

4. 某飲料公司要管制該產品生產線，每半小時抽出 4 筆資料，共抽樣 10 小時，其資料值如下，試求出 $\bar{X}-R$ 管制圖的三倍標準差管制界限，並畫出管制圖。

時間	資料	資料	資料	資料	平均	全距
1	350	351	352	349	350.5	3
2	351	350	349	354	351	5
3	348	352	349	348	349.25	4
4	352	348	352	346	349.5	6
5	349	351	351	350	350.25	2
6	350	345	348	349	348	5
7	349	351	351	352	350.75	3
8	352	348	354	351	351.25	6
9	351	352	345	350	349.5	7
10	350	349	349	349	349.25	1
11	352	349	354	350	351.25	5
12	348	352	352	350	350.5	4
13	351	351	348	352	350.5	4
14	347	348	351	352	349.5	5
15	353	351	354	351	352.25	3
16	346	347	345	350	347	5
17	350	353	352	346	350.25	7
18	345	346	349	348	347	4
19	349	349	349	350	349.25	1
20	354	350	352	351	351.75	4

解：已知 $n=4$ ，查表 8 得 $A_2=0.729, D_3=0, D_4=2.282$ ，故

\bar{X} 管制圖的三倍標準差管制界限為：

$$UCL = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} = 349.925 + 0.729 \times 4.20 = 352.99$$

$$CL = \bar{\bar{X}} = 349.925$$

$$LCL = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R} = 349.925 - 0.729 \times 4.20 = 346.86$$

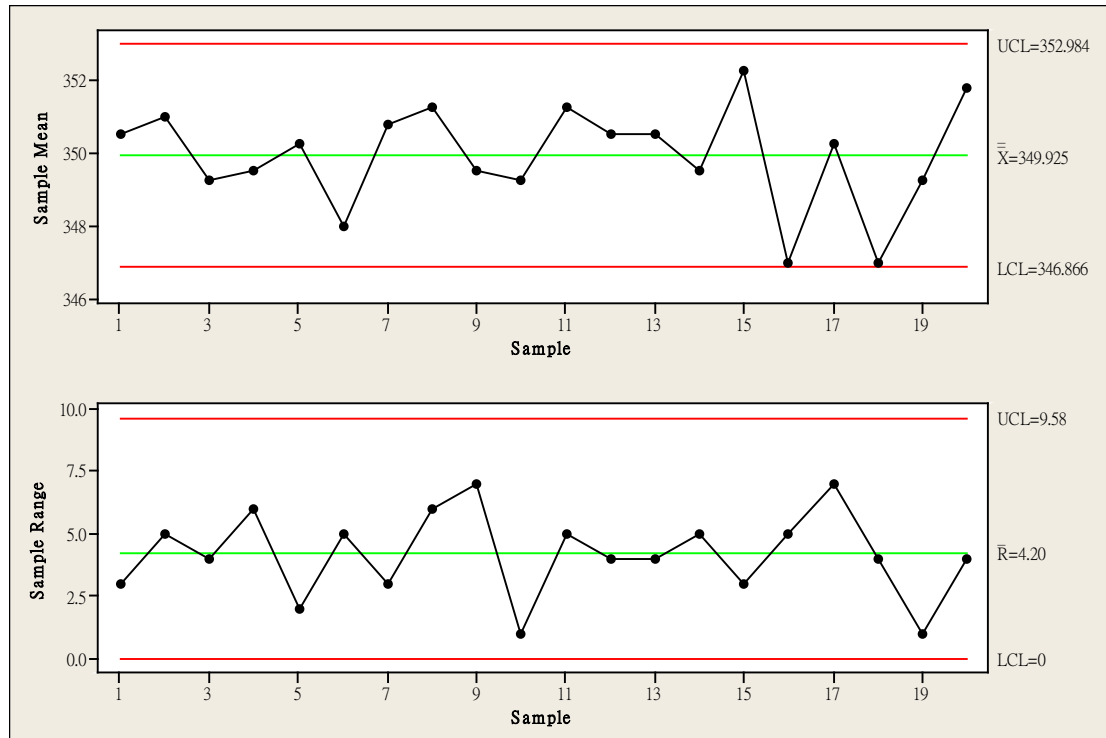
R 管制圖的三倍標準差管制界限為：

$$UCL = D_4 \bar{R} = 2.282 \times 4.20 = 9.58$$

$$CL = \bar{R} = 2.282$$

$$LCL = D_3 \bar{R} = 0 \times 4.20 = 0$$

其管制圖以 MINITAB 繪出如下：



$\bar{X} - R$ 管制圖

5. 已知某群體其母體平均數 $\mu = 50$ ，母體標準差 $\sigma = 6$ ，且母體的分配近似於常態分配，若樣本數 $n=25$ ，試求 $\bar{X}-S$ 管制圖的三倍標準差管制界限。

解： \bar{X} 管制圖的三倍標準差管制界限為

$$UCL_{\bar{X}} = \mu_{\bar{X}} + 3\sigma_{\bar{X}} = \mu + 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 50 + 3 \times \frac{6}{\sqrt{25}} = 53.6$$

$$CL_{\bar{X}} = \mu_{\bar{X}} = \mu = 50$$

$$LCL_{\bar{X}} = \mu_{\bar{X}} - 3\sigma_{\bar{X}} = \mu - 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 50 - 3 \times \frac{6}{\sqrt{25}} = 46.4$$

由 $n = 25$ 查表得 $c_4 = 0.9896, B_5 = 0.559, B_6 = 1.42$ ，故 S 管制圖的三倍標準差管制界限為

$$UCL_S = B_6\sigma = 1.42 \times 6 = 8.52$$

$$CL_S = c_4\sigma = 0.9896 \times 6 = 5.9376$$

$$LCL_S = B_5\sigma = 0.559 \times 6 = 3.354$$

【例題 3.2】

某工廠利用 $\bar{X}-S$ 管制圖來監控所生產零件的外徑尺寸，今抽取了 20 組的樣本，每組的樣本數為 $n=15$ 個，經整理計算後的數據如表 3.2 所示，試建立 $\bar{X}-S$ 管制圖。

表 3.2

樣本組	樣本平均數 \bar{X}_i	樣本標準差 S_i
1	23.4	6.4
2	26.2	5.5
3	27.2	4.5
4	22.3	7.2
5	23.6	3.5
6	25.7	4.6
7	24.3	7.2
8	26.6	4.5
9	28.1	6.8
10	24.6	3.8
11	23.3	5.7
12	25.8	8.4
13	22.9	7.9
14	26.5	6.2
15	24.6	4.9
16	22.8	5.8
17	26.7	3.4
18	25.4	4.8
19	25.8	3.7
20	26.5	2.6

【解】

1. 計算 $\bar{\bar{X}}$ 及 \bar{S}

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_i}{m} = \frac{23.4 + 26.2 + \cdots + 26.5}{20} = 25.115$$

$$\bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^m S_i}{m} = \frac{6.4 + 5.5 + \cdots + 2.6}{20} = 5.37$$

2. 計算管制界限

$n=15$ ，查附表 8 得 $A_3=0.789$ ， $B_4=1.572$ ， $B_3=0.428$ 。

\bar{X} 管制圖的三倍標準差管制界限為

$$UCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + A_3 \bar{S} = 25.115 + 0.789 \times 5.37 = 29.35$$

$$CL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} = 25.115$$

$$LCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - A_3 \bar{S} = 25.115 - 0.789 \times 5.37 = 20.88$$

S 管制圖的三倍標準差管制界限為

$$UCL_S = B_4 \bar{S} = 1.572 \times 5.37 = 8.442$$

$$CL_S = \bar{S} = 5.37$$

$$LCL_S = B_3 \bar{S} = 0.428 \times 5.37 = 2.298$$

3. 將樣本點及管制界限繪入管制圖中，如圖 3.3 所示，從圖中可看出沒有樣本點落在管制界限外且樣本點的散佈是隨機的，故目前的製程是在管制狀態。

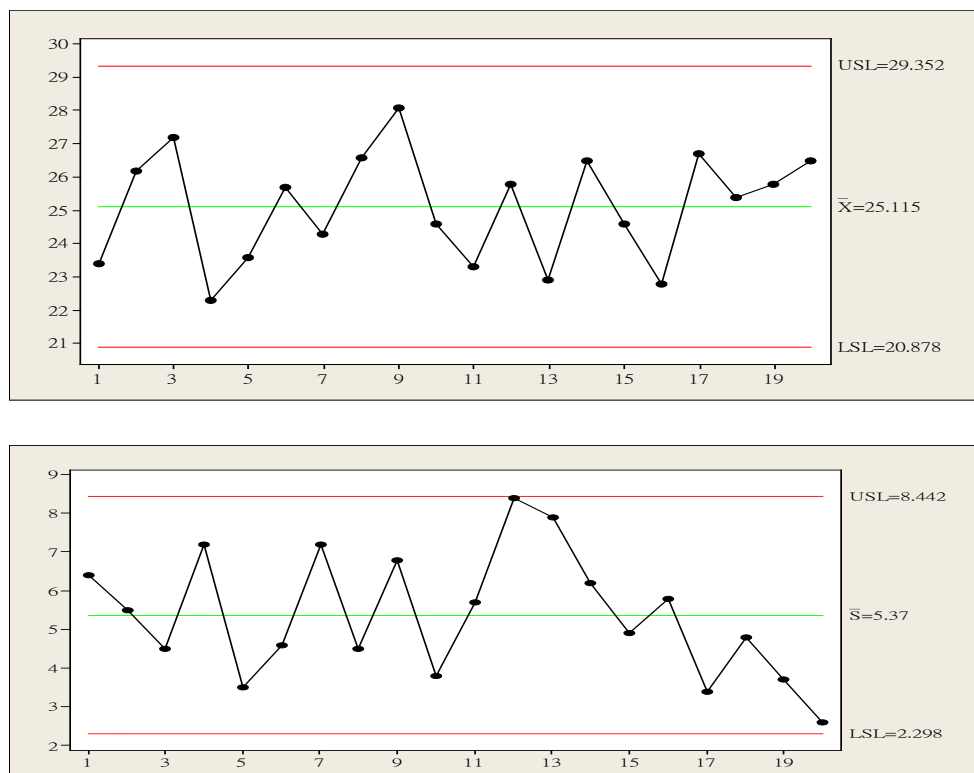


圖 3.3 \bar{X} 管制圖及 S 管制圖

9.某破壞性試驗今欲進行抽樣，考慮到成本的問題，其每組樣本只能抽出一筆資料，如下表。試做出個別值 \bar{X} 管制圖與移動全距 MR 管制圖。

批號	樣本值	移動全距
1	36	—
2	38	2
3	35	3
4	38	3
5	32	6
6	34	2
7	39	5
8	35	4
9	37	2
10	36	1
11	33	3
12	30	3
13	32	2
14	34	2
15	38	4
平均	$\bar{X} = 35.13$	$\overline{MR} = 3$

解：由 $n = 2$ ，可查表得 $D_4 = 3.267$ 、 $D_3 = 0$ 故
個別值 \bar{X} 管制圖的三倍標準差管制界限為

$$UCL = \bar{X} + 3 \frac{\overline{MR}}{d_2} = 35.13 + 3 \frac{3}{1.128} = 43.11$$

$$CL = \bar{X} = 35.13$$

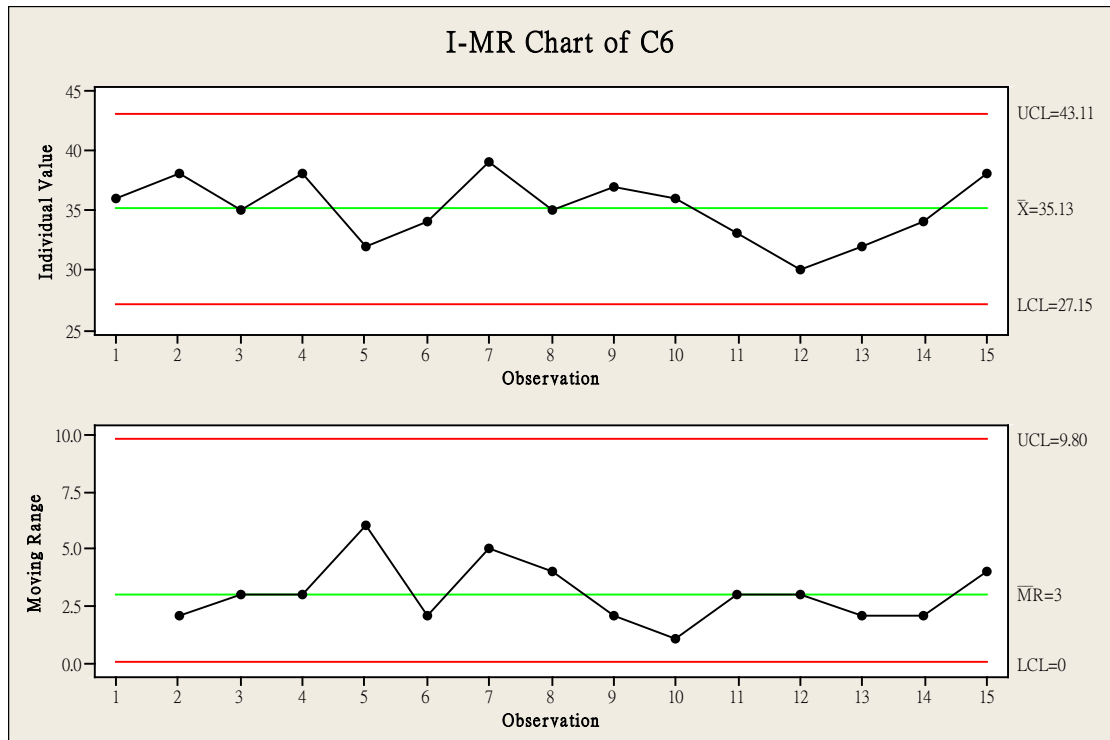
$$LCL = \bar{X} - 3 \frac{\overline{MR}}{d_2} = 35.13 - 3 \frac{3}{1.128} = 27.16$$

移動全距管制圖三倍標準差的管制界限為

$$UCL = D_4 \overline{MR} = 3.267 \times 3 = 9.80$$

$$CL = \overline{MR} = 3$$

$$LCL = D_3 \overline{MR} = 0 \times 3 = 0$$



I - MR 管制圖