

109-1 品質管理第一次小考 2020.10.30

班級：\_\_\_\_\_ 學號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

- (1)  $Z_{\frac{\alpha}{2}}$  符號表示在標準常態分配，右尾機率為  $\frac{\alpha}{2}$  的  $Z$  值。
- (2)  $t_{\frac{\alpha}{2}}(n)$  符號表示在  $t$  分配(自由度為  $n$ )，右尾機率為  $\frac{\alpha}{2}$  的分位值。
- (3)  $\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n)$  符號表示在卡方分配(自由度為  $n$ )，右尾機率為  $\frac{\alpha}{2}$  的分位值。

1. (25%) 根據過去資料顯示，某城市人口患有近視的比例大約為 30%。假設現隨機抽取  $n$  人，記錄其樣本比例為  $\hat{P}$ ，試問  $n$  應該多大，才能使  $\hat{P}$  與 0.3 相差少於 0.05 之機率至少為 0.98？

<解答>

**解** 依題意知， $e = 0.05$ ， $1 - \alpha = 0.98$ ，故  $z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0.01} = 2.33$ （查表），於是：

(a) 若  $P = 0.3$ ，則樣本大小為：

$$n = \frac{(2.33)^2 \cdot (0.3)(0.7)}{0.05^2} = 456.03$$

取  $n = 457$ （人）。

2. (25%) 某金屬產品之強度要求最少為 250 psi，現抽取 28 個樣本，計算得強度之樣本平均數為  $\bar{x} = 265$  psi，標準差為 36 psi，以  $\alpha = 5\%$  之顯著水準，檢定產品之強度超過 250 psi。

<解答>

**例5-20** 某金屬產品之強度要求最少為 250 psi，現抽取 28 個樣本，計算得強度之樣本平均數為  $\bar{x} = 265$  psi，標準差為 36 psi，以  $\alpha = 5\%$  之顯著水準，檢定產品之強度超過 250 psi。

**解答：**

根據題意，統計假設可寫成：

$$H_0: \mu = 250, H_a: \mu > 250$$

檢定統計量之值為

$$t = \frac{\bar{x} - 250}{36/\sqrt{n}} = \frac{265 - 250}{36/\sqrt{28}} = 2.20$$

臨界值  $t_{0.05, 27} = 1.703$ 。由於  $t > 1.703$ ，因此拒絕  $H_0$ ，亦即產品強度超過 250 psi。

3. (25%) 建略公司為了提升維修人員的效率，開設維修課程。往年維修課程都是實地講解操作，因此授課時數較長，且受訓人員完成課程訓練的時間為近似常態分配。現公司請人設計了一套利用電腦模擬的維修訓練計劃，公司預期該計劃將縮短訓練時間並提升維修能力。設公司隨機由維修人員中抽取 16 人來接受此一訓練課程。16 個員工完成訓練的天數不等，其平均訓練天數為 46 天，標準差為 5.7 天。問利用電腦模擬的維修機器課程訓練計劃平均所需天數為何(設信賴水準為 95%)?

<解答>

受此一訓練課程。16 個員工完成訓練的天數不等，其平均訓練天數為 46 天，標準差為 5.7 天。問利用電腦模擬的維修機器課程訓練計劃平均所需天數為何(設信賴水準為 95%)?

**解** 由題意知  $n = 16$  為一小樣本，母體為常態分配但母體平均數與標準差未知。根據 (11.13) 式可求得母體平均數的信賴區間為：

$$\bar{X} \pm t_{n-1, \alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}} = 46 \pm t_{16-1, 0.025} \frac{5.7}{\sqrt{16}} = 46 \pm 2.131 \times 1.425 = 46 \pm 3.037$$

其中  $t_{15, 0.025} = 2.131$ ，即

$$42.963 \leq \mu \leq 49.037$$

故利用電腦模擬的維修機器課程訓練在 95% 信賴水準下，平均所需天數的信賴區間為 42.96 天到 49.04 天。

4. (25%) 某一鐘錶製造商欲了解其產品的差異性，茲從一批手錶中隨機抽出 10 個，測定其準確性，然後求出母體變異數及標準差的信賴區間。根據樣本資料求得下面的統計量數：

樣本平均數  $\bar{X} = 0.7$  秒，樣本標準差  $S = 0.4$  秒

假設此觀察值的分配可視為常態分配，試求母體變異數及標準差的 90% 信賴區間

<解答>

解

依題意知， $n = 10$ ，故  $df = n - 1 = 9$ 。查卡方分配表知  $\chi^2_{0.95}(9) = 3.325$  與  $\chi^2_{0.05}(9) = 16.919$ 。利用公式 (8-15)，可知  $\sigma^2$  的信賴區間為：

$$\left( \frac{9 \times (0.4)^2}{16.919}, \frac{9 \times (0.4)^2}{3.325} \right) = (0.085, 0.433)$$

且其對應的  $\sigma$  之信賴區間為  $(\sqrt{0.085}, \sqrt{0.433}) = (0.29, 0.66)$ 。該製造商具有 90% 的信心認為  $\sigma$  介於 0.29 與 0.66 之間。其次，由於區間的 90% 乃由重複地抽樣而計算得出的，故涵蓋真實的  $\sigma$  之機率為 90%。

最後應注意的是， $\sigma^2$  信賴區間的中心點並不是  $S^2 = 0.16$ ，它僅是最佳的點估計值而已；這是與  $\mu$  的信賴區間之估計所不同的地方。