Chapter 7 (7-1~7-2)

7.4 在最近的一次普查，記錄了每一戶擁有彩色電視的數量。

彩色電視數量	0	1	2	3	4	5
戶數(千)	1,218	32,379	37,961	19,387	7,714	2,842

a. 對於每一戶擁有彩色電視的數量，建立 X 的機率分配。

b. 決定下列的機率。

$P(X \le 2)$

$P(X > 2)$

$P(X \ge 4)$

7.4 a

x	P(x)
0	1218/101,501 = .012
1	32,379/101,501 = .319
2	37,961/101,501 = .374
3	19,387/101,501 = .191
4	7714/101,501 = .076
5	2842/101,501 = .028

b (i) $P(X \le 2) = P(0) + P(1) + P(2) = .012 + .319 + .374 = .705$

(ii) $P(X > 2) = P(3) + P(4) + P(5) = .191 + .076 + .028 = .295$

(iii) $P(X \ge 4) = P(4) + P(5) = .076 + .028 = .104$

7.6 一家網路藥局廣告說，它會在 3 至 6 天內送達跨縣市購買的產品。這家公司的經理希望其廣告能夠更精確，因此，她記錄了送貨給顧客所需的天數。根據記錄的天數，建立了下列的機率分配。

天數	0	1	2	3	4	5	6	7	8
機率	0	0	.01	.04	.28	.42	.21	.02	.02

a. 如廣告所說，在 3 至 6 天期限內送達的機率為何？

b. 貨運遲到的機率為何？

c. 貨運早到的機率為何？

7.6 a $P(3 \le X \le 6) = P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = .04 + .28 + .42 + .21 = .95$

b. $P(X > 6) = P(X \ge 7) = P(7) + P(8) = .02 + .02 = .04$

c. $P(X < 3) = P(X \le 2) = P(0) + P(1) + P(2) = 0 + 0 + .01 = .01$

7.12 我們給與下列的機率分配。

x	0	1	2	3
$P(x)$	.4	.3	.2	.1

a. 計算平均數、變異數和標準差。

b. 假設，對於每個X 的值，$Y = 3X + 2$， 決定Y 的值。Y 的機率分配為何？

c. 利用(b) 小題的機率分配，計算Y 的平均數、變異數和標準差。

d.利用期望值和變異數法則，從X的平均數、變異數和標準差計算Y的平均數、變異數和標準差。比較你的(c) 和(d) 的答案，它們是相同的嗎(除了四捨五入之外)？

7.12a $\mu = E(X) = \sum xP(x) = 0(.4) + 1(.3) + 2(.2) + 3(.1) = 1.0$

$\sigma^2 = V(X) = \sum (x-\mu)^2 P(x) = (0–1.0)^2(.4) + (1–1.0)^2(.3) + (2–1.0)^2(.2) + (3–1.0)^2(.1)$

$= 1.0$

$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{1.0} = 1.0$

b.

x	0	1	2	3
y	2	5	8	11
P(y)	.4	.3	.2	.1

c. $E(Y) = \sum yP(y) = 2(.4) + 5(.3) + 8(.2) + 11(.1) = 5.0$

$\sigma^2 = V(Y) = \sum (y-\mu)^2 P(y) = (2-5)^2(.4) + (5-5)^2(.3) + (8-5)^2(.2) + (11-5)^2(.1) = 9.0$

$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{9.0} = 3.0$

d. $E(Y) = E(3X + 2) = 3E(X) + 2 = 3(1) + 2 = 5.0$

$\sigma^2 = V(Y) = V(3X + 2) = V(3X) = 3^2 V(X) = 9(1) = 9.0.$

$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{9.0} = 3.0$

The parameters are identical.

7.15 一家購物中心估計其顧客實際造訪商店的數量之機率分配，如下表所列：

x	0	1	2	3	4	5	6
$P(x)$	.04	.19	.22	.28	.12	.09	.06

求出顧客造訪商店數之平均數與標準差。

7.15 $\mu = E(X) = \sum xP(x) = 0(.04) + 1(.19) + 2(.22) + 3(.28) + 4(.12) + 5(.09) +$

$6(.06) = 2.76$

$\sigma^2 = V(X) = \sum (x-\mu)^2 P(x) = (0–2.76)^2 (.04) + (1–2.76)^2 (.19) + (2–2.76)^2 (.22)$

$+ (3–2.76)^2 (.28) + (4–2.76)^2 (.12) + (5–2.76)^2 (.09) +$

$(6–2.76)^2 (.06) = 2.302$

$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{2.302} = 1.517$

7.16 參考練習題7.15。假設，平均而言，顧客在造訪的每一間商店停留10 分鐘。求出顧客花費在商店中的總時間之平均數和標準差。

7.16 $Y = 10X$; $E(Y) = E(10X) = 10E(X) = 10(2.76) = 27.6$

$V(Y) = V(10X) = 10^2 V(X) =100(2.302) = 230.2$

$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{230.2} = 15.17$

7.20 在分析過進來的傳真之後，一位會計公司的經理判定每一次傳真頁數的機率分配，如下所列：

x	1	2	3	4	5	6	7
$P(x)$	.05	.12	.20	.30	.15	.10	.08

計算每一次傳真頁數的平均數與變異數。

7.20 $\mu = E(X) = \sum xP(x) = 1(.05) + 2(.12) + 3(.20) + 4(.30) + 5(.15) + 6(.10) + 7$

$(.08) = 4.00$

$\sigma^2 = V(X) = \sum (x-\mu)^2 P(x) = (1–4.0)^2 (.05) + (2–4.0)^2 (.12) + (3–4.0)^2 (.20) +$

$(4–4.0)^2 (.30)$

$+ (5–4.0)^2 (.15) +(6–4.0)^2 (.10) + (7–4.0)^2 (.08)$

$= 2.40$

7.21 參考練習題7.20。會計公司經理進一步的分析顯示，一頁傳真的處理費是 \$.25。決定每一次傳真成本的平均數和變異數。

7.21 $Y = .25X$; $E(Y) = E(.25X) = .25E(X) = .25(4.0) = 1.0$

$V(Y) = V(.25X) = (.25)^2\, V(X) = .0625(2.40) = .15$

7-2 節

7.26 X 與 Y 的雙變量分配描述如下。

	x	
y	1	2
1	.28	.42
2	.12	.18

a. 求出 X 的邊際機率分配。

b. 求出 Y 的邊際機率分配。

c. 計算 X 的平均數與變異數。

d. 計算 Y 的平均數與變異數。

7.26 a

x	P(x)
1	.4
2	.6

b

y	P(y)
1	.7
2	.3

c $\mu = E(X) = \sum xP(x) = 1(.4) + 2(.6) = 1.6$

$\sigma^2 = V(X) = \sum (x-\mu)^2 P(x) = (1–1.6)^2\,(.4) + (2–1.6)^2\,(.6) = .24$

d $\mu = E(Y) = \sum yP(y) = 1(.7) + 2(.3) = 1.3$

$\sigma^2 = V(Y) = \sum (y-\mu)^2 P(y) = (1–1.3)^2\,(.7) + (2–1.3)^2\,(.3) = .21$

7.27 根據練習題 7.26。計算共變異數與相關係數。

7.27 a $\sum_{\text{all x}} \sum_{\text{all y}} xyP(x, y) = (1)(1)(.28) + (1)(2)(.12) + (2)(1)(.42) + (2)(2)(.18) = 2.08$

$COV(X, Y) = \sum_{\text{all x}} \sum_{\text{all y}} xyP(x, y) - \mu_x \mu_y = 2.08 - (1.6)(1.3) = 0$

$\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2} = \sqrt{.24} = .49,\ \sigma_y = \sqrt{\sigma_y^2} = \sqrt{.21} = .46$

$\rho = \frac{COV(X, Y)}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{0}{(.49)(.46)} = 0$

7.28 根據練習題7.26。使用兩個變數加總的期望值法則與變異數法則計算 $X+Y$ 的平均數與變異數 。

7.28 $E(X + Y) = E(X) + E(Y) = 1.6 + 1.3 = 2.9$

$V(X + Y) = V(X) + V(Y) + 2COV(X, Y) = .24 + .21 + 2(0) = .45$

7.29 根據練習題7.26。

a. 決定$X+Y$ 的分配。

b. 決定$X+Y$ 的平均數與變異數。

c. 你在(b) 小題的答案是否等於練習題7.28 的答案。

7.29 a

x + y	P(x + y)
2	.28
3	.54
4	.18

b $\mu_{x+y} = E(X+Y) = \sum (x+y)P(x+y) = 2(.28) + 3(.54) + 4(.18) = 2.9$

$\sigma_{x+y}^2 = V(X+Y) = \sum [(x+y) - \mu_{x+y}]^2 P(x+y) = (2-2.9)^2(.28) + (3-2.9)^2(.54) +$

$(4-2.9)^2(.18) = .45$

c Yes

7.32 加拿大人訪問美國時通常會買菸酒，這些在美國便宜很多。然而，也有限制性。加拿大人在美國訪問超過 2 天可免稅攜帶一瓶白酒和香菸一箱入境加拿大。對於訪問美國 2 天或以上的加拿大人進口酒的瓶數和菸的箱數，一個加拿大報關代理商產生了以下的聯合機率分配。

	酒的瓶數	
菸的箱數	0	1
0	.63	.18
1	.09	.10

a. 找出進口酒的瓶數的邊際機率分配。

b. 找出進口菸的箱數的邊際機率分配。

c. 計算進口酒的瓶數的平均數和變異數。

d. 計算進口菸的箱數的平均數和變異數。

e. 計算共變異數和相關係數。

7.32 a

Bottles, x	P(x)
0	.72
1	.28

b

Cartons, y	P(y)
0	.81
1	.19

c $\mu_x = E(X) = \sum xP(x) = 0(.72) + 1(.28) = .28$

$\sigma^2 = V(X) = \sum (x-\mu)^2 P(x) = (0-.28)^2(.72) + (1-.28)^2(.28) = .202$

d $\mu_y = E(Y) = \sum yP(y) = 0(.81) + 1(.19) = .19$

$\sigma^2 = V(Y) = \sum (y-\mu)^2 P(y) = (0-.19)^2(.81) + (1-.19)^2(.19) = .154$

e $\sum_{\text{all x}} \sum_{\text{all y}} xyP(x,y) = (0)(0)(.63) + (0)(1)(.09) + (1)(0)(.18) + (1)(1)(.10) = .100$

$COV(X, Y) = \sum_{\text{all\_x}} \sum_{\text{all\_y}} xyP(x,y) - \mu_x\mu_y = .100 - (.28)(.19) = .0468$

$\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2} = \sqrt{.202} = .449,\ \sigma_y = \sqrt{\sigma_y^2} = \sqrt{.154} = .392$

$\rho = \frac{COV(X,Y)}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{.0468}{(.449)(.392)} = .266$