

FGI-1 – Formale Grundlagen der Informatik I

Logik, Automaten und Formale Sprachen

Aufgabenblatt 1 : Formale Sprachen und Endliche Automaten

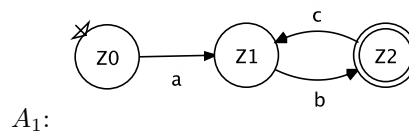
Präsenzaufgabe 1.1: Wir betrachten den Monoid $(\Sigma^*, \cdot, \epsilon)$ mit $\Sigma = \{a, b, c\}$.

Betrachte die Teilmengen $X, Y \subseteq \Sigma^*$ mit $X = \{a, ab, \epsilon\}$ und $Y = \{c, bc, ac\}$.

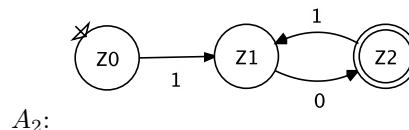
1. Bestimmen Sie Σ^2 .
2. Bestimmen Sie $X \times Y$ und $|X \times Y|$.
3. Bestimmen Sie $X \cdot Y$ und $|X \cdot Y|$.
4. Bestimmen Sie X^+ und X^* .

Präsenzaufgabe 1.2:

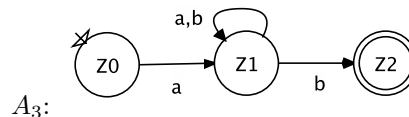
1. Geben Sie die formale Notation des folgenden DFA A_1 an und bestimmen Sie $L(A_1)$.



2. Sei $M_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ beginnt mit } a \text{ und endet mit } b\}$.
Konstruieren Sie einen NFA A , so dass $L(A) = M_1$ gilt.
3. Gegeben ist der folgende DFA A_2 . Sei $M_2 = \{10\}\{10\}^*$. Beweisen Sie $L(A_2) = M_2$, indem Sie zwei Inklusionen beweisen.



4. Konstruieren Sie den Potenzautomaten (nach dem 2. Verfahren, das nur die initial Zusammenhangskomponente erzeugt) zu folgenden NFA A_3 .



Übungsaufgabe 1.3: Sei Σ ein Alphabet und $X, Y, Z \subseteq \Sigma^*$ beliebige Sprachen.

Beweisen oder widerlegen Sie folgende Gleichungen, indem Sie zwei Inklusionsbeziehungen beweisen oder ein Gegenbeispiel angeben.

von
4

1. $(X \cup Y) \cdot Z = (X \cdot Z) \cup (Y \cdot Z)$
2. $(X \cdot Y) \cup Z = (X \cup Z) \cdot (Y \cup Z)$
3. $(X^*)^* = X^*$
4. $(X \cup Y)^* = X^* \cup Y^*$
5. Als Bonusaufgabe (1 Extrapunkt): $(X \cdot Y)^* \cdot X = X \cdot (Y \cdot X)^*$

Übungsaufgabe 1.4:

von
4

1. Geben Sie einen NFA A_1 an, der die folgende Sprache akzeptiert:

$$L_1 := \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ enthält eine gerade Anzahl von 0 und eine ungerade Anzahl von 1}\}$$

2. Geben Sie einen NFA A_2 an, der die folgende Sprache akzeptiert:

$$L_2 := \{w \in \{a, b\}^* \mid \text{in jedem Anfangsstück } u \text{ von } w \text{ gilt: } 0 \leq |u|_a - |u|_b \leq 3\}$$

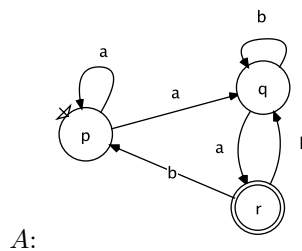
Hierbei bezeichnet $|w|_x$ die Anzahl des Auftretens des Zeichens x in einem Wort w .

Geben Sie zu jedem Zustand q der Automaten eine inhaltliche Interpretation an, d.h. eine Eigenschaft, die gilt, wenn das bislang eingelesene Anfangsstück des Wortes nach q geführt hat.

Übungsaufgabe 1.5:

von
4

1. Konstruieren Sie den Potenzautomaten zu folgendem NFA A .



2. Sei δ die Überföhrungsfunktion eines vollständigen DFA und δ^* seine Erweiterung (vgl. Def. 13.2).

Beweisen Sie für alle Zeichen $x \in \Sigma$, Worte $w \in \Sigma^*$ und alle Zustände $q \in Q$:

$$\delta^*(q, wx) = \delta(\delta^*(q, w), x)$$

Hinweis: Verwenden Sie eine Induktion über $|w|$.

Informationen und Unterlagen zur Veranstaltung unter:

http://www.informatik.uni-hamburg.de/WSV/teaching/vorlesungen/FGI1_SoSe12.shtml