FGI-1 – Formale Grundlagen der Informatik I

Logik, Automaten und Formale Sprachen

Aufgabenblatt 4 : Kontextfreie Grammatiken und Kellerautomaten

Präsenzaufgabe 4.1: Sei $L = \{a^{k+l}b^kc^l \mid k, l \geq 1\}$.

1. Konstruieren Sie eine kontextfreie Grammatik $G = (\Sigma, N, P, S)$, so dass $L(G) = L$.
2. Ist Ihre Grammatik linear? Wenn nein, konstruieren Sie eine.
3. Konstruieren Sie eine Ableitung für das Wort $w = aaabcc$. Ist Ihre Ableitung eine Linksableitung? Eine Rechtsableitung?
4. Konstruieren Sie einen Ableitungsbaum für $w = aaabcc$.
5. Konstruieren Sie einen PDA A mit $L(A) = L$.
6. Geben Sie eine Erfolgsrechung für $w = aaabcc$ an.

Präsenzaufgabe 4.2:

1. Gegeben sei die Grammatik $G = (\Sigma, N, P, S)$ mit den Produktionen:

$$S \to aSb \mid ab$$

Beweisen Sie, (a) $L(G) \subseteq M := \{a^nb^n \mid n \geq 1\}$ und (b) $M \subseteq L(G)$.

2. Reduzieren Sie mit dem Verfahren der Vorlesung die folgende Grammatik $G = (\Sigma, N, P, S)$.

$$\begin{aligned}
&S \to Ca \\
&A \to bA \mid B \\
&B \to aBb \\
&C \to Cac \mid CC \mid c \\
&D \to A \mid BA \mid a
\end{aligned}$$

Übungsaufgabe 4.3: KFG, PDA. | von 6

1. Ein Palindrom ist ein Wort w, das vorwärts und rückwärts gelesen gleich ist: $w = w^{rev}$. Konstruieren Sie einen Kellerautomaten A mit

$$L(A) = L := \{w \in \{a,b\}^* \mid w \text{ ist ein Palindrom } \}$$

   Argumentieren Sie schlüssig, warum Ihr Kellerautomat A alle Worte aus L akzeptiert und keine weiteren.

2. Konstruieren Sie eine kontextfreie Grammatik G mit $L(G) = L$, wobei gilt:

$$L = \{w \in \{a,b,c\}^* \mid \begin{array}{l}\text{auf einen a-Block folgen beliebig viele b's} \\ \text{und dann genausoviele c's wie zuvor a's}\}\end{array}$$

   Beweisen Sie die Gleichheit $L(G) = L$, indem Sie zwei Mengeninklusionen zeigen.

Übungsaufgabe 4.4: Konstruieren Sie (mit dem Verfahren der Vorlesung) zu folgender Grammatik $G = (\Sigma, N, P, S)$ die Chomsky-Normalform! | von 6

$$\begin{array}{l} S \to BCD \mid a \\ A \to aBD \mid aDb \mid CSSD \\ B \to bB \mid aC \mid bD \\ C \to Cc \mid \epsilon \\ D \to \epsilon \mid AC \end{array}$$

Achten Sie auf die Nachvollziehbarkeit Ihrer Darstellung.

Bonusaufgabe 4.5: | von 6

1. Zeigen Sie mit Hilfe des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen, dass die Sprache $L = \{a^k b^l \mid l = k^2, k > 0\}$ nicht kontextfrei ist.

2. Zeigen Sie, dass es keine rechtslineare Grammatik G mit $L(G) = L$ geben kann, wobei:

$$L := \{w = \{0,1\}^* \mid \ w \text{ enthält genausoviele 0 wie 1}\}$$