

Chapter 6 (6-1~6-2)

6-1

6.3 投擲一個公正骰子的樣本空間是

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

如果這個骰子是公正的，每個簡單事件具有相同的機率，求以下事件的機率。

- a. 一個偶數。
- b. 一個小於或等於4 的數值。
- c. 一個大於或等於5 的數值。

6.3 a $P(\text{even number}) = P(2) + P(4) + P(6) = 1/6 + 1/6 + 1/6 = 3/6 = 1/2$

b $P(\text{number less than or equal to 4}) = P(1) + P(2) + P(3) + P(4) = 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 = 4/6 = 2/3$

c $P(\text{number greater than or equal to 5}) = P(5) + P(6) = 1/6 + 1/6 = 2/6 = 1/3$

6.4 有四位候選人參選市長的職務。這四位候選人是 Adams、Brown、Collins 與 Dalton。
決定這次選舉結果的樣本空間。

6.4 $\{\text{Adams wins, Brown wins, Collins wins, Dalton wins}\}$

6.5 參考練習題6.4。採用主觀方法，一位政治學家指定以下的機率：

$$P(\text{Adams 勝}) = .42 \quad P(\text{Brown 勝}) = .09$$

$$P(\text{Collins 勝}) = .27 \quad P(\text{Dalton 勝}) = .22$$

決定下列事件的機率。

- a. Adams 失敗。
- b. Brown 或 Dalton 其中一人勝出。
- c. Adams、Brown 或 Collins 其中一人勝出。

6.5a $P(\text{Adams loses}) = P(\text{Brown wins}) + P(\text{Collins wins}) + P(\text{Dalton wins}) = .09 + .27 + .22 = .58$

b $P(\text{either Brown or Dalton wins}) = P(\text{Brown wins}) + P(\text{Dalton wins}) = .09 + .22 = .31$

c $P(\text{either Adams, Brown, or Collins wins}) = P(\text{Adams wins}) + P(\text{Brown wins}) + P(\text{Collins wins}) = .42 + .09 + .27 = .78$

6-2

6.9 假設給予下列的聯合機率。這些事件是獨立的嗎？請說明。

	A_1	A_2
B_1	.20	.60
B_2	.05	.15

$$6.9 \ P(A_1 | B_1) = \frac{P(A_1 \text{ and } B_1)}{P(B_1)} = \frac{.20}{.20 + .60} = .25; \ P(A_1) = .20 + .05 = .25; \text{ the events are independent.}$$

6.11 假設我們有下列的聯合機率。

	A_1	A_2	A_3
B_1	.15	.20	.10
B_2	.25	.25	.05

計算邊際機率。

$$6.11 \ P(A_1) = .15 + .25 = .40, \ P(A_2) = .20 + .25 = .45, \ P(A_3) = .10 + .05 = .15.$$

$$P(B_1) = .15 + .20 + .10 = .45, \ P(B_2) = .25 + .25 + .05 = .55.$$

6.12 參考練習題6.11

a. 計算 $P(A_2 | B_2)$ 。

b. 計算 $P(B_2 | A_2)$ 。

c. 計算 $P(B_1 | A_2)$ 。

$$6.12 \ a \ P(A_2 | B_2) = \frac{P(A_2 \text{ and } B_2)}{P(B_2)} = \frac{.25}{.55} = .455$$

$$b \ P(B_2 | A_2) = \frac{P(A_2 \text{ and } B_2)}{P(A_2)} = \frac{.25}{.45} = .556$$

$$c \ P(B_1 | A_2) = \frac{P(A_2 \text{ and } B_1)}{P(A_2)} = \frac{.20}{.45} = .444$$

6.13 參考練習題6.11。

- a. 計算 $P(A_1 \text{ 或 } A_2)$ 。
- b. 計算 $P(A_2 \text{ 或 } B_2)$ 。
- c. 計算 $P(A_3 \text{ 或 } B_1)$ 。

6.13 a $P(A_1 \text{ or } A_2) = P(A_1) + P(A_2) = .40 + .45 = .85$

b $P(A_2 \text{ or } B_2) = P(A_2) + P(B_2) - P(A_2 \text{ and } B_2) = .45 + .55 - .25 = .75$

c $P(A_3 \text{ or } B_1) = P(A_3) + P(B_1) - P(A_3 \text{ and } B_1) = .15 + .45 - .10 = .50$

6.15 下表列出失業的男性和女性，以及他們的教育程度與其機率。

	女性	男性
低於高中	.057	.104
高中畢業	.136	.224
學院 / 大學肄業	.132	.150
學院 / 大學畢	.095	.103

資料來源：*Statistical Abstract of the United States*, 2012, Table 627.

- a. 若隨機抽取一失業者，他或她未完成高中學業的機率是多少？
- b. 若隨機抽取一失業女性，她是學院 / 大學畢業的機率是多少？
- c. 若隨機抽取一高中畢業的失業者，他是男性的機率是多少？

6.15 a $P(\text{Less than high school}) = .057 + .104 = .161$

b $P(\text{college/university} \mid \text{female}) = \frac{P(\text{college/university and female})}{P(\text{female})} = \frac{.095}{.057 + .136 + .132 + .095} = .226$

c $P(\text{male} \mid \text{high school}) = \frac{P(\text{high school and male})}{P(\text{high school})} = \frac{.224}{.136 + .224} = .622$

6.20 一家公司將客戶依兩種方式分類：(1) 根據其帳戶是否逾期未繳款，以及 (2) 該帳戶是否為新的(少於12 個月) 或舊的。該公司的一項分析紀錄提供聯合機率的輸入如下表。

	逾期	未逾期
新帳戶	.06	.13
舊帳戶	.52	.29

隨機選取一個帳戶。

- 如果這個帳戶是逾期的，其為新帳戶的機率為何？
- 如果這個帳戶是新的，其為逾期帳戶的機率為何？
- 這個帳戶的新舊和它是否逾期，是否存在相關性？

$$6.20 \text{ a } P(\text{new} | \text{overdue}) = \frac{P(\text{new and overdue})}{P(\text{overdue})} = \frac{.06}{.06 + .52} = \frac{.06}{.58} = .103$$

$$\text{b } P(\text{overdue} | \text{new}) = \frac{P(\text{new and overdue})}{P(\text{new})} = \frac{.06}{.06 + .13} = \frac{.06}{.19} = .316$$

c Yes, because $P(\text{new}) = .19 \neq P(\text{new} | \text{overdue})$

6.21 金融機構所使用的信用評分卡，幫助決定貸款給誰。根據一家銀行分析的紀錄，產生如下的機率。

	評分	
貸款表現	低於400	400 或更多
全額償還	.19	.64
拖欠	.13	.04

- 貸款是全額償還的機率是多少？
- 給定貸款的評分低於 400 分，全額償還的機率為何？
- 給定貸款的評分為 400 分或更多，全額償還的機率為何？
- 評分和貸款表現是否互相獨立？

$$6.21 \text{ a } P(\text{fully repaid}) = .19 + .64 = .83$$

$$\text{b } P(\text{fully repaid} | \text{under 400}) = \frac{P(\text{fully repaid and under 400})}{P(\text{under 400})} = \frac{.19}{.19 + .13} = \frac{.19}{.32} = .594$$

$$\text{c } P(\text{fully repaid} | 400 \text{ or more}) = \frac{P(\text{fully repaid and 400 or more})}{P(400 \text{ or more})} = \frac{.64}{.64 + .04} = \frac{.64}{.68} = .941$$

d No, because $P(\text{fully repaid}) \neq P(\text{fully repaid} | \text{under 400})$