

109-1 品質管理 期中考 2020.11.13

班級：_____ 學號：_____ 姓名：_____

- (1) $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ 符號表示在標準常態分配，右尾機率為 $\frac{\alpha}{2}$ 的 Z 值。
- (2) $t_{\frac{\alpha}{2}}(n)$ 符號表示在 t 分配(自由度為 n)，右尾機率為 $\frac{\alpha}{2}$ 的分位值。
- (3) $\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n)$ 符號表示在卡方分配(自由度為 n)，右尾機率為 $\frac{\alpha}{2}$ 的分位值。

1. (30%) 請以下列基礎期資料，求管制用平均數與全距管制圖之管制界限。

樣本組	觀測值					平均數	全距
1	93	96	95	112	87	97	25
2	71	106	108	107	112	101	42
3	111	94	91	89	111	99	23
4	119	86	101	98	91	99	34
5	86	108	109	97	98	100	24
6	87	103	107	73	103	95	34
7	102	116	101	91	94	101	24
8	95	103	102	96	95	98	8
9	107	107	116	109	94	107	22
10	73	107	74	98	96	90	34
11	95	105	89	97	87	95	18
12	97	106	83	111	105	100	28
13	102	119	111	102	93	105	25
14	95	79	109	89	93	93	30
15	95	114	94	100	103	101	20
16	97	100	109	107	90	101	19
17	94	101	99	115	119	106	25
18	109	101	97	91	82	96	27
19	93	100	95	83	89	92	17
20	96	107	96	102	82	97	25
21	100	90	101	104	92	97	15
22	87	95	95	106	104	97	18
23	98	83	106	97	106	98	24
24	82	107	94	102	99	97	25
25	93	86	110	97	96	96	25
總平均=						98	24

【解答】

3. (1) 計算平均數管制圖之管制界限

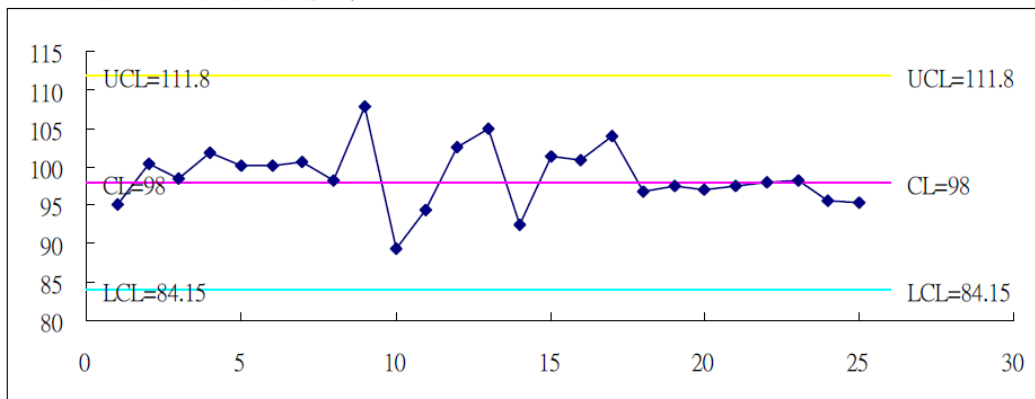
查表當 $n = 5$ 時， $A_2 = 0.577$ ，依公式計算平均數管制圖之管制界限如下：

$$CL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} = 98$$

$$UCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R} = 98 + 0.577 \times 24 = 111.85$$

$$LCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R} = 98 - 0.577 \times 24 = 84.15$$

繪製平均數管制圖如下



由上圖判斷平均數管制圖應無非機遇原因存在。

(2) 計算全距管制圖之管制界限

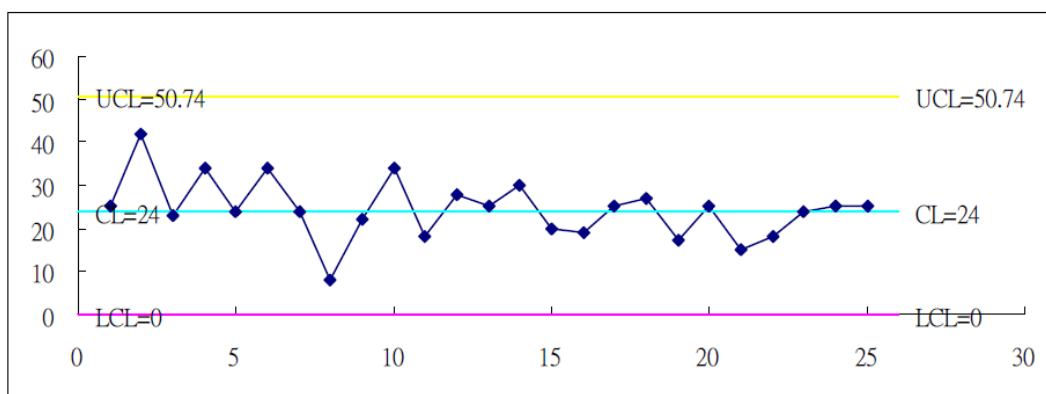
查表當 $n = 5$ 時， $D_4 = 2.114$ ， $D_3 = 0$ ，依公式計算全距管制圖之管制界限如下：

$$CL_R = \bar{R} = 24$$

$$UCL_R = D_4 \bar{R} = 2.114 \times 24 = 50.74$$

$$LCL_R = D_3 \bar{R} = 0 \times 24 = 0$$

繪製全距管制圖如下圖



由上圖判斷全距管制圖應亦無非機遇原因存在。

2. (20%) 抽驗 16 罐空氣清新劑，發現每罐容量的樣本標準差為 5cc，據此推測每罐空氣清新劑容量的母體變異數及標準差 95% 的信賴區間？

【解答】

第 11 章 統計估計-區間估計 521

$$\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{n-1, \alpha/2}} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{n-1, 1-(\alpha/2)}}$$

$$\frac{15(5)^2}{27.49} \leq \sigma^2 \leq \frac{15(5)^2}{6.26}$$

其中 $\chi^2_{15, 0.025} = 27.49$ ， $\chi^2_{15, 0.975} = 6.26$

因此可得 95% 信賴水準下母體變異數的信賴區間為：

$$13.64 \leq \sigma^2 \leq 59.90$$

依 (11.28) 式可得 95% 信賴水準下標準差的信賴區間為：

$$\sqrt{13.64} \leq \sigma \leq \sqrt{59.90}$$

$$3.69 \leq \sigma \leq 7.74$$

故可推論：「空氣清新劑容量的母體變異數，在 95% 信賴水準下的信賴區間為 13.64~59.90 之間。空氣清新劑容量的標準差 95% 的信賴區間為 3.69cc~7.74cc。」

3. (10%) 從某校學生中隨機詢問 60 個學生，發現其中僅有 9 位學生沒有 Facebook 帳戶，試求該校學生尚未擁有 Facebook 帳戶比率之 90% 信賴區間。

【解答】

例題 8.5

從某校學生中隨機詢問 60 個學生，發現其中僅有 9 位學生沒有 Facebook 帳戶，試求該校學生尚未擁有 Facebook 帳戶比率之 90% 的信賴區間。

解 首先由觀察值算出點估計值為 $\bar{P} = \frac{9}{60} = 0.15$ ，而依題意知， $1 - \alpha = 0.90$ ，故 $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ ，查表得出 $z_{0.05} = 1.645$ ，於是利用 (8-10) 式可求出該校學生未擁有 Facebook 帳戶比率 P 之 90% 信賴區間：

$$\left(\bar{P} - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}}, \bar{P} + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}} \right)$$

$$= \left(0.15 - 1.645 \sqrt{\frac{0.15 \times 0.85}{60}}, 0.15 + 1.645 \sqrt{\frac{0.15 \times 0.85}{60}} \right)$$

$$= (0.15 - 0.075, 0.15 + 0.075)$$

$$= (0.075, 0.225)$$

也就是說，該校學生未擁有 Facebook 帳戶比率的 90% 信賴區間從 7.5% 到 22.5%。

4. (20%) 試根據下表之資料，建立缺點數管制圖(c 管制圖)。

樣本號碼	樣本缺點數	樣本號碼	樣本缺點數
1	4	11	2
2	0	12	3
3	0	13	4
4	1	14	6
5	2	15	0
6	0	16	4
7	1	17	3
8	2	18	2
9	8	19	5
10	3	20	2

【解答】

平均樣本缺點數： $\bar{c} = \frac{52}{20} = 2.6$

缺點數管制圖的管制界限為：

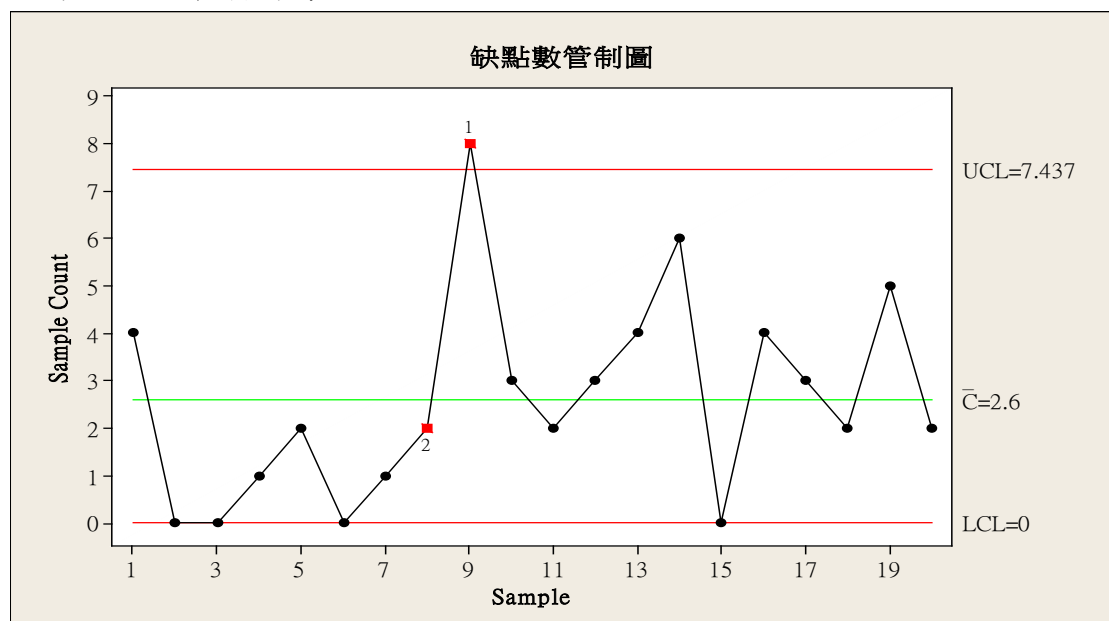
$$UCL_c = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}} = 2.6 + 3\sqrt{2.6} \cong 7.437$$

$$CL_c = \bar{c} = 2.6$$

$$LCL_c = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}} = 2.6 - 3\sqrt{2.6} \cong -2.237$$

取 $LCL = 0$

其缺點數管制圖為：



5. (20%) 在某電子公司之主機板的製程中，品質管制人員檢查近 10 日以來該製程的生產狀態，得到以下的資料。試利用變動管制界限法來建立不良率管制圖(p 管制圖)。

日期	檢查單位數	不良品數	樣本不良率
11/15	80	7	0.0875
11/16	100	5	0.050
11/17	120	9	0.075
11/18	140	8	0.057
11/19	100	10	0.100
11/20	125	5	0.040
11/21	120	6	0.050
11/22	110	7	0.064
11/23	130	6	0.046
11/24	120	10	0.083

【注意】請以完成下表方式回答此題：

編號	管制上限(上管制界限)	中心線	管制下限(下管制界限)	樣本點
1				
2				
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
9				
10				

【解答】

編號	管制上限(上管制界限)	中心線	管制下限(下管制界限)	樣本點
1	0.145613124	0.0637	0	0.0875
2	0.136965325	0.0637	0	0.05
3	0.130581786	0.0637	0	0.075
4	0.125620501	0.0637	0.001779499	0.057
5	0.136965325	0.0637	0	0.1
6	0.129230499	0.0637	0	0.04
7	0.130581786	0.0637	0	0.05
8	0.133555747	0.0637	0	0.064
9	0.127957941	0.0637	0	0.046
10	0.130581786	0.0637	0	0.083

$$\text{平均樣本不良率： } \bar{p} = \frac{5+7+\cdots+10}{80+100+\cdots+120} = 0.0637$$

不良率管制圖的管制界限為：

$$UCL_p = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}}$$

$$CL_p = \bar{p} = 0.0637$$

$$LCL_p = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}}$$

表八 計算 \bar{X} , S 與 R 管制圖之中心線與三個標準差管制界限之因子^ρ

樣本 大小 n	平均值管制圖			標準差管制圖						全距管制圖							
	管制界限因子			中心線因子		管制界限因子				中心線因子		管制界限因子					
	A	A_2	A_3	c_4	$1/c_4$	B_3	B_4	B_5	B_6	d_2	$1/d_2$	d_3	D_1	D_2	D_3	D_4	
2	2.121	1.880	2.659	0.7979	1.2533	0	3.267	0	2.606	1.128	0.8865	0.853	0	3.686	0	3.267	
3	1.732	1.023	1.954	0.8862	1.1284	0	2.568	0	2.276	1.693	0.5907	0.888	0	4.358	0	2.575	
4	1.500	0.729	1.628	0.9213	1.0854	0	2.266	0	2.088	2.059	0.4857	0.880	0	4.698	0	2.282	
5	1.342	0.577	1.427	0.9400	1.0638	0	2.089	0	1.964	2.326	0.4299	0.864	0	4.918	0	2.115	
6	1.225	0.483	1.287	0.9515	1.0510	0.030	1.970	0.029	1.874	2.534	0.3946	0.848	0	5.078	0	2.004	
7	1.134	0.419	1.182	0.9594	1.0423	0.118	1.882	0.113	1.806	2.704	0.3698	0.833	0.204	5.204	0.076	1.924	
8	1.061	0.373	1.099	0.9650	1.0363	0.185	1.815	0.179	1.751	2.847	0.3512	0.820	0.388	5.306	0.136	1.864	
9	1.000	0.337	1.032	0.9693	1.0317	0.239	1.761	0.232	1.707	2.970	0.3367	0.808	0.547	5.393	0.184	1.816	
10	0.949	0.308	0.975	0.9727	1.0281	0.284	1.716	0.276	1.669	3.078	0.3249	0.797	0.687	5.469	0.223	1.777	
11	0.905	0.285	0.927	0.9754	1.0252	0.321	1.679	0.313	1.637	3.173	0.3152	0.787	0.811	5.535	0.256	1.744	
12	0.866	0.266	0.886	0.9776	1.0229	0.354	1.646	0.346	1.610	3.258	0.3069	0.778	0.922	5.594	0.283	1.717	
13	0.832	0.249	0.850	0.9794	1.0210	0.382	1.618	0.374	1.585	3.336	0.2998	0.770	1.025	5.647	0.307	1.693	
14	0.802	0.235	0.817	0.9810	1.0194	0.406	1.594	0.399	1.563	3.407	0.2935	0.763	1.118	5.696	0.328	1.672	
15	0.775	0.223	0.789	0.9823	1.0180	0.428	1.572	0.421	1.544	3.472	0.2880	0.756	1.203	5.741	0.347	1.653	
16	0.750	0.212	0.763	0.9835	1.0168	0.448	1.552	0.440	1.526	3.532	0.2831	0.750	1.282	5.782	0.363	1.637	
17	0.728	0.203	0.739	0.9845	1.0157	0.466	1.534	0.458	1.511	3.588	0.2787	0.744	1.356	5.820	0.378	1.622	
18	0.707	0.194	0.718	0.9854	1.0148	0.482	1.518	0.475	1.496	3.640	0.2747	0.739	1.424	5.856	0.391	1.608	
19	0.688	0.187	0.698	0.9862	1.0140	0.497	1.503	0.490	1.483	3.689	0.2711	0.734	1.487	5.891	0.403	1.597	
20	0.671	0.180	0.680	0.9869	1.0133	0.510	1.490	0.504	1.470	3.735	0.2677	0.729	1.549	5.921	0.415	1.585	
21	0.655	0.173	0.663	0.9876	1.0126	0.523	1.477	0.516	1.459	3.778	0.2647	0.724	1.605	5.951	0.425	1.575	
22	0.640	0.167	0.647	0.9882	1.0119	0.534	1.466	0.528	1.448	3.819	0.2618	0.720	1.659	5.979	0.434	1.566	
23	0.626	0.162	0.633	0.9887	1.0114	0.545	1.455	0.539	1.438	3.858	0.2592	0.716	1.710	6.006	0.443	1.557	
24	0.612	0.157	0.619	0.9892	1.0109	0.555	1.445	0.549	1.429	3.895	0.2567	0.712	1.759	6.031	0.451	1.548	
25	0.600	0.153	0.606	0.9896	1.0105	0.565	1.435	0.559	1.420	3.931	0.2544	0.708	1.806	6.056	0.459	1.541	

若 $n > 25$, 則依下列公式計算各因子：

$$A = \frac{3}{\sqrt{n}}, A_3 = \frac{3}{c_4 \sqrt{3}}, c_4 \cong \frac{4(n-1)}{4n-3}, B_3 = 1 - \frac{3}{c_4 \sqrt{2(n-1)}}, B_4 = 1 + \frac{3}{c_4 \sqrt{2(n-1)}}, B_5 = c_4 - \frac{3}{\sqrt{2(n-1)}}, B_6 = c_4 + \frac{3}{\sqrt{2(n-1)}}$$