Travaux Dirigés

Simon Kamerling

Sep 02, 2021

CONTENTS

Note: Dans tout le TD, on se place dans un repère orthonormé $\mathcal{E} = (O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Exercice 1. On souhaite exprimer l'aire S d'un triangle à l'aide d'un produit vectoriel. On considère le triangle ABC et on note les coordonnées des points $A(1; -2; 7)$, $B(2; 2; 1)$ et $C(1; 1; 5)$.

Dans le plan (ABC), les formules de trigonométrie donnent la relation suivante:

$$S = \frac{1}{2} \left\|\vec{AB}\right\| \times \left\|\vec{AC}\right\| \times |sin\alpha|$$

où α est l'angle orienté $(\vec{AB}, \vec{AC})$.

- Exprimer l'aire S à l'aide d'un produit vectoriel.
- Calculer l'aire S.

Exercice 2. On considère le point $A(-2; 0; 5)$ et le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ 4 \end{pmatrix}$.

Déterminer une équation cartésienne du plan $\mathcal{P}$ passant par A et de vecteur normal $\vec{n}$.

Exercice 3. Soient les points $A(1; -2; 7)$, $B(2; 2; 1)$ et $C(1; 1; 5)$. En utilisant un produit vectoriel, déterminer une équation cartésienne du plan (ABC).

Exercice 4. On considère la droite (AB) avec $A(1; 2; -1)$ et $B(0; 1; 3)$, ainsi que le plan $\mathcal{P}$ d'équation : $x+y+z-1 = 0$.

- Montrer que (AB) et $\mathcal{P}$ sont sécants.
- Déterminer les coordonnées de leur point d'intersection I. On commencera par déterminer une représentation paramétrique de (AB).

Exercice 5. Montrer que les représentations paramétriques suivantes définissent le même plan :

$$\begin{cases} x = 2 + s + 2t \\ y = 2 + 2s + t \\ z = 1 - s - t \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} x = 1 + 3s' - t' \\ y = 3 + 3s' + t' \\ z = 1 - 2s' \end{cases}$$

Exercice 6.

1. Déterminer la distance du point A au plan (P)
   - $A(1, 0, 2)$ et $(P) : 2x + y + z + 4 = 0$.
   - $A(3, 2, 1)$ et $(P) : -x + 5y - 4z = 5$.
2. (** Un peu plus difficile) Calculer la distance du point $A(1, 2, 3)$ à la droite (D) : $\begin{cases} -2x + y - 3z = 1 \\ x + z = 1 \end{cases}$