FGI-1 – Formale Grundlagen der Informatik I

Logik, Automaten und Formale Sprachen

Musterlösung 6 : — Semantik, Äquivalenz, Normalformen

Präsenzaufgabe 6.1

1. Erstellen Sie zu der folgenden aussagenlogischen Formel eine Wahrheitstafel.

$$F = ((A \Leftrightarrow \neg B) \wedge \neg((C \Rightarrow B) \vee A))$$

Lösung

	A	B	C	¬B	$(A \Leftrightarrow \neg B)$	$(C \Rightarrow B)$	$((C \Rightarrow B) \vee A)$	$\neg((C \Rightarrow B) \vee A)$	F
$\mathcal{A}_0$	0	0	0	1	0	1	1	0	0
$\mathcal{A}_1$	0	0	1	1	0	0	0	1	0
$\mathcal{A}_2$	0	1	0	0	1	1	1	0	0
$\mathcal{A}_3$	0	1	1	0	1	1	1	0	0
$\mathcal{A}_4$	1	0	0	1	1	1	1	0	0
$\mathcal{A}_5$	1	0	1	1	1	0	1	0	0
$\mathcal{A}_6$	1	1	0	0	0	1	1	0	0
$\mathcal{A}_7$	1	1	1	0	0	1	1	0	0

2. Geben Sie Funktionen $\mathsf{zeilen}, \mathsf{spalten} : \mathcal{L}_{AL} \to I\!N$ zur Bestimmung der Anzahl der erforderlichen Zeilen und Spalten einer Wahrheitstafel für eine Formel an.

   Lösung $\mathsf{zeilen}(F) = 2^{(|\mathsf{Tf}(F) \cap \mathcal{A}s_{AL}|)}$ $\mathsf{spalten}(F) = |\mathsf{Tf}(F)|$

3. Überführen Sie unter Angabe des Übersetzungsschlüssels die folgenden natürlichsprachlichen Sätze in aussagenlogische Formeln. Bei mehreren möglichen Lesarten geben Sie bitte alle an. Versuchen Sie bei der Übersetzung die logische Struktur in der Formel möglichst fein zu repräsentieren. (Bsp: Der Satz “Es ist nicht der Fall, dass Peter ein Mann ist”, sollte z.B. nicht durch A formalisiert werden, da die Negation nicht sichtbar wäre, sondern durch ¬A.)

   (a) (Immer) wenn die Sonne scheint, ist Sabine gut gelaunt.

   (b) Sabine geht nur bei schönem Wetter Eis-Essen.

   (c) Peter steht auf, frühstückt und fährt zur Arbeit.

   (d) Sabine und Peter tragen einen Koffer.

   (e) Sabine liebt und hasst Spargel.

   Lösung

   (a) A: Die Sonne scheint. B: Sabine ist gut gelaunt. $(A \Rightarrow B)$

   (b) A: Sabine geht Eis-Essen. B: Es ist schönes Wetter. $(A \Rightarrow B)$ (Ja, wirklich so herum.)

   (c) A: Peter steht auf. B: Peter frühstückt. C: Peter fährt zur Arbeit. $(A \wedge (B \wedge C))$ (Zeitliche Information ist nicht enthalten.)

(d) i. A: Sabine trägt einen Koffer. B Peter trägt einen Koffer. $(\mathsf{A} \wedge \mathsf{B})$

ii. A: Sabine und Peter tragen gemeinsam einen Koffer. A

(e) A: Sabine liebt Spargel. $(\mathsf{A} \wedge \neg\mathsf{A})$ (Naja, aber einen Versuch war es doch wert? Versuchen Sie doch mal: Diese Kontradiktion ist erfüllbar.)

Präsenzaufgabe 6.2

1. Welche der drei folgenden Formeln ist allgemeingültig, kontingent, erfüllbar, unerfüllbar bzw. falsifizierbar. Welche ist eine Tautologie oder eine Kontradiktion?

   (a) $(\mathsf{A} \Rightarrow \mathsf{A})$ (b) $(\mathsf{A} \Rightarrow \neg\mathsf{A})$ (c) $(\mathsf{A} \Leftrightarrow \neg\mathsf{A})$

   Lösung

   (a) $(\mathsf{A} \Rightarrow \mathsf{A})$ erfüllbar, allgemeingültig, Tautologie

   (b) $(\mathsf{A} \Rightarrow \neg\mathsf{A})$ erfüllbar, falsifizierbar, kontingent

   (c) $(\mathsf{A} \Leftrightarrow \neg\mathsf{A})$ falsifizierbar, unerfüllbar, Kontradiktion

	A	$\neg\mathsf{A}$	$(\mathsf{A} \Rightarrow \neg\mathsf{A})$	$(\mathsf{A} \Rightarrow \mathsf{A})$	$(\mathsf{A} \Leftrightarrow \neg\mathsf{A})$
$\mathcal{A}_0$	0	1	1	1	0
$\mathcal{A}_1$	1	0	0	1	0

2. Bilden Sie zu **einer** der folgenden Formeln eine DNF **und** eine KNF durch Äquivalenzumformungen. Geben Sie bei jeder Umformung an, welche Umformungsregel Sie anwenden.

   (a) $((\mathsf{A} \Rightarrow \mathsf{B}) \wedge (\neg\mathsf{C} \Rightarrow \neg\mathsf{D}))$

   (b) $(((\mathsf{A} \Rightarrow \mathsf{B}) \vee \neg\mathsf{C}) \Rightarrow (\neg\mathsf{C} \wedge \neg(\mathsf{A} \Rightarrow \neg\mathsf{B})))$

   Lösung Wir verwenden hier die Klammerersparnisregeln (äußerste Klammern weglassen, keine interne Klammerung bei mehrfachen Konjunktionen und Disjunktionen, da damit die Lesbarkeit verbessert wird.) Rechts ist jeweils vermerkt, wie wir zur nächsten Zeile kommen. Anwendungen des Kommutativgesetzes sind nicht explizit angegeben.

   (a)

$$
\begin{array}{ll}
(\mathsf{A} \Rightarrow \mathsf{B}) \wedge (\neg\mathsf{C} \Rightarrow \neg\mathsf{D}) & \text{Elim. von } \Rightarrow \\
\equiv (\neg\mathsf{A} \vee \mathsf{B}) \wedge (\neg\neg\mathsf{C} \vee \neg\mathsf{D}) & \text{Dopp. Negation} \\
\equiv (\neg\mathsf{A} \vee \mathsf{B}) \wedge (\mathsf{C} \vee \neg\mathsf{D}) & \text{KNF} \\
 & \text{Distributivität} \\
\equiv (\neg\mathsf{A} \wedge (\mathsf{C} \vee \neg\mathsf{D})) \vee (\mathsf{B} \wedge (\mathsf{C} \vee \neg\mathsf{D})) & \text{Distributivität} \\
\equiv (\neg\mathsf{A} \wedge \mathsf{C}) \vee (\neg\mathsf{A} \wedge \neg\mathsf{D}) \vee (\mathsf{B} \wedge \mathsf{C}) \vee (\mathsf{B} \wedge \neg\mathsf{D}) & \text{DNF}
\end{array}
$$

(b) $((A \Rightarrow B) \vee \neg C) \Rightarrow (\neg C \wedge \neg(A \Rightarrow \neg B))$ — Elim. von $\Rightarrow$

$\equiv \neg((\neg A \vee B) \vee \neg C) \vee (\neg C \wedge \neg(\neg A \vee \neg B))$ — de Morgan

$\equiv (\neg(\neg A \vee B) \wedge \neg\neg C) \vee (\neg C \wedge \neg\neg A \wedge \neg\neg B)$ — de Morgan

$\equiv (\neg\neg A \wedge \neg B \wedge \neg\neg C) \vee (\neg C \wedge \neg\neg A \wedge \neg\neg B)$ — Dopp. Negation

$\equiv (A \wedge \neg B \wedge C) \vee (\neg C \wedge A \wedge B)$ — DNF

Distributivität

$\equiv A \wedge ((\neg B \wedge C) \vee (\neg C \wedge B))$ — Distributivität

$\equiv A \wedge (\neg B \vee (\neg C \wedge B)) \wedge (C \vee (\neg C \wedge B))$ — Distributivität

$\equiv A \wedge (\neg B \vee \neg C) \wedge (\neg B \vee B) \wedge (C \vee \neg C) \wedge (C \vee B)$ — KNF

Tautologieregel

$\equiv A \wedge (\neg B \vee \neg C) \wedge (C \vee B)$ — KNF

Alternativer Weg:

$(A \wedge \neg B \wedge C) \vee (\neg C \wedge A \wedge B)$ — DNF

Distributivität

$\equiv (A \vee (\neg C \wedge A \wedge B)) \wedge (\neg B \vee (\neg C \wedge A \wedge B)) \wedge (C \vee (\neg C \wedge A \wedge B))$ — Absorption

$\equiv A \wedge (\neg B \vee (\neg C \wedge A \wedge B)) \wedge (C \vee (\neg C \wedge A \wedge B))$ — Distributivität

$\equiv A \wedge (\neg B \vee \neg C) \wedge (\neg B \vee A) \wedge (\neg B \vee B) \wedge (C \vee \neg C) \wedge (C \vee A) \wedge (C \vee B)$ — KNF

Tautologieregel

$\equiv A \wedge (\neg B \vee \neg C) \wedge (\neg B \vee A) \wedge (C \vee A) \wedge (C \vee B)$ — KNF

Absorption

$\equiv A \wedge (\neg B \vee \neg C) \wedge (C \vee B)$ — KNF

Übungsaufgabe 6.3

von 4

1. Bilden Sie drei allgemeingültige, drei unerfüllbare, drei kontingente, drei erfüllbare und drei falsifizierbare Formeln, in denen $(A \vee B)$ als Teilformel vorkommt, und zeigen Sie, dass die gebildeten Formeln die geforderten Eigenschaften haben.

   Lösung Insgesamt müssen natürlich nur 9 Formeln angegeben werden, da die kontingenten auch erfüllbar und falsifizierbar sind, die allgemeingültigen erfüllbar und die unerfüllbaren falsifizierbar.

   - allgemeingültig (Tautologien) und damit auch erfüllbar:
     $((A \vee B) \vee \neg(A \vee B))$, $((A \vee B) \Rightarrow (A \vee B))$, $((A \vee B) \Leftrightarrow (A \vee B))$ (s. Wahrheitswertverlauf unten)
   - unerfüllbar (Kontradiktion) und damit auch falsifizierbar:
     $\neg((A \vee B) \vee \neg(A \vee B))$, $\neg((A \vee B) \Rightarrow (A \vee B))$, $\neg((A \vee B) \Leftrightarrow (A \vee B))$, (Negationen von Tautologien)
     $((A \vee B) \Leftrightarrow \neg(A \vee B))$,$((A \vee B) \wedge \neg(A \vee B))$ (s. Wahrheitswertverlauf unten)
   - kontingent und damit auch erfüllbar und falsifizierbar:
     $(A \vee B)$, $\neg(A \vee B)$, $((A \vee B) \wedge (A \vee B))$, $((A \vee B) \Rightarrow \neg(A \vee B))$ (s. Wahrheitswertverlauf unten)

	A	B	$(A \vee B)$	$\neg(A \vee B)$	$((A \vee B) \wedge (A \vee B))$	$((A \vee B) \Rightarrow \neg(A \vee B))$	$((A \vee B) \vee \neg(A \vee B))$
$\mathcal{A}_0$	0	0	0	1	0	1	1
$\mathcal{A}_1$	0	1	1	0	1	0	1
$\mathcal{A}_2$	1	0	1	0	1	0	1
$\mathcal{A}_3$	1	1	1	0	1	0	1

	A	B	$((A \vee B) \Rightarrow (A \vee B))$	$((A \vee B) \Leftrightarrow (A \vee B))$	$((A \vee B) \Leftrightarrow \neg(A \vee B))$	$((A \vee B) \wedge \neg(A \vee B))$
$\mathcal{A}_0$	0	0	1	1	0	0
$\mathcal{A}_1$	0	1	1	1	0	0
$\mathcal{A}_2$	1	0	1	1	0	0
$\mathcal{A}_3$	1	1	1	1	0	0

2. Widerlegen Sie folgende Äquivalenzbehauptungen, wobei hier $A, B, C, D, E, F \in \mathcal{A}s_{AL}$ sein sollen.

   (a) $((A \Rightarrow B) \Rightarrow (C \Rightarrow D)) \equiv ((B \Rightarrow A) \Rightarrow (D \Rightarrow C))$

   (b) $((A \vee (B \vee C)) \wedge (D \vee (E \vee F))) \equiv ((A \wedge D) \vee ((B \wedge E) \vee (C \wedge F)))$

   Lösung

   (a) Wir suchen nach einer Belegung, die $((A \Rightarrow B) \Rightarrow (C \Rightarrow D))$ wahr macht und $((B \Rightarrow A) \Rightarrow (D \Rightarrow C))$ falsch macht. $((B \Rightarrow A) \Rightarrow (D \Rightarrow C))$ wird nur falsch, wenn $(B \Rightarrow A)$ wahr und $(D \Rightarrow C)$ falsch gemacht wird. $(D \Rightarrow C)$ wird nur falsch, wenn D wahr und C falsch gemacht wird. In diesem Fall ist $(C \Rightarrow D)$ wahr und damit ist auch $((A \Rightarrow B) \Rightarrow (C \Rightarrow D))$ wahr. Jetzt müssen wir nur noch eine geeignete Belegung für A und B finden. Werden beide wahr gemacht, dann ist auch $(B \Rightarrow A)$ wahr und damit $((B \Rightarrow A) \Rightarrow (D \Rightarrow C))$ falsch .

   (b) Ist die rechte Seite wahr, dann ist automatisch auch die linke Seite wahr. Deshalb gilt es, eine Belegung zu finden, die die rechte Seite falsch und die linke Seite wahr macht. Dazu muß aus jeder Disjunktion der linken Seite ein Aussagensymbol wahr gemacht werden, aber wir müssen auch mindestens ein Aussagensymbol aus jeder Konjunktion der rechten Seite falsch machen.
   Hier haben wir verschiedene Alternativen, z.B. $\mathcal{A}(A) = 1$, $\mathcal{A}(B) = 0$, $\mathcal{A}(C) = 0$, $\mathcal{A}(D) = 0$, $\mathcal{A}(E) = 1$, $\mathcal{A}(F) = 0$

Übungsaufgabe 6.4

von
4

1. Bilden Sie zu der folgenden Formel eine KNF **und** eine DNF durch Äquivalenzumformungen. Geben Sie bei jeder Umformung an, welche Umformungsregel Sie anwenden.

$$((A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow C)$$

Lösung Wir verwenden hier die Klammerersparnisregeln (äußerste Klammern weglassen, keine interne Klammerung bei mehrfachen Konjunktionen und Disjunktionen, da damit die Lesbarkeit verbessert wird.) Rechts ist jeweils vermerkt, wie wir zur nächsten Zeile kommen. Anwendungen des Kommutativgesetzes sind nicht explizit angegeben.

Zur Vereinfachung und Fehlervermeidung formen wir zunächst $A \Leftrightarrow B$ in DNF und KNF um.

$A \Leftrightarrow B$	Elimination $\Leftrightarrow$
$\equiv (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$	Elimination $\Rightarrow$
$\equiv (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A)$	KNF
$A \Leftrightarrow B$	Elimination $\Leftrightarrow$
$\equiv (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)$	DNF

KNF-Erzeugung:

$(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow C$	Elimination $\Leftrightarrow$
$\equiv ((A \Leftrightarrow B) \Rightarrow C) \wedge (C \Rightarrow (A \Leftrightarrow B))$	Elimination $\Rightarrow$
$\equiv (\neg(A \Leftrightarrow B) \vee C) \wedge (\neg C \vee (A \Leftrightarrow B))$	

Wir bearbeiten jetzt die beiden Teile der Konjunktion getrennt, mit dem Ziel, für diese KNFen zu erzeugen.

$\neg(A \Leftrightarrow B) \vee C$	Einsetzung der DNF
$\equiv \neg((A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)) \vee C$	de Morgan, Doppelte Negation
$\equiv ((\neg A \vee \neg B) \wedge (A \vee B)) \vee C$	Distributivgesetz
$\equiv (\neg A \vee \neg B \vee C) \wedge (A \vee B \vee C)$	KNF
$\neg C \vee (A \Leftrightarrow B)$	Einsetzung der KNF
$\equiv \neg C \vee ((\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A))$	Distributivgesetz
$\equiv (\neg C \vee \neg A \vee B) \wedge (\neg C \vee \neg B \vee A)$	KNF

Die Verknüpfung dieser beiden Teilresultate ergibt:

$$(\neg(A \Leftrightarrow B) \vee C) \wedge (\neg C \vee (A \Leftrightarrow B))$$
$$\equiv (\neg A \vee \neg B \vee C) \wedge (A \vee B \vee C) \wedge (\neg C \vee \neg A \vee B) \wedge (\neg C \vee \neg B \vee A) = G$$

DNF-Erzeugung:

$(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow C$	Elimination $\Leftrightarrow$
$\equiv ((A \Leftrightarrow B) \wedge C) \vee (\neg(A \Leftrightarrow B) \wedge \neg C)$	

Wir bearbeiten jetzt die beiden Teile der Disjunktion getrennt, mit dem Ziel, für diese DNFen zu erzeugen.

$(A \Leftrightarrow B) \wedge C$	Einsetzung der DNF
$\equiv (((A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)) \wedge C)$	Distributivgesetz
$\equiv (A \wedge B \wedge C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge C)$	DNF

$\neg(A \Leftrightarrow B) \wedge \neg C$	Einsetzung der KNF
$\equiv \neg((\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A)) \wedge \neg C$	de Morgan, doppelte Negation
$\equiv ((A \wedge \neg B) \vee (B \wedge \neg A)) \wedge \neg C$	Distributivgesetz
$\equiv (A \wedge \neg B \wedge \neg C) \vee (B \wedge \neg A \wedge \neg C)$ DNF	

Die Verknüpfung dieser beiden Teilresultate ergibt:

$$((A \Leftrightarrow B) \wedge C) \vee (\neg(A \Leftrightarrow B) \wedge \neg C)$$
$$\equiv (A \wedge B \wedge C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge C) \vee (A \wedge \neg B \wedge \neg C) \vee (B \wedge \neg A \wedge \neg C) = F$$

2. Prüfen Sie mit Hilfe der Wahrheitstafelmethode, ob die resultierenden Formeln tatsächlich äquivalent zur Ursprungsformel sind.

Lösung

	A	B	C	$(A \Leftrightarrow B)$	$(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow C$
$\mathcal{A}_0$	0	0	0	1	0
$\mathcal{A}_1$	0	0	1	1	1
$\mathcal{A}_2$	0	1	0	0	1
$\mathcal{A}_3$	0	1	1	0	0
$\mathcal{A}_4$	1	0	0	0	1
$\mathcal{A}_5$	1	0	1	0	0
$\mathcal{A}_6$	1	1	0	1	0
$\mathcal{A}_7$	1	1	1	1	1

	A	B	C	$(A \vee B \vee C)$	$(\neg A \vee \neg B \vee C)$	$(\neg C \vee \neg A \vee B)$	$(\neg C \vee \neg B \vee A)$	G
$\mathcal{A}_0$	0	0	0	0	1	1	1	0
$\mathcal{A}_1$	0	0	1	1	1	1	1	1
$\mathcal{A}_2$	0	1	0	1	1	1	1	1
$\mathcal{A}_3$	0	1	1	1	1	1	0	0
$\mathcal{A}_4$	1	0	0	1	1	1	1	1
$\mathcal{A}_5$	1	0	1	1	1	0	1	0
$\mathcal{A}_6$	1	1	0	1	0	1	1	0
$\mathcal{A}_7$	1	1	1	1	1	1	1	1

	A	B	C	$(\neg A \wedge \neg B \wedge C)$	$(A \wedge B \wedge C)$	$(A \wedge \neg B \wedge \neg C)$	$(B \wedge \neg A \wedge \neg C)$	F
$\mathcal{A}_0$	0	0	0	0	0	0	0	0
$\mathcal{A}_1$	0	0	1	1	0	0	0	1
$\mathcal{A}_2$	0	1	0	0	0	0	1	1
$\mathcal{A}_3$	0	1	1	0	0	0	0	0
$\mathcal{A}_4$	1	0	0	0	0	1	0	1
$\mathcal{A}_5$	1	0	1	0	0	0	0	0
$\mathcal{A}_6$	1	1	0	0	0	0	0	0
$\mathcal{A}_7$	1	1	1	0	1	0	0	1

Übungsaufgabe 6.5 Sie haben im Rahmen eines Projektes eine Funktion namens KNF programmiert, die zu einer Formel eine äquivalente Formel in konjunktiver Normalform erzeugt. Nun wird festgestellt, dass man auch die Funktion DNF braucht, die zu einer Formel die äquivalente disjunktive Normalform erzeugt.

von
4

Peter Schlauberger hat eine Funktion namens TAUSCH geschrieben, die bei einer Formel in konjunktiver Normalform alle Konjunktionen in Disjunktionen und alle Disjunktionen in Konjunktionen umtauscht und zudem jedes Literal durch das jeweils komplementäre Literal ersetzt. Genauer gesagt erfüllt TAUSCH die folgende Spezifikation:

1. Ist F eine atomare Formel, dann ist $\text{TAUSCH}(F) = \neg F$.
2. Ansonsten gilt für beliebige Formeln F und G:
   (a) $\text{TAUSCH}(\neg F) = F$
   (b) $\text{TAUSCH}((F \wedge G)) = (\text{TAUSCH}(F) \vee \text{TAUSCH}(G))$
   (c) $\text{TAUSCH}((F \vee G)) = (\text{TAUSCH}(F) \wedge \text{TAUSCH}(G))$

Peter Schlauberger sagt nun, dass man einfach die konjunktive Normalform einer Formel dieser Funktion unterziehen muss, um die disjunktive Normalform zu erhalten (und lässt dabei den Namen de Morgan fallen).

1. Beweisen Sie, dass die erzeugte Formel tatsächlich in disjunktiver Normalform ist, wenn TAUSCH auf eine konjunktive Normalform angewendet wird.
2. Zeigen Sie (durch ein Gegenbeispiel), dass Peter sich trotzdem irrt, d.h. dass die sequentielle Anwendung $\text{TAUSCH}(\text{KNF}(F))$ nicht eine DNF zu F erzeugt.

Lösung

1. Ist F in konjunktiver Normalform, dann gibt es eine Menge von Literalen $L_{i,k}$, so dass

$$F = (\bigwedge_{i=1}^{n} (\bigvee_{k=1}^{m_i} L_{i,k}))$$

   Wird auf ein Literal L die Funktion TAUSCH angewendet, dann wird (lt. Spezifikation) jeweils das komplementäre Literal erzeugt.

$$\text{TAUSCH}(L) = \overline{L}$$

   Wird auf eine Disjunktion von Literalen $(\bigvee_{k=1}^{m} L_k)$ die Funktion TAUSCH angewendet, dann wird (lt. Spezifikation) die Funktion TAUSCH auf die Literale angewendet und die resultierenden (komplementären) Literale werden dann mit der Konjunktion zu einer Formel verbunden.

$$\text{TAUSCH}((\bigvee_{k=1}^{m_i} L_{ik})) = (\bigwedge_{k=1}^{m_i} \overline{L_k})$$

   Wird auf eine Formel in konjunktiver Normalform TAUSCH angewendet, dann ergibt sich lt. Spezifikation von TAUSCH

$$\begin{aligned} \text{TAUSCH}(F) &= \text{TAUSCH}((\bigwedge_{i=1}^{n}(\bigvee_{k=1}^{m_i} L_{i,k}))) \\ &= (\bigvee_{i=1}^{n} \text{TAUSCH}((\bigvee_{k=1}^{m_i} L_{i,k}))) \\ &= (\bigvee_{i=1}^{n}(\bigwedge_{k=1}^{m_i} \text{TAUSCH}(L_{i,k}))) \\ &= (\bigvee_{i=1}^{n}(\bigwedge_{k=1}^{m_i} \overline{L_{i,k}})) \end{aligned}$$

   Dies ist lt. Definition eine Formel in disjunktiver Normalform.

2. Die atomare Formel A ist eine Formel in konjunktiver Normalform. Sie wird durch TAUSCH auf $\neg A$ abgebildet. A und $\neg A$ sind aber nicht äquivalent, also ist $\neg A$ keine disjunktive Normalform zu A.