FGI-1 – Formale Grundlagen der Informatik I

Logik, Automaten und Formale Sprachen

Musterlösung 8: — Hornformeln, Resolution

Präsenzaufgabe 8.1

1. Prüfen Sie mit dem Markierungsalgorithmus **eine** der folgenden Hornformeln auf Erfüllbarkeit. Wenn der Markierungsalgorithmus 'erfüllbar' ausgibt, so geben Sie aufgrund der erzeugten Markierungen ein Modell der Formel an.

   Achtung: Im folgenden sollen A, B, C, D, E, K, L alle Aussagesymbole sein!

   (a) $F_1 = C \wedge (\neg K \vee A) \wedge (\neg C \vee \neg A \vee L) \wedge (\neg L \vee \neg K \vee \neg D \vee B) \wedge (\neg D \vee \neg A) \wedge (\neg C \vee \neg B \vee D) \wedge K \wedge (\neg B \vee \neg D \vee \neg C \vee K) \wedge (\neg B \vee \neg C \vee \neg L)$

   Lösung Umformung in Implikationsschreibweise:

   $F_1 \equiv (\top \Rightarrow C) \wedge (K \Rightarrow A) \wedge ((C \wedge A) \Rightarrow L) \wedge ((L \wedge K \wedge D) \Rightarrow B) \wedge ((D \wedge A) \Rightarrow \bot) \wedge ((C \wedge B) \Rightarrow D) \wedge (\top \Rightarrow K) \wedge ((B \wedge D \wedge C) \Rightarrow K) \wedge ((B \wedge C \wedge L) \Rightarrow \bot)$

   Markierung:

   $(\top \Rightarrow C^1) \wedge (K^1 \Rightarrow A^2) \wedge ((C^1 \wedge A^2) \Rightarrow L^3) \wedge ((L^3 \wedge K^1 \wedge D) \Rightarrow B) \wedge ((D \wedge A^2) \Rightarrow \bot) \wedge ((C^1 \wedge B) \Rightarrow D) \wedge (\top \Rightarrow K^1) \wedge ((B \wedge D \wedge C^1) \Rightarrow K^1) \wedge ((B \wedge C^1 \wedge L^3) \Rightarrow \bot)$

   Es lassen sich keine weiteren Aussagesymbole markieren. In der Tat können wir uns leicht davon überzeugen, dass folgende Belegung F_1 wahr macht:

	A	B	C	D	E	K	L
$\mathcal{A}$	1	0	1	0	1	1	1

   (b) $F_2 = D \wedge (\neg D \vee \neg C \vee A) \wedge (\neg L \vee \neg C \vee A) \wedge C \wedge (\neg D \vee K) \wedge (\neg E \vee \neg L) \wedge (\neg A \vee \neg B \vee E) \wedge (\neg K \vee \neg D \vee \neg A \vee B) \wedge (\neg D \vee \neg E \vee \neg A)$

   Lösung Umformung in Implikationsschreibweise:

   $F_2 \equiv (\top \Rightarrow D) \wedge ((D \wedge C) \Rightarrow A) \wedge ((L \wedge C) \Rightarrow A) \wedge (\top \Rightarrow C) \wedge (D \Rightarrow K) \wedge ((E \wedge L) \Rightarrow \bot) \wedge ((A \wedge B) \Rightarrow E) \wedge ((K \wedge D \wedge A) \Rightarrow B) \wedge ((D \wedge E \wedge A) \Rightarrow \bot)$

   Markierung:

   $(\top \Rightarrow D^1) \wedge ((D^1 \wedge C^1) \Rightarrow A^2) \wedge ((L \wedge C^1) \Rightarrow A^2) \wedge (\top \Rightarrow C^1) \wedge (D^1 \Rightarrow K^2) \wedge ((E^4 \wedge L) \Rightarrow \bot) \wedge ((A^2 \wedge B^3) \Rightarrow E^4) \wedge ((K^2 \wedge D^1 \wedge A^2) \Rightarrow B^3) \wedge ((D^1 \wedge E^4 \wedge A^2) \Rightarrow \bot)$

   Die Markierung $(D^1 \wedge E^4 \wedge A^2 \Rightarrow \bot)$ zeigt, dass die Formel F_2 nicht erfüllbar ist.

2. Sie haben den Markierungsalgorithmus implementiert, um bei größeren Beständen von Fakten, Regeln und Beschränkungen, die in einer Informationsverarbeitungsaufgabe Ihrer Firma anfallen, die Erfüllbarkeit zu prüfen. Leider erhalten Sie aus verschiedenen Abteilungen immer größere Mengen von Fakten, Regeln und Beschränkungen, so dass die Verarbeitung aufwendig wird.

   Ihr Team überlegt, ob durch Vorverarbeitungsschritte die Formelmenge, die in den Markierungsalgorithmus gegeben wird, eingeschränkt werden kann. Dabei werden folgende Eigenschaften angesprochen, die die zu verarbeitenden Menge von Hornklauseln haben können.

(a) Es gibt keine Fakten (also keine Klauseln der Form $\top \Rightarrow \mathsf{A}$ für $\mathsf{A} \in \mathcal{A}s_{AL}$).
(b) Es gibt keine Beschränkungen (also keine Klauseln der Form $\mathsf{K} \Rightarrow \bot$, wobei K eine Konjunktion von Aussagesymbolen ist).
(c) Es gibt Aussagesymbole, die nur in Fakten und auf rechten Seiten von Regeln vorkommen.
(d) Es gibt Aussagesymbole, die nur in Beschränkungen und auf linken Seiten von Regeln vorkommen.

Geben Sie zu **zwei** dieser Fälle an, wie man dem Markierungsalgorithmus die Arbeit durch einen Vorverarbeitungsschritt erleichtern kann und begründen Sie die Korrektheit des Vorverarbeitungsschritts.

Lösung

(a) Man kann gleich 'erfüllbar' ausgeben, da der Markierungsalgorithmus niemals ein Aussagensymbol markieren wird. Werden alle Aussagesymbole auf $\mathsf{0}$ abgebildet, ergibt sich ein Modell der Eingabeformelmenge. Allgemein gilt: kommt in jeder Klausel einer KNF mindestens ein negatives Literal vor, dann ist die KNF erfüllbar. (Das spart natürlich nicht viel Arbeit, da der Markierungsalgorithmus dasselbe getan hätte.)
(b) Man kann gleich 'erfüllbar' ausgeben, da der Markierungsalgorithmus keinen Widerspruch aufdecken kann. Werden alle Aussagesymbole auf $\mathsf{1}$ abgebildet, ergibt sich ein Modell der Eingabeformelmenge. Allgemein gilt: kommt in jeder Klausel einer KNF mindestens ein negatives Literal vor, dann ist die KNF erfüllbar. (Das kann dem Markierungsalgorithmus viel Arbeit sparen.)
(c) In der KNF-Darstellung der Datenbasis taucht das Aussagensymbol dann nur als positives Literal auf. Jede Belegung, die dieses Aussagensymbol auf $\mathsf{1}$ abbildet, macht alle Hornklauseln, in denen es vorkommt, wahr. Deshalb kann man diese Hornklauseln aus den Eingabedaten löschen und die eingeschränkte Klauselmenge weiterbearbeiten. Ist das Resultat des Markierungsalgorithmus 'unerfüllbar', dann gilt das auch für die originale Eingabemenge. Ist das Resultat des Markierungsalgorithmus 'erfüllbar', dann gilt das auch für die originale Eingabemenge.
(d) In der KNF-Darstellung der Datenbasis taucht das Aussagensymbol dann nur als negatives Literal auf. Jede Belegung, die dieses Aussagensymbol auf $\mathsf{0}$ abbildet, macht alle Hornklauseln, in denen es vorkommt, wahr. Deshalb kann man diese Hornklauseln aus den Eingabedaten löschen und die eingeschränkte Klauselmenge weiterbearbeiten. Ist das Resultat des Markierungsalgorithmus 'unerfüllbar', dann gilt das auch für die originale Eingabemenge. Ist das Resultat des Markierungsalgorithmus 'erfüllbar', dann gilt das auch für die originale Eingabemenge.

Präsenzaufgabe 8.2

1. Bilden Sie alle möglichen Resolventen basierend auf folgenden Formelmengen. Geben Sie an, ob die Formelmengen aufgrund des Resolutionsergebnisses erfüllbar sind. Sehen Sie einen einfachen Weg, im positiven Fall aus dem Resolutionsergebnis eine erfüllende Belegung zu extrahieren?

(a) $\mathbf{M}_1 = \{\mathsf{A} \vee \mathsf{B} \vee \neg\mathsf{C}, \neg\mathsf{D} \vee \neg\mathsf{B} \vee \neg\mathsf{E}\}$

(b) $\mathbf{M}_2 = \{\mathsf{A} \vee \neg\mathsf{B}, \neg\mathsf{A} \vee \neg\mathsf{B}\}$

(c) $\mathbf{M}_3 = \{\mathsf{A} \vee \neg\mathsf{B}, \neg\mathsf{A} \vee \mathsf{B}\}$

Lösung

(a) $\mathbf{M}_1 \vdash_{\mathsf{res}} \{\mathsf{A} \vee \neg\mathsf{C} \vee \neg\mathsf{D} \vee \neg\mathsf{E}\}$. Dieses Beispiel zeigt, dass die Resolventen einem nicht unbedingt bessere Information als die Eingabeformeln geben, was die erfüllenden Belegungen angeht. Daher ist nicht zu erwarten, dass es einfach ist, aus dem Resolutionsergebnis eine erfüllende Belegung abzulesen.

(b) $\mathbf{M}_2 \vdash_{\mathsf{res}} \{\neg\mathsf{B}\}$

(c) $\mathbf{M}_3 \vdash_{\mathsf{res}}= \{\mathsf{A} \vee \neg\mathsf{A}\}$ und $\mathbf{M}_3 \vdash_{\mathsf{res}}= \{\neg\mathsf{B} \vee \mathsf{B}\}$. Mehr nicht !!

2. Zeigen Sie durch Resolution, dass die folgende Formelmenge unerfüllbar ist.
$\mathbf{M}_4 = \{\mathsf{C}, \neg\mathsf{C} \vee \mathsf{A}, \neg\mathsf{C} \vee \mathsf{B} \vee \neg\mathsf{A}, \neg\mathsf{B} \vee \neg\mathsf{A}, \neg\mathsf{D} \vee \mathsf{B}\}$
Welche Ihrer Resolutionsschritte sind bei P-Resolution zulässig? Welche bei N-Resolution. Ist Ihre Resolutionsableitung linear?

Lösung Wir ignorieren bei der Resolution die Klausel $\neg\mathsf{D} \vee \mathsf{B}$, da sie die einzige Klausel ist, die das Aussagesymbol D erwähnt. Da es insbesondere keine Klausel mit dem positiven Literal D gibt, kann bei einer auf $\neg\mathsf{D} \vee \mathsf{B}$ aufbauenden Resolutionsableitung $\neg\mathsf{D}$ nicht entfernt und damit die leere Klausel nicht erreicht werden.

Folgendes sind nur einige Bespiele. Es gibt natürlich noch mehr mögliche Resolutionsschritte. Finden Sie einen kürzeren Weg, die leere Klausel abzuleiten?

(a) $\{\mathsf{C}, \neg\mathsf{C} \vee \mathsf{A}\} \vdash_{\mathsf{res}} \mathsf{A}$

(b) $\{\mathsf{C}, \neg\mathsf{C} \vee \mathsf{B} \vee \neg\mathsf{A}\} \vdash_{\mathsf{res}} \mathsf{B} \vee \neg\mathsf{A}$

(c) $\{\neg\mathsf{C} \vee \mathsf{A}, \neg\mathsf{C} \vee \mathsf{B} \vee \neg\mathsf{A}\} \vdash_{\mathsf{res}} \neg\mathsf{C} \vee \mathsf{B}$

(d) $\{\neg\mathsf{C} \vee \mathsf{A}, \neg\mathsf{B} \vee \neg\mathsf{A}\} \vdash_{\mathsf{res}} \neg\mathsf{C} \vee \neg\mathsf{B}$

(e) $\{\neg\mathsf{C} \vee \mathsf{B} \vee \neg\mathsf{A}, \neg\mathsf{B} \vee \neg\mathsf{A}\} \vdash_{\mathsf{res}} \neg\mathsf{C} \vee \neg\mathsf{A}$

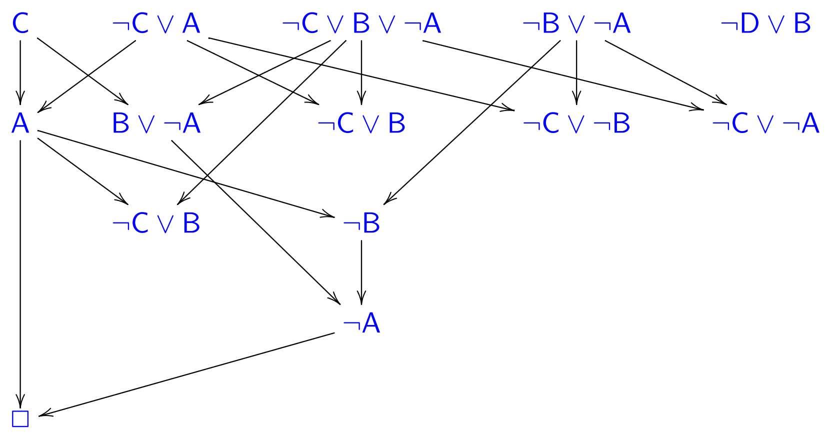
(f) $\{\mathsf{A}, \neg\mathsf{C} \vee \mathsf{B} \vee \neg\mathsf{A}\} \vdash_{\mathsf{res}} \neg\mathsf{C} \vee \mathsf{B}$

(g) $\{\mathsf{A}, \neg\mathsf{B} \vee \neg\mathsf{A}\} \vdash_{\mathsf{res}} \neg\mathsf{B}$

(h) $\{\neg\mathsf{B}, \mathsf{B} \vee \neg\mathsf{A}\} \vdash_{\mathsf{res}} \neg\mathsf{A}$

(i) $\{\mathsf{A}, \neg\mathsf{A}\} \vdash_{\mathsf{res}} \Box$

Das Ganze graphisch:



P-Resolution liegt vor bei den Schritten: (a), (b), (f), (g), (h), (i).

N-Resolution liegt vor bei den Schritten: (d), (e), (g), (i).

Die Ableitung ist nicht linear.

Es gibt noch diverse andere Wege, die leere Klausel abzuleiten.

Übungsaufgabe 8.3

von
6

1. Wenden Sie auf die folgenden Hornformeln den Markierungsalgorithmus an, um die Erfüllbarkeit zu prüfen. (Wir verwenden hier Klammerersparnisregeln entsprechend der Assoziativität von $\wedge$ und $\vee$.)

   (a) $F_3 = (A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee C \vee \neg D) \wedge D \wedge (\neg C \vee \neg B \vee \neg D) \wedge (B \vee \neg D) \wedge (\neg E \vee D)$
   Lösung
   $F_3 \equiv (B \Rightarrow A) \wedge ((A \wedge D) \Rightarrow C) \wedge (\top \Rightarrow D) \wedge ((C \wedge B \wedge D) \Rightarrow \bot) \wedge (D \Rightarrow B) \wedge (E \Rightarrow D)$
   Markierung
   $(B^2 \Rightarrow A^3) \wedge ((A^3 \wedge D^1) \Rightarrow C^4) \wedge (\top \Rightarrow D^1) \wedge ((C^4 \wedge B^2 \wedge D^1) \Rightarrow \bot) \wedge (D^1 \Rightarrow B^2) \wedge (E \Rightarrow D^1)$
   Das Markierungsverfahren ergibt, dass die Formel unerfüllbar ist ($((C^4 \wedge B^2 \wedge D^1) \Rightarrow \bot)$).

   (b) $F_4 = (A \vee \neg B) \wedge (A \vee \neg C \vee \neg D) \wedge D \wedge (\neg C \vee \neg B \vee \neg D) \wedge (B \vee \neg D) \wedge (\neg E \vee D)$
   Lösung
   $F_4 \equiv (B \Rightarrow A) \wedge ((C \wedge D) \Rightarrow A) \wedge (\top \Rightarrow D) \wedge ((C \wedge B \wedge D) \Rightarrow \bot) \wedge (D \Rightarrow B) \wedge (E \Rightarrow D)$
   Markierung:
   $(B^2 \Rightarrow A^3) \wedge ((C \wedge D^1) \Rightarrow A^3) \wedge (\top \Rightarrow D^1) \wedge ((C \wedge B^2 \wedge D^1) \Rightarrow \bot) \wedge (D^1 \Rightarrow B^2) \wedge (E \Rightarrow D^1)$
   Es können keine weiteren Markierungen vorgenommen werden. Das Markierungsverfahren ergibt, dass die Formel erfüllbar ist. Die folgende Belegung macht F_4 wahr.

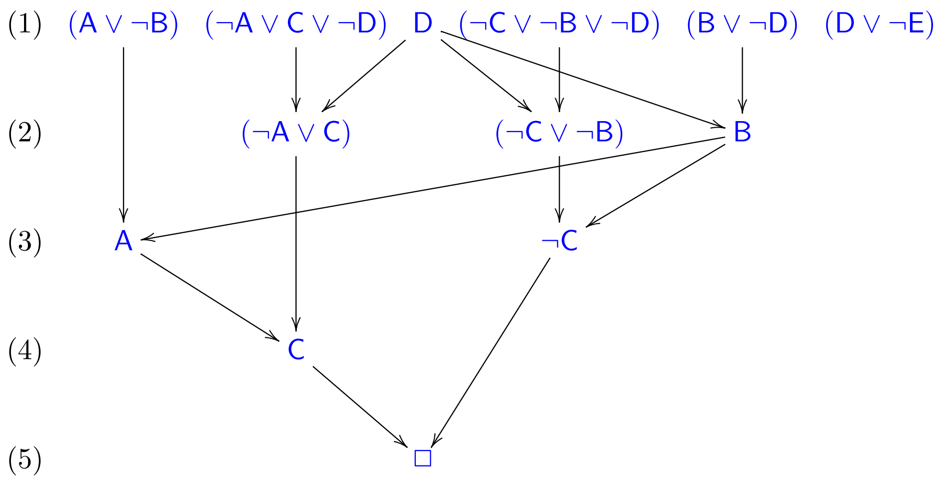
	A	B	C	D	E
$\mathcal{A}$	1	1	0	1	0

2. Wenden Sie auf die Formeln aus der vorherigen Teilaufgabe und die folgende Formel Resolution an, um die Erfüllbarkeit zu prüfen.

   (c) $F_5 = (C \vee E) \wedge \neg E \wedge (\neg A \vee B \vee \neg C) \wedge (E \vee \neg B \vee D) \wedge (E \vee \neg D) \wedge (A \vee \neg C) \wedge (C \vee \neg D)$

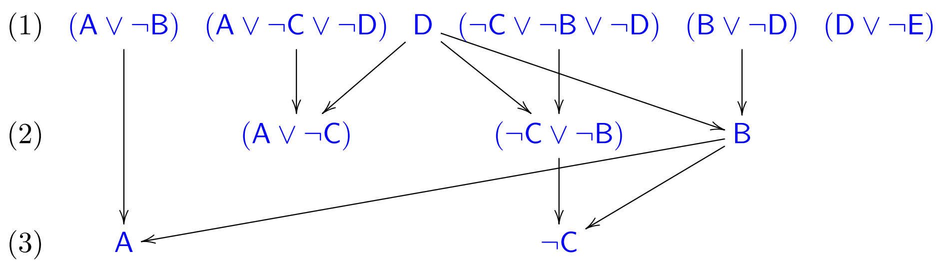
   Lösung

   (a) P-Resolution



Es wurde die leere Klausel abgeleitet. Damit ergibt auch das P-Resolutionsverfahren, dass die Formel F_3 unerfüllbar ist.

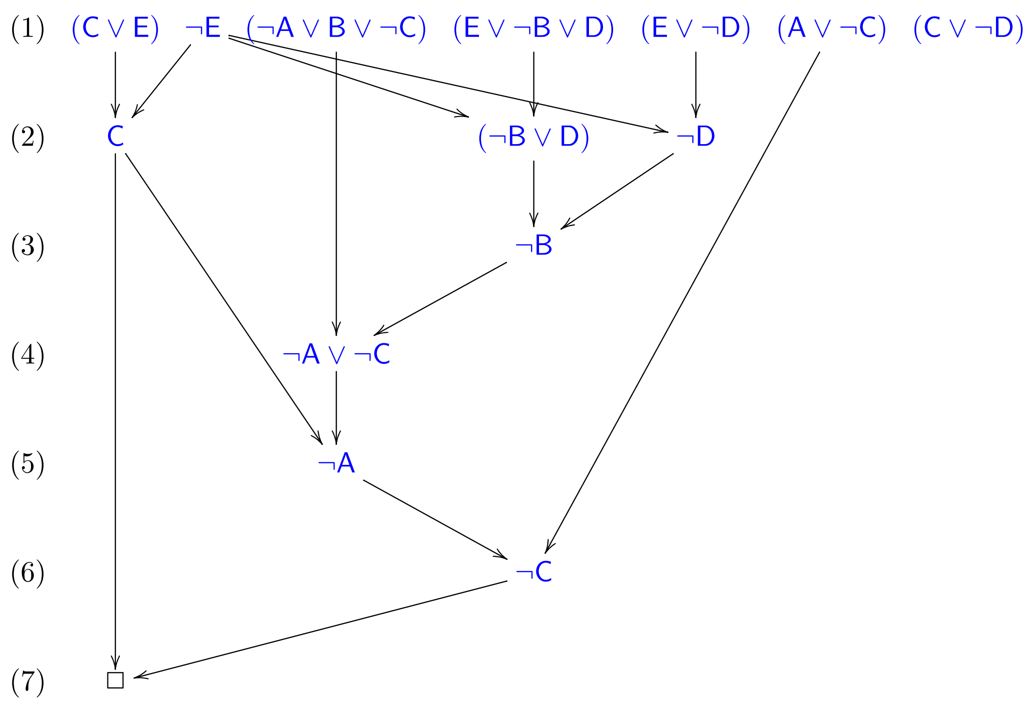
   (b) P-Resolution:



Durch P-Resolution können wir nun keine weiteren Klauseln ableiten. Da P-Resolution vollständig ist, müssen wir auch hier feststellen, dass F_4 erfüllbar sein muss.

(Die Arbeit hätten wir uns aber auch sparen können: Wir stellen fest, dass $\neg A$ gar nicht als Literal einer Klausel auftaucht, ebensowenig wie E. Also können wir die ersten beiden und die letzte Klausel schon vor der Resolution streichen, da sie uns nicht zur leeren Klausel führen können. Nach dieser Streichung, gibt es aber keine Klausel, die C als positives Literal enthält, somit können wir auch die zweite und die vierte Klausel streichen. Nach der Streichung von der fünften Klausel (das einzige noch vorkommende B) können wir dann auch die dritte Klausel streichen. Ohne Klauseln können wir natürlich die leere Klausel nicht ableiten.)

3. N-Resolution



Selbstverständlich gibt es noch andere Wege, zur leeren Klausel zu gelangen.

Übungsaufgabe 8.4

von
6

1. Erläutern Sie, wie sich die Überlegungen zur Präsenzaufgabe 8.1.2 auf den Fall eines Resolutionsbeweisers übertragen lassen. Beachten Sie, dass dabei alle möglichen KNF und nicht nur solche, die zu Hornformeln äquivalent sind, als Eingabe verwendet werden können.

   Lösung

   (a) Es gibt keine Klauseln, in denen nur positive Literale vorkommen. Entsprechend den Erläuterungen der Musterlösung ist in diesem Fall die Eingabe auf jeden Fall erfüllbar und man braucht gar nicht zu resolvieren.

   (b) Es gibt keine Klauseln, in denen nur negative Literale vorkommen. Entsprechend den Erläuterungen der Musterlösung ist in diesem Fall die Eingabe auf jeden Fall erfüllbar und man braucht gar nicht zu resolvieren.

   (c) Es taucht in der Eingabe KNF ein Aussagesymbol nur als positves Literal in Klauseln auf. Entsprechend den Erläuterungen der Musterlösung können dann alle Klauseln, in denen es vorkommt, bei der Resolution ignoriert werden.

   (d) Es taucht in der Eingabe KNF ein Aussagesymbol nur als positves Literal in Klauseln auf. Entsprechend den Erläuterungen der Musterlösung können dann alle Klauseln, in denen es vorkommt, bei der Resolution ignoriert werden.

   Wie man sieht, sind die jeweils diskutierten Fälle eigentlich völlig unabhängig davon, über welches Verarbeitungsverfahren man redet.

2. Beweisen Sie: Sei $\mathbf{M}_{\mathsf{F}}$ die Mengendarstellung einer Formel in KNF und $\mathsf{K}_1 \subseteq \mathsf{K}_2$ seien Mengendarstellungen von Klauseln. Dann gilt: $\mathbf{M} \cup \{\mathsf{K}_1\}$ ist genau dann erfüllbar, wenn $\mathbf{M} \cup \{\mathsf{K}_1, \mathsf{K}_2\}$ erfüllbar ist.

   Lösung Die Mengendarstellung von Klauseln ist disjunktiv zu interpretieren. Daher gilt, dass jede Belegung, die die Klausel K_1 wahr macht, auch die Klausel K_2 wahr macht, K_2 folgt aus K_1. Damit gilt dann aber auch, dass jede Belegung, die die Klauselmenge $\mathbf{M} \cup \{\mathsf{K}_1\}$ wahr macht, auch die Klauselmenge $\mathbf{M} \cup \{\mathsf{K}_1, \mathsf{K}_2\}$ wahr macht. Ist $\mathbf{M} \cup \{\mathsf{K}_1, \mathsf{K}_2\}$ unerfüllbar, dann muss auch $\mathbf{M} \cup \{\mathsf{K}_1\}$ unerfüllbar sein.

3. Erläutern Sie, wie Sie die Aussage aus der vorangehenden Teilaufgabe nutzen können, um den Aufwand beim Resolutionsverfahren bzw. beim Markierungsalgorithmus zu reduzieren.

   Lösung

   Liegen in der Menge der zu verarbeitenden Klauseln zwei Klauseln vor, so dass die eine Klausel (in Mengendarstellung) eine Teilmenge der anderen ist, dann kann die umfangreichere Klausel bei der Verarbeitung ignoriert werden. Da Resolution widerlegungsvollständig ist, muss es auch möglich sein, bei der eingeschränkten Menge einen Resolutionsbeweis zu konstruieren (und die kombinatorischen Möglichkeiten verringern sich mit der Streichung). (Das gilt auch, wenn wir zwischendurch eine Klausel erzeugen, die Teilmenge anderer vorliegender Klauseln sind. Allerdings ist es nicht einfach, das zu beweisen.) Ist z.B. $\{\mathsf{K}_1\}$ eine Menge, in der genau ein Literal vorkommt, dann kann jede andere Klausel, in der dasselbe Literal vorkommt, in der weiteren Resolution ignoriert werden. Das kann die Anzahl der zu betrachtenden Kombinationsmöglichkeiten bei der Resolution stark reduzieren.

   Auch das Markierungsverfahren ist für Hornformeln widerlegungsvollständig. Zeigt es für die ursprüngliche Menge von Hornklauseln die Unerfüllbarkeit an, so wird es dies auch für die eingeschränkte Hornklausel tun. Betrachten wir wieder den Fall der Klauseln mit einem Literal, so müssen wir für das Markierungsverfahren zwei Fälle unterscheiden. Ist es eine Klausel bestehend aus einem positiven Literal, so wird das Aussagensymbol bereits im ersten Durchgang markiert. Tritt dasselbe positive Literal noch in einer anderen Klausel auf, so kann diese Klausel im weiteren ignoriert werden, da ja Mehrfachmarkierungen eines Aussagensymbols nicht erfolgen. Liegt hingegen eine Klausel bestehend aus nur einem negativen Literal vor, so haben wir damit eine Beschränkung die zum Abbruch des Verfahrens führt, sobald das enthaltene Aussagensymbol markiert wird. Tritt das negative Literal in weiteren Beschränkungen auf, so ist das unerheblich, da eine Abbruchbedinung ausreicht. Tritt es in einer Regel auf, dann kann diese Regel erst zu einer Markierung führen, nachdem das Aussagensymbol markiert wurden. Dann sollte das Verfahren aber bereits abgebrochen haben.

Bonusaufgabe 8.5 Der Markierungsalgorithmus ist nur für Hornformeln formuliert worden. Machen Sie einen Vorschlag, wie der Markierungsalgorithmus so verallgemeinert werden kann, dass er mit beliebigen Klauselmengen arbeiten kann. Erläutern Sie, wieso das vorgeschlagene Verfahren korrekt ist, und, welche Nachteile es gegenüber dem Markierungsalgorithmus für Hornklauseln hat.

von
6

Lösung

1. Zunächst benötigen wir ein Darstellung von Klauseln, die mehr als ein positives Literal enthalten, in Implikationsdarstellung und ohne Negation. Dafür erlauben wir, dass rechts vom Implikationszeichen eine Disjunktion von Aussagensymbolen auftreten kann.

2. Ergänzung des Markierungsalgorithmus':

   - Bei der Markierung arbeiten wir zunächst nur mit den Hornklauseln, markieren aber alle Klauseln. Wenn mit diesen keine weiteren Markierungen vorgenommen werden können und bevor das Verfahren mit dem Ergebnis 'erfüllbar' endet, ist folgender Schritt einzuführen:
   - (*) Wir wählen aus den Klauseln mit mehr als einem positiven Literal eine Klausel, bei der alle Literale auf der linken Seite markiert sind (oder links nur $\top$ steht), aber kein Literal auf der rechten Seite markiert ist. (Wenn es keine passende Klausel gibt, dann können wir tatsächlich abbrechen und 'erfüllbar' ausgeben.)
   - Gemäß der Grundidee des Markierungsalgorithmus gilt für die gewählte Klausel, dass jede Belegung, die die Formel wahr macht, auch alle markierten Aussagensymbole wahr macht. Da alle Aussagensymbole auf der linken Seite der Implikation durch so eine Belegung wahr gemacht werden müssen, muss auch mindestens ein Aussagensymbol auf der rechten Seite durch sie wahr gemacht werden (denn die Klausel selbst muss ja auch wahr gemacht werden). Leider wissen wir nicht, welches der Aussagensymbole zu markierten ist. Daher müssen wir jetzt anfangen, auszuprobieren.
   - Dafür legen wir so viele Kopien der Klauselmenge an, wie wir Literale auf der rechten Seite der Implikation haben, und markieren in jeder Kopie ein anderes der Aussagensymbole. Anschließend arbeiten wir mit den verschiedenen Kopien weiter, wobei es auch wieder vorkommen kann, dass neue Kopien erzeugt werden müssen.
   - Wenn bei einer der Kopien ein Zustand erreicht wird, in dem keine neuen Markierungen vorgenommen werden können und keine Klausel den Bedingungen des Schrittes (*) genügt, dann können wir aufhören und 'erfüllbar' ausgeben (und alle anderen Kopien wegschmeißen).
   - Das Ergebnis 'unerfüllbar' können wir dagegen erst dann ausgeben, wenn wir in jeder der vorliegenden Kopien bei mindestens einer Beschränkung alle Aussagensymbole markiert haben.

3. Das Anlegen der verschiedenen Kopien entspricht dem Ausprobieren unterschiedlicher Belegungen. (Dafür kann man sich natürlich auch andere Formen der Buchführung überlegen.)

   Das Ergebnis 'erfüllbar' wird nach obiger Beschreibung ausgegeben, wenn man eine Gesamtmarkierung erreicht hat, bei der gilt: Jede Klausel in Implikationsschreibweise, bei der alle Aussagensymbole auf der linken Seite markiert sind, ist wenigstens ein Aussagensymbol auf der rechten Seite markiert. In diesem Fall gilt, dass die Belegung, die die markierten Aussagensymbole wahr und die unmarkierten Aussagensymbole falsch macht, jede Klausel und damit auch die ganze Formel wahr macht.

Das Ergebnis ‘unerfüllbar’ wird ausgegeben, wenn keine entsprechende Markierung konstruiert werden konnte. Hier ist wichtig, dass bei dem Anlegen der Kopien sichergestellt wurde, dass alle Möglichkeiten der Markierung der rechten Seite der gewählten Klausel auch ausprobiert wurden.

Version vom 18. Mai 2012 *Bisher erreichbare Punktzahl*: 96