用 p 管制圖來監控英檢不合格數是否在穩定的管制狀態。

期	不合格人數	不合格率	期	不合格人數	不合格率
1	0	0.00	11	7	0.07
2	7	0.07	12	7	0.07
3	9	0.09	13	0	0.00
4	6	0.06	14	5	0.05
5	10	0.10	15	10	0.10
6	11	0.11	16	7	0.07
7	9	0.09	17	11	0.11
8	12	0.12	18	1	0.01
9	3	0.03	19	15	0.15
10	2	0.02	20	6	0.06

【解】

- (1) 補習班每 100 名考生的不合格率 p 的估計值為

$$\bar{p} = \frac{0 + 0.07 + 0.09 + \cdots + 0.15 + 0.06}{20} = \frac{1.39}{20} = 0.069$$

- (2) p 管制圖的 3 倍標準差管制界限為

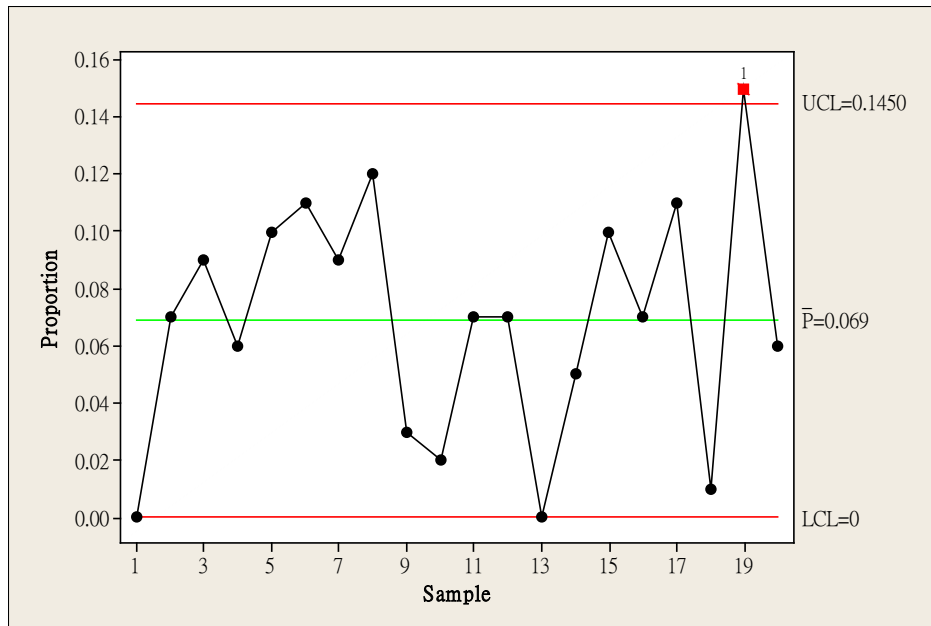
$$UCL_p = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = 0.069 + 3\sqrt{\frac{0.069(1-0.069)}{100}} = 0.0145$$

$$CL_p = \bar{p} = 0.069$$

$$LCL_p = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = 0.069 - 3\sqrt{\frac{0.069(1-0.069)}{100}} = -0.00704 < 0$$

$$\text{取 } LCL_p = 0$$

- (3) 使用 MINITAB 套裝軟體，我們只要選擇 Stat>Control Charts>Attributes Charts >p 等指令就可以繪製 p 管制圖，如下圖所示。
- (4) 由 p 管制圖可以看出樣本 19 落在管制界限外，所以補習班目前的教學成效並非是在穩定的管制狀態。因此，補習班應該更深入的去檢討原因並徹底的改進，才能讓教學成效重新維持在一定的水準。



10. 在飲水中加氟為最有效、最方便、且最便宜的預防蛀牙方法，全世界超過 30 個國家使用此法，但是過多的氟反而有害，會造成斑狀齒或氟骨症等疾病，所以專家建議適合濃度為 0.7-1.2 ppm。自來水公司為了瞭解其所提供的飲用水氟含量是否皆在安全的範圍內，針對全省的供水站每次隨機抽取 4 座，共取得 30 組觀測值，如下表。試利用樣本平均數與全距管制圖來監控自來水中的氟含量是否在穩定的管制狀態。

樣本號碼	自來水中氟含量(PPM)				\bar{X}_i	R_i
	X_1	X_2	X_3	X_4		
1	0.96	1.04	1.09	1.24	1.08	0.29
2	1.00	1.10	0.90	1.03	1.01	0.20
3	0.85	0.96	0.97	0.94	0.93	0.11
4	0.94	0.98	0.86	1.19	0.99	0.33
5	0.92	1.04	1.02	1.06	1.01	0.15
6	1.03	0.93	0.88	0.93	0.94	0.15
7	0.84	1.01	0.85	1.05	0.94	0.21
8	1.03	1.00	0.94	0.97	0.98	0.09
9	0.96	1.02	1.01	1.05	1.01	0.09
10	0.93	0.95	0.98	1.07	0.98	0.15
11	1.04	1.07	0.89	1.08	1.02	0.19
12	1.20	0.92	0.90	1.01	1.01	0.30
13	1.06	1.11	0.91	1.01	1.02	0.20
14	1.11	1.11	0.97	0.93	1.03	0.19
15	1.05	1.18	1.15	1.05	1.11	0.14

16	1.03	0.88	1.09	1.18	1.05	0.30
17	1.03	0.96	0.98	0.97	0.98	0.07
18	1.05	0.91	1.02	0.86	0.96	0.19
19	0.99	0.91	1.16	0.99	1.01	0.24
20	0.93	0.86	0.97	1.13	0.97	0.28
21	0.99	0.86	0.96	0.96	0.94	0.13
22	0.91	0.94	0.87	1.12	0.96	0.25
23	1.07	0.88	0.95	0.90	0.95	0.19
24	0.94	1.14	1.04	1.07	1.05	0.20
25	0.95	0.93	0.85	0.79	0.88	0.16
26	1.03	1.19	0.91	1.12	1.06	0.28
27	0.89	1.02	0.95	1.03	0.97	0.14
28	1.02	0.92	0.97	1.01	0.98	0.10
29	0.98	0.98	0.95	1.00	0.97	0.04
30	1.06	0.88	1.05	0.94	0.98	0.17

【解】

(1) 求 $\bar{\bar{X}}$ 和 \bar{R}

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^{30} \bar{X}_i}{30} = \frac{29.78}{30} = 0.9932$$

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^{30} R_i}{30} = \frac{5.25}{30} = 0.1809$$

(2) 樣本大小 $n = 4$ ，查附表 8 得 $A_2 = 0.729$ 、 $D_4 = 2.282$ 、 $D_3 = 0$

(3) 計算管制界限

R 管制圖的 3 倍標準差管制界限為

$$UCL_R = D_4 \bar{R} = 2.282 \times 0.1809 = 0.4127$$

$$CL_R = \bar{R} = 0.1809$$

$$LCL_R = D_3 \bar{R} = 0 \times 0.1809 = 0$$

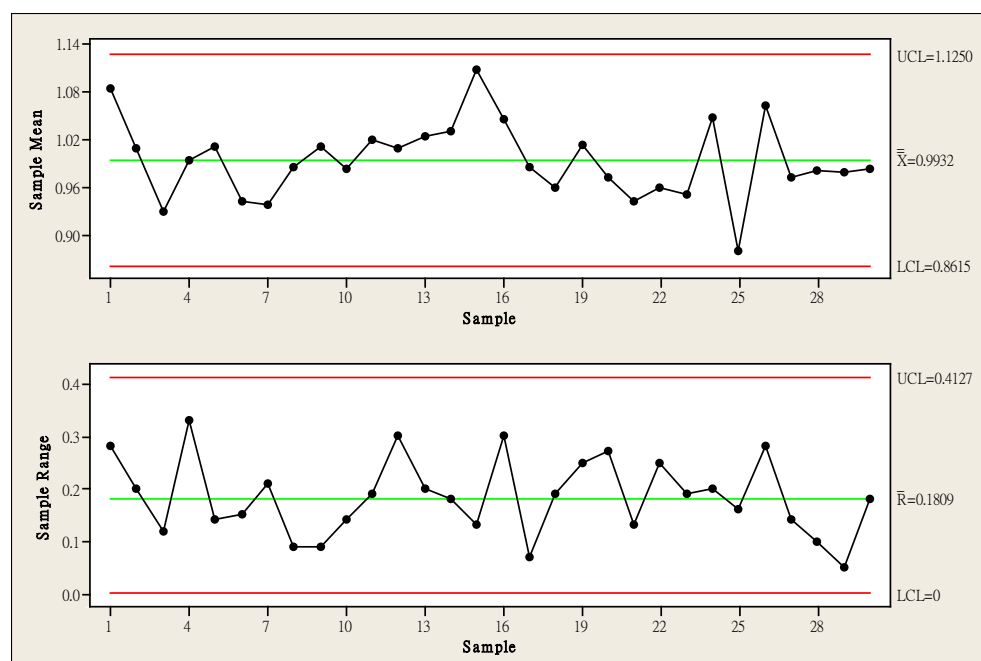
\bar{X} 管制圖的 3 倍標準差管制界限為

$$UCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} = 0.9932 + 0.729 \times 0.1809 = 1.125$$

$$CL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} = 0.9932$$

$$LCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R} = 0.9932 - 0.729 \times 0.1809 = 0.8615$$

- (4) 使用 MINITAB 套裝軟體，我們只要選擇 Stat>Control Charts>Variables Charts for Subgroups>Xbar-R 等指令就可以繪製 $\bar{X} - R$ 管制圖，如下圖所示。
- (5) 在建構 \bar{X} 管制圖的三倍標準差管制界限時，我們需要用到製程標準差 σ 或製程標準差 σ 的估計值，若監控制程變異的 R 管制圖不在管制狀態，則 \bar{X} 管制圖的管制界限就沒有多大意義，所以在建構 $\bar{X} - R$ 管制圖時，最好先判斷 R 管制圖是否在管制狀態，若 R 管制圖顯示製程變異是在管制狀態，我們再去判斷 \bar{X} 管制圖是否在管制狀態。
- (6) 由 R 管制圖可以看出沒有樣本點落在管制界限外，且樣本點的散佈是隨機的，故目前的製程變異是在管制狀態下，從 \bar{X} 管制圖可以看出沒有樣本點落在管制界限外，且樣本點的散佈是隨機的，故目前的製程平均亦是在管制狀態下，所以目前自來水中的氟含量是在穩定的管制狀態。



11. 隨著工業技術的突飛猛進，汽車設計與品質控管均有大幅地躍進，也因此消費者不再只注重於汽車品質，汽車的售後保固及維修服務，也是消費者重視的項目。如服務人員的專業知識、維修人員的技術能力、客戶等待維修的時間等，頭又大汽車為了瞭解其保養廠的服務品質，針對全台 20 處保養廠隨機抽取 100 位客戶進行總滿意度調查，調查結果如下。試利用 p 管制圖來監控保養廠的服務品質是否在穩定的管制狀態。

保養廠編號	滿意人數	不滿意人數	保養廠編號	滿意人數	不滿意人數
1	88	12	11	92	8
2	100	0	12	96	4
3	93	7	13	95	5
4	90	10	14	97	3
5	92	8	15	98	2

6	97	3	16	88	12
7	84	16	17	99	1
8	96	4	18	92	8
9	82	18	19	95	5
10	88	12	20	93	7

【解】

(1) 計算各組資料之服務不滿意率

保養廠編號	不滿意率	保養廠編號	不滿意率
1	0.12	11	0.08
2	0.00	12	0.04
3	0.07	13	0.05
4	0.10	14	0.03
5	0.08	15	0.02
6	0.03	16	0.12
7	0.16	17	0.01
8	0.04	18	0.08
9	0.18	19	0.05
10	0.12	20	0.07

(2) 每 100 名顧客之服務不滿意率 \bar{p} 的估計值為

$$\bar{p} = \frac{0.12 + 0 + 0.07 + \cdots + 0.05 + 0.07}{20} = \frac{1.45}{20} = 0.0725$$

(3) p 管制圖的 3 倍標準差管制界限為

$$UCL_p = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = 0.0725 + 3\sqrt{\frac{0.0725(1-0.0725)}{100}} = 0.1503$$

$$CL_p = \bar{p} = 0.0725$$

$$LCL_p = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = 0.0725 - 3\sqrt{\frac{0.0725(1-0.0725)}{100}} = -0.00529 < 0$$

取 $LCL_p = 0$

(4) 使用 MINITAB 套裝軟體，我們只要選擇 Stat>Control Charts>Attributes Charts >p 等指令就可以繪製 p 管制圖，如下圖所示。

(5) 由 p 管制圖可以看出樣本 7 與樣本 9 落在管制界限外，所以目前保養廠的顧客滿意度並非在穩定的管制狀態。因此，車廠應該進一步去探討原因並徹底改善。

