## FGI-2 – Formale Grundlagen der Informatik II

Modellierung und Analyse von Informatiksystemen Aufgabenblatt 2: Büchi-Automaten,  $\omega$ -reguläre Sprachen Präsenzteil am 21./22. 10. – Abgabe am 28./29. 10. 2013

Präsenzaufgabe 2.1: Betrachten Sie den Büchi-Automaten A aus Beispiel 1.11 im Skript.

- 1. Erläutern Sie, warum  $L^{\omega}(A)$  so aussieht, wie es im Skript angegeben ist.
- 2. Betrachten Sie A als NFA. Bestimmen Sie L(A).
- 3. Angenommen  $z_2$  sei nicht mehr Endzustand und sei A' der resultierende Automat. Bestimmen Sie dann die resultierende Sprache  $L^{\omega}(A')$ .

**Präsenzaufgabe 2.2:** Zeigen Sie die erste Teilaussage von Lemma 1.15: "Die Vereinigung zweier  $\omega$ -regulärer Mengen  $U \cup V$  ist immer eine  $\omega$ -reguläre Menge."

- 1. Geben Sie ein Verfahren an, welches  $U \cup V$  konstruktiv aus U und V ermittelt.
- 2. Wenden Sie Ihr Verfahren auf die Sprachen  $L_{2,2,1} = \{bad\}^{\omega}$  und  $L_{2,2,2} = (\{ac\} \cdot \{d\}^* \cdot \{c\})^{\omega}$  an.
- 3. Begründen Sie Korrektheit und Termination Ihres Verfahrens.
- 4. Vergleichen Sie die Sprache  $L_{2,2,1} \cup L_{2,2,2}$  mit der Sprache  $L^{\omega}(A)$  aus Präsenzaufgabe 2.1.

Übungsaufgabe 2.3: Gegeben der NFA  $A_{2,3}$ :

 von 6

- 1. Geben Sie explizit die Sprache  $L(A_{2.3})$  sowie die Sprachen  $L^{\omega}(A_{2.3})$  und  $(L(A_{2.3}))^{\omega}$  als regulären bzw.  $\omega$ -regulären Ausdruck an.
- 2. Diskutieren Sie den Unterschied zwischen  $L^{\omega}(A_{2.3})$  und  $(L(A_{2.3}))^{\omega}$ . Benennen Sie zwei konkrete  $\omega$ -Wörter aus jeder Sprache (Sie können die Wörter als  $\omega$ -reguläre Ausdrücke ohne die Operatoren +, ()<sup>+</sup> und ()\* beschreiben).
- 3. Zeichnen Sie das Zustandsdiagramm eines Büchi-Automaten, der  $(L(A_{2.3}))^{\omega}$  akzeptiert. Begründen Sie die Korrektheit des Automaten.

Übungsaufgabe 2.4: Zeigen Sie die zweite Teilaussage von Lemma 1.15: "Der  $\omega$ -Abschluss  $U^{\omega}$  einer regulären Menge U ist immer eine  $\omega$ -reguläre Menge."

von 6

Führen Sie einen konstruktiven Beweis durch. *Hinweis:* Der kurze Lösungsweg über reguläre Ausdrücke bringt maximal die halbe Punktzahl. Volle Punktzahl gibt es nur für die Konstruktion eines Büchi-Automaten.

- 1. Benennen Sie die Arbeitsschritte, die für einen konstruktiven Beweis des Lemmas notwendig sind.
- 2. Entwickeln Sie ein geeignetes Konstruktionsverfahren.
- 3. Weisen Sie die Qualität Ihres Verfahrens entsprechend Teilaufgabe 1 nach.
- 4. Wenden Sie das Verfahren aus Ihrem Beweis auf die reguläre Sprache an, die von NFA  $A_{2.3}$  akzeptiert wird.

Bisher erreichbare Punktzahl: 24