

Zur Klausurvorbereitung – Aussagenlogik

Als Vorbereitung für die Klausur stellen wir hier die Begriffe, Symbole, Theoreme und Verfahren der Aussagenlogik zusammen, die Voraussetzung dafür sind, dass Sie die Grundlagen der Logik verstehen und logische Methoden in der Informatik einsetzen können. Prüfen Sie rechtzeitig, ob Sie die Einträge dieser Liste verstehen und fragen Sie gegebenenfalls in den Übungsgruppen nach.

Zentrale Begriffe der Aussagenlogik

Aussage
Aussagenlogische Sprache, Syntax, wohlgeformter Ausdruck
Formel, atomare Formel, Junktor, Hauptoperator, Teilformel
Negation, Konjunktion, Disjunktion, Implikation, Biimplikation
Semantik, Modelltheorie
Wahrheitswert, Belegung, passende Belegung, Modell
Verknüpfungstafel, Wahrheitstafel, Wahrheitswertverlauf
Ausdrückbarkeit von Junktoren durch andere Junktoren, minimale vollständige Junktorenmengen
(allgemein)gültig, erfüllbar, unerfüllbar, kontingent, Tautologie, Kontradiktion
Test auf Gültigkeit, Erfüllbarkeit, Unerfüllbarkeit
folgerbar (aus Formelmengen, Formeln), (semantisch) äquivalent
Ersetzung
Idempotenz, Kommutativität, Assoziativität, Absorption, Distributivität, Doppelnegation, de Morgansche Regel, Tautologieregel, Unerfüllbarkeitsregel
Literal (positiv / negativ), komplementäre Literale, Klausel
konjunktive Normalform (KNF), disjunktive Normalform (DNF)
Hornformel, reduzierte Hornformel
Inferenzregel, Prämissen, Konklusion, Modus Ponens
(Formel-)Substitution (Uniformität)
Anwendbarkeit einer Inferenzregel, Ableitbarkeit in einem Schritt
Kalkül, Axiom
Ableitung, Ableitbarkeit, Beweisbarkeit
Korrektheit einer Regel, Korrektheit eines Kalküls, Vollständigkeit eines Kalküls
Konsistenz, Inkonsistenz
Widerlegungsverfahren, Resolution, Resolvente, Resolventenregel, leere Klausel
Resolutionsableitung, Resolventenmenge, Theoremmenge
Widerlegungsvollständigkeit

Theoreme und Beweise

F Tautologie gdw. $\neg F$ Kontradiktion,
F Kontradiktion gdw. $\neg F$ Tautologie
Folgerbarkeit von Tautologien, Folgerbarkeit aus Kontradiktionen
Folgerbarkeit aus Menge gdw. Folgerbarkeit aus Konjunktion der Elemente
Beziehung: Folgerbarkeit und Allgemeingültigkeit der Implikation
Beziehung: Folgerbarkeit und Unerfüllbarkeit
Ersetzbarkeitstheorem
Normalformtheorem (Existenz äquivalenter KNF und DNF)
Endlichkeitssatz, Kompaktheitstheorem
Deduktionstheorem
Beziehung: Inkonsistenz – Unerfüllbarkeit
Existenz einer äquivalenten reduzierten Hornformel zu jeder Hornformel
Nicht alle Formeln haben äquivalente Hornformeln
Resolutionslemma, Resolutionssatz

Symbole

$\wedge \vee \neg \rightarrow \leftrightarrow \top \perp \bigvee_{i=1}^n \bigwedge_{i=1}^n$
 $\mathcal{A} \models \#$
$$\frac{\mathcal{L}_{AL} \vdash_R \vdash_{MP} C \vdash C \vdash_{res} \frac{F_1, \dots, F_n}{G}}{F_1, \dots, F_n \therefore G}$$

Wichtige Verfahren und Algorithmen

Induktion über den Formelaufbau
Berechnung von Wahrheitswerten komplexer Formeln
Umformung zu äquivalenter KNF und DNF
Erzeugung von KNF, DNF aus Wahrheitstafel
konstruktive und nicht-konstruktive Existenzbeweise
Markierungsalgorithmus
Resolutionsalgorithmus

Zur Klausurvorbereitung – Prädikatenlogik

Als Vorbereitung für die Klausur stellen wir hier die Begriffe, Symbole, Theoreme und Verfahren der Prädikatenlogik zusammen, die Voraussetzung dafür sind, dass Sie die Grundlagen der Logik verstehen und logische Methoden in der Informatik einsetzen können. Prüfen Sie rechtzeitig, ob Sie diese Einträge dieser Liste verstehen und fragen Sie gegebenenfalls in den Übungsgruppen nach.

Zentrale Begriffe der Prädikatenlogik

Prädikatssymbol, Funktionssymbol, Konstante, Variable, Quantor
Stelligkeit (Stellenzahl) von Prädikatssymbolen und Funktionssymbolen
Term, Aufbau komplexer Terme aus Variablen und Funktionssymbolen
Formel, Aufbau atomarer Formeln aus Prädikatssymbolen und Termen
freies vs. gebundenes Vorkommen einer Variable, Skopus von Quantoren
geschlossene vs. offene Formel, Aussage
Matrix
Struktur: Grundmenge (Grundbereich, Domäne, Individuenbereich, Universum), Interpretationsfunktion (Auswertung, valuation) zu einer Formel passende Strukturen
Interpretation (Bewertung, Wert) komplexer Terme und Formeln (Fortsetzung der Funktion $I_{\mathcal{A}}$), x-Variante einer Struktur, Interpretation komplexer Formeln mit Quantoren
Modell, Gültigkeit, Unerfüllbarkeit
Folgerbarkeit, Äquivalenz
Äquivalenzumformung
Substitution, Definition für Variablen, Fortsetzung auf komplexe Terme und Formeln
bereinigte Formel, Pränexform, pränex (Präfix, Matrix), BNF
Skolemfunktion, Skolemkonstante, Skolemisierung, Skolemform
Erfüllbarkeitsäquivalenz
Herbrand-Universum ($D(F)$), Herbrand-Struktur, Herbrand-Modell, Herbrand-Expansion ($E(F)$)
Grundsubstitution, Grundinstanz
Unifikator, allgemeinsten Unifikator, Unifizierbarkeit, allgemeinsten Unifikator
prädikatenlogische Resolvente, prädikatenlogische Resolution

Theoreme und Beweise

Zusammenhang aussagenlogischer Gültigkeit und prädikatenlogischer Gültigkeit
Ersetzbarkeitstheorem
Überführungslemma
gebundene Umbenennung
Existenz einer äquivalenten Formel in Pränexform
 x_1, \dots, x_n frei in F , dann ist F erfüllbarkeitsäquivalent zu $\exists x_1 \dots \exists x_n F$
Skolemisierung resultiert in erfüllbarkeitsäquivalenten Formeln
Existenz einer erfüllbarkeitsäquivalenten Skolemform
Erfüllbarkeit in Herbrand-Modellen
Theorem von Löwenheim-Skolem
Theorem von Skolem-Herbrand-Gödel
Satz von Herbrand
Grundresolutionssatz
Unifikationssatz
Lifting-Lemma
Resolutionssatz der Prädikatenlogik

Symbole

$\forall \exists$
 $\mathcal{A} = (U_{\mathcal{A}}, I_{\mathcal{A}}); I_{\mathcal{A}}(P), I_{\mathcal{A}}(f), I_{\mathcal{A}}(x); P^{\mathcal{A}}, f^{\mathcal{A}}, x^{\mathcal{A}};$
 $\mathcal{A}(F), \mathcal{A}(t), \mathcal{A}(P), \mathcal{A}(f), \mathcal{A}(x)$
 $\mathcal{A}_{[x/d]}$
 $F[x/t], F_{sub}, L_{sub}, \mathbf{L}_{sub}$

Wichtige Verfahren und Algorithmen

Erstellung von Skolemformen
Erstellung von (erfüllbarkeitsäquivalenten) Klauselnormalformen für die Prädikatenlogik
Algorithmus von Gilmore
Grundresolutionsalgorithmus
Unifikationsalgorithmus