

FGI-1 – Formale Grundlagen der Informatik I

Logik, Automaten und Formale Sprachen

Aufgabenblatt 8: — Hornformeln, Resolution

Präsenzaufgabe 8.1

1. Prüfen Sie mit dem Markierungsalgorithmus **eine** der folgenden Hornformeln auf Erfüllbarkeit. Wenn der Markierungsalgorithmus ‘erfüllbar’ ausgibt, so geben Sie aufgrund der erzeugten Markierungen ein Modell der Formel an.

Achtung: Im folgenden sollen A, B, C, D, E, K, L alle Aussagesymbole sein!

(a) $F_1 = C \wedge (\neg K \vee A) \wedge (\neg C \vee \neg A \vee L) \wedge (\neg L \vee \neg K \vee \neg D \vee B) \wedge (\neg D \vee \neg A) \wedge (\neg C \vee \neg B \vee D) \wedge K \wedge (\neg B \vee \neg D \vee \neg C \vee K) \wedge (\neg B \vee \neg C \vee \neg L)$

(b) $F_2 = D \wedge (\neg D \vee \neg C \vee A) \wedge (\neg L \vee \neg C \vee A) \wedge C \wedge (\neg D \vee K) \wedge (\neg E \vee \neg L) \wedge (\neg A \vee \neg B \vee E) \wedge (\neg K \vee \neg D \vee \neg A \vee B) \wedge (\neg D \vee \neg E \vee \neg A)$

2. Sie haben den Markierungsalgorithmus implementiert, um bei größeren Beständen von Fakten, Regeln und Beschränkungen, die in einer Informationsverarbeitungsaufgabe Ihrer Firma anfallen, die Erfüllbarkeit zu prüfen. Leider erhalten Sie aus verschiedenen Abteilungen immer größere Mengen von Fakten, Regeln und Beschränkungen, so dass die Verarbeitung aufwendig wird.

Ihr Team überlegt, ob durch Vorverarbeitungsschritte die Formelmenge, die in den Markierungsalgorithmus gegeben wird, eingeschränkt werden kann. Dabei werden folgende Eigenschaften angesprochen, die die zu verarbeitende Menge von Hornklauseln haben können.

- (a) Es gibt keine Fakten (also keine Klauseln der Form $\top \Rightarrow A$ für $A \in \mathcal{A}_{s_{AL}}$).
- (b) Es gibt keine Beschränkungen (also keine Klauseln der Form $K \Rightarrow \perp$, wobei K eine Konjunktion von Aussagesymbolen ist).
- (c) Es gibt Aussagesymbole, die nur in Fakten und auf rechten Seiten von Regeln vorkommen.
- (d) Es gibt Aussagesymbole, die nur in Beschränkungen und auf linken Seiten von Regeln vorkommen.

Geben Sie zu **zwei** dieser Fälle an, wie man dem Markierungsalgorithmus die Arbeit durch einen Vorverarbeitungsschritt erleichtern kann und begründen Sie die Korrektheit des Vorverarbeitungsschritts.

Präsenzaufgabe 8.2

1. Bilden Sie alle möglichen Resolventen basierend auf folgenden Formelmengen. Geben Sie an, ob die Formelmengen aufgrund des Resolutionsergebnisses erfüllbar sind. Sehen Sie einen einfachen Weg, im positiven Fall aus dem Resolutionsergebnis eine erfüllende Belegung zu extrahieren?

(a) $M_1 = \{A \vee B \vee \neg C, \neg D \vee \neg B \vee \neg E\}$

(b) $M_2 = \{A \vee \neg B, \neg A \vee \neg B\}$

(c) $M_3 = \{A \vee \neg B, \neg A \vee B\}$

2. Zeigen Sie durch Resolution, dass die folgende Formelmenge unerfüllbar ist.

$$M_4 = \{C, \neg C \vee A, \neg C \vee B \vee \neg A, \neg B \vee \neg A, \neg D \vee B\}$$

Welche Ihrer Resolutionsschritte sind bei P-Resolution zulässig? Welche bei N-Resolution.

Ist Ihre Resolutionsableitung linear?

Übungsaufgabe 8.3

von
6

1. Wenden Sie auf die folgenden Hornformeln den Markierungsalgorithmus an, um die Erfüllbarkeit zu prüfen. (Wir verwenden hier Klammerersparnisregeln entsprechend der Assoziativität von \wedge und \vee .)

(a) $F_3 = (A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee C \vee \neg D) \wedge D \wedge (\neg C \vee \neg B \vee \neg D) \wedge (B \vee \neg D) \wedge (\neg E \vee D)$

(b) $F_4 = (A \vee \neg B) \wedge (A \vee \neg C \vee \neg D) \wedge D \wedge (\neg C \vee \neg B \vee \neg D) \wedge (B \vee \neg D) \wedge (\neg E \vee D)$

2. Wenden Sie auf die Formeln aus der vorherigen Teilaufgabe und die folgende Formel Resolution an, um die Erfüllbarkeit zu prüfen.

(c) $F_5 = (C \vee E) \wedge \neg E \wedge (\neg A \vee B \vee \neg C) \wedge (E \vee \neg B \vee D) \wedge (E \vee \neg D) \wedge (A \vee \neg C) \wedge (C \vee \neg D)$

Übungsaufgabe 8.4

von
6

- Erläutern Sie, wie sich die Überlegungen zur Präsenzaufgabe 8.1.2 auf den Fall eines Resolutionsbeweisers übertragen lassen. Beachten Sie, dass dabei alle möglichen KNF und nicht nur solche, die zu Hornformeln äquivalent sind, als Eingabe verwendet werden können.
- Beweisen Sie: Sei M_F die Mengendarstellung einer Formel in KNF und $K_1 \subseteq K_2$ seien Mengendarstellungen von Klauseln. Dann gilt: $M \cup \{K_1\}$ ist genau dann erfüllbar, wenn $M \cup \{K_1, K_2\}$ erfüllbar ist.
- Erläutern Sie, wie Sie die Aussage aus der vorangehenden Teilaufgabe nutzen können, um den Aufwand beim Resolutionsverfahren bzw. beim Markierungsalgorithmus zu reduzieren.

Bonusaufgabe 8.5 Der Markierungsalgorithmus ist nur für Hornformeln formuliert worden. Machen Sie einen Vorschlag, wie der Markierungsalgorithmus so verallgemeinert werden kann, dass er mit beliebigen Klauselmengen arbeiten kann. Erläutern Sie, wieso das vorgeschlagene Verfahren korrekt ist, und, welche Nachteile es gegenüber dem Markierungsalgorithmus für Hornklauseln hat.

von
6

Informationen und Unterlagen zur Veranstaltung unter:

http://www.informatik.uni-hamburg.de/WSV/teaching/vorlesungen/FGI1_SoSe12