習題解答

1. 對不良率 p=0.02 的一貨批，進行 n=80 和 c=3 之單次抽樣計劃，求貨批的允收機率 p_a。

【解】

$$P_a = P\{d \le 3\} = \sum_{d=0}^{3} \frac{80!}{d!(80-d)!}(0.02)^d (0.98)^{80-d}$$

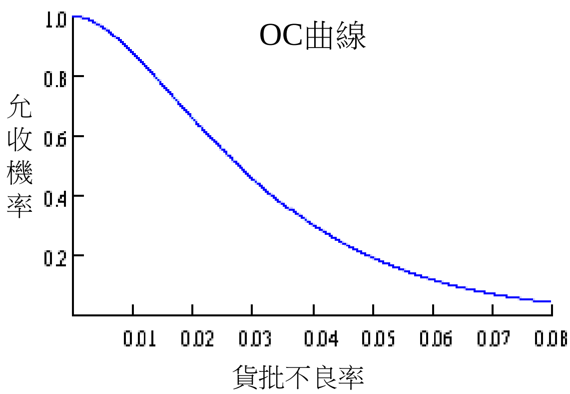
$$= \frac{80!}{0!80!}(0.02)^0(0.98)^{80} + \frac{80!}{1!79!}(0.02)^1(0.98)^{79} + \frac{80!}{2!78!}(0.02)^2(0.98)^{78}$$

$$+ \frac{80!}{3!77!}(0.02)^3(0.98)^{77}$$

= 0.9231

2. 試繪製樣本大小 n=60、允收數 c=1 之單次抽樣計劃的 OC 曲線。

【解】



3. 承題 1，對貨批進行修正檢驗，設批量 N=12,000，求平均出廠品質 AOQ 和平均總檢驗數 ATI。

【解】

$$\text{AOQ} = \frac{P_a p(N-n)}{N}$$

$$= \frac{(0.9231)(0.02)(12000-80)}{12000}$$

= 0.0183

$\text{ATI} = n + (1 - P_a)(N - n)$
= 80 + (1-0.9231) (12000-80)
= 996.6

4. 對不良率 p=0.01 的一貨批，進行 n_1=50，c_1=0，n_2=50，c_2=2 之雙次抽樣計劃，求第一次樣本的允收機率 P_a^I 。

【解】

第一次樣本允收機率：$P_a{}^I = \frac{50!}{0!50!}(0.01)^0(0.99)^{50} = 0.6050$

5. 承題 4.，求貨批合併樣本的允收機率 P_a。

【解】

第二次樣本允收機率：

(1) 第一次樣本觀察到 1 個不良品且在第二次樣本觀察到一個或 0 個不良品，其發生機率為

$$P\{d_1 = 1, d_2 \le 1\} = P\{d_1 = 1\} \cdot P\{d_2 \le 1\}$$

$$= \frac{50!}{1!49!}(0.01)^1(0.99)^{49} \times \sum_{d_2=0}^{1} \frac{50!}{d_2!(50-d_2)!}(0.01)^{d_2}(0.99)^{50-d_2}$$

= 0.2783

(2) 第一次樣本觀察到 2 個不良品且在第二次樣本觀察到 0 個不良品，其發生機率為

$$P\{d_1 = 2, d_2 = 0\} = P\{d_1 = 2\} \cdot P\{d_2 = 0\}$$

$$= \frac{50!}{2!(48)!}(0.01)^2(0.99)^{48} \times \frac{50!}{0!50!}(0.01)^0(0.99)^{50}$$

= 0.0457

$P_a{}^{II}$ = 0.2783 + 0.0457= 0.324

所以貨批合併樣本的允收機率

$P_a = P_a{}^I + P_a{}^{II}$ = 0.6050 + 0.324= 0.929

6. 承題 5.，對貨批進行修正檢驗，設批量 N=10,000，求平均出廠品質 AOQ 和平均總檢驗數 ATI。

【解】

$$\text{AOQ} = \frac{\left[P_a^{\ I}(N-n_1)+P_a^{\ II}(N-n_1-n_2)\right]p}{N}$$

$$= \frac{\left[0.6050(10000-50)+0.324(10000-50-50)\right]0.01}{10000}$$

$$= 0.00923$$

$$\text{ATI} = n_1 P_a^{\ I} + (n_1+n_2)P_a^{\ II} + N(1-P_a)$$

$$= 50\cdot 0.6050 + (50+50)0.324 + 10000(1-0.929)$$

$$= 7772.65$$