Linguaggi di Programmazione

Soluzione prova d'esame del 24 giugno 2020

Quesito 1

Si individui quale delle seguenti affermazioni è corretta:
Scegli un'alternativa:

○ a. La classe dei linguaggi accettati da automi a stati finiti nondeterministici è equivalente alla classe dei linguaggi liberi da contesto.

◉ **b. La classe dei linguaggi accettati da automi a stati finiti nondeterministici è equivalente alla classe dei linguaggi accettati da automi a stati finiti deterministici.**

○ c. La classe dei linguaggi accettati da automi a stati finiti nondeterministici è equivalente alla classe dei linguaggi dipendenti da contesto.

○ d. La classe dei linguaggi accettati da automi a stati finiti nondeterministici è equivalente alla classe dei linguaggi monotoni.

Quesito 2

Si individui l'insieme più ampio di operazioni rispetto al quale la classe dei linguaggi **liberi da contesto** risulta chiusa. Scegli un'alternativa:

○ a. Unione, concatenazione, iterazione, complemento.

○ b. Unione, concatenazione, iterazione, complemento, intersezione.

○ c. Unione, concatenazione.

◉ **d. Unione, concatenazione, iterazione.**

Quesito 3

Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

a. **La classe dei linguaggi dipendenti da contesto è chiusa rispetto alle operazioni di unione, concatenazione, iterazione, complemento, intersezione.**
b. La classe dei linguaggi liberi da contesto è chiusa rispetto alle operazioni di unione, concatenazione, iterazione, complemento, intersezione.
c. La classe dei linguaggi regolari non è chiusa rispetto alle operazioni di unione, concatenazione, iterazione, complemento, intersezione.
d. La classe dei linguaggi di tipo 0 è chiusa rispetto alle operazioni di unione, concatenazione, iterazione, complemento, intersezione.

Quesito 4

Si individui quale delle seguenti affermazioni è corretta. Scegli un'alternativa:

a. La classe dei linguaggi monotoni è equivalente alla classe dei linguaggi liberi da contesto.

b. La classe dei linguaggi monotoni è equivalente alla classe dei linguaggi dipendenti da contesto.

c. La classe dei linguaggi monotoni è contenuta nella classe dei linguaggi dipendenti da contesto.

d. La classe dei linguaggi monotoni è equivalente alla classe dei linguaggi regolari.

Quesito 5

Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

a) **I controlli dei vincoli contestuali in un programma vengono svolti dall'analizzatore semantico.**

b) I controlli dei vincoli contestuali in un programma vengono svolti dall'analizzatore lessicale.

c) I controlli dei vincoli contestuali in un programma vengono svolti dall'analizzatore sintattico.

d) I controlli dei vincoli contestuali in un programma vengono svolti dal loader.

Quesito 6

Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

a) **La tabella dei simboli è creata dall'analizzatore lessicale**

b) La tabella dei simboli è creata dall'analizzatore sintattico

c) La tabella dei simboli è creata dall'analizzatore semantico

d) La tabella dei simboli è creata dal generatore di codice

Quesito 7

Sia dato il seguente linguaggio L di alfabeto $X = \{0, 1\}$:

$$L = \{w \in X^* \mid \#(1,w) = 3k \quad k>=0\}$$

dove #(1,w) rappresenta il numero di simboli 1 nella stringa w.

Determinare la classe di L nella gerarchia di Chomsky (ossia, la classe più specifica in cui L si colloca), giustificando formalmente la risposta.

L è costituito da tutte e sole le parole di alfabeto $X = \{0, 1\}$ in cui il numero di 1 è multiplo di 3, compresa la parola vuota λ.

L è un linguaggio lineare destro.

E' infatti possibile definire il seguente automa a stati finiti deterministico M che accetta L, ossia tale che T(M)=L:

$$M = (Q, \delta, q_0, F)$$

ove:

$Q = \{q_0, q_1, q_2\}$, $F = \{q_0\}$ e

$$\delta: Q \times X \rightarrow Q$$

$$\delta(q_0, 0) = q_0 \qquad \delta(q_0, 1) = q_1$$
$$\delta(q_1, 0) = q_1 \qquad \delta(q_1, 1) = q_2$$
$$\delta(q_2, 0) = q_2 \qquad \delta(q2, 1) = q_0$$

L è dunque un linguaggio a stati finiti.

Per il teorema di Kleene, L è un linguaggio lineare destro.

Quesito 8

Enunciare e dimostrare il teorema di chiusura della classe dei linguaggi liberi da contesto rispetto all'operazione di iterazione.

La classe dei linguaggi liberi da contesto è chiusa rispetto all'operazione di iterazione.
Sia L_1 un linguaggio libero. Per definizione di linguaggio libero, esiste una grammatica libera $G_1 = (X, V_1, S_1, P_1)$ corretta per L_1, ossia tale che $L_1 = L(G_1)$.
Costruiamo una nuova grammatica $G = (X, V_1 \cup \{S\}, S, P)$
ove $P = \{S \rightarrow \lambda \mid S_1S\} \cup P_1$.
Poichè la grammatica G_1 è libera da contesto, anche la grammatica G è libera da contesto e $L(G) = L_1{}^*$.
La grammatica G genera la parola vuota λ e tutte le parole che si possono ottenere per concatenazione di parole generate da S_1 in G_1. Le derivazioni da S in G ci consentiranno dunque di generare tutte e sole le parole in $L_1{}^*$, ossia $L(G) = L_1{}^*$.

c.v.d.

Quesito 9

Stabilire se il seguente linguaggio *L* di alfabeto $X = \{a, b\}$:

$$L = \{w \in X^* \mid w = b^n a^{n^2} \quad n>0\}$$

è libero da contesto, giustificando formalmente la risposta.

L non è un linguaggio libero da contesto in quanto non esiste un sottoinsieme di L di cardinalità infinita costituito da parole la cui lunghezza cresce secondo una quantità costante k, infatti $L = \{b^1a^1, b^2a^4, b^3a^9, ...\}$).

Dimostriamo formalmente il precedente asserto.

Per assurdo, supponiamo che L sia libero da contesto. Per il Teorema *uvwxy* (anche detto Pumping lemma per i linguaggi liberi), esiste un intero p tale che, per ogni parola $z \in L$, $|z|>p$ si ha $z = uvwxy$ e valgono le seguenti 3 proprietà:

1) $|vwx| \leq p$
2) $vx \neq \lambda$
3) $\forall i, i \geq 0$: $uv^iwx^iy \in L$

Sia $z = b^p\ a^{p2} \in L$. Poichè $|z| = p+p^2 > p$, possiamo scrivere $z = uvwxy$ e devono valere le proprietà 1), 2) e 3).

Per la proprietà 3) con $i = 2$, la parola $\boldsymbol{uv^2wx^2y \in L}$.

Inoltre

$|uv^2wx^2y| = |uvwxy| + |vx| > |uvwxy|=|z|$ per la proprietà 2).

Dunque $uv^2wx^2y \neq z$ e inoltre, ordinando le parole di L in ordine crescente di lunghezza $L = \{b^1a^1, b^2a^4, z = b^p\ a^{p2}, b^{p+1}\ a^{(p+1)2}, ...\}$

uv^2wx^2y deve necessariamente essere a destra di z.

Confrontiamo dunque $|uv^2wx^2y|$ con $|b^{p+1}\ a^{(p+1)2}|$.

$|uv^2wx^2y| = |uvwxy| + |vx| = |z| + |vx| \leq |z| + |vwx| = p + p^2 + |vwx| \leq p + p^2 + p$ per la proprietà 2).

$|b^{p+1}\ a^{(p+1)2}| = p+1 + (p+1)^2$

Si ha

$|uv^2wx^2y| \leq p + p^2 + p = 2p + p^2 < p+1 + (p+1)^2 = p+1 + p^2+2p+1 = p^2 + 3p+2 = |b^{p+1}\ a^{(p+1)2}|$

Dunque la parola $\boldsymbol{uv^2wx^2y \notin L}$ in quanto la sua lunghezza è strettamente minore della lunghezza della parola $b^{p+1}\ a^{(p+1)2}$ ($|uv^2wx^2y| < |b^{p+1}\ a^{(p+1)2}|$), che risulta essere la parola immediatamente a destra di z in $L = \{b^1a^1, b^2a^4, z = b^p a^{p2}, b^{p+1} a^{(p+1)2}, ...\}$.

$uv^2wx^2y \in L$ e ***$uv^2wx^2y \notin L$*** costituiscono una contraddizione, che deriva dall'aver assunto che L fosse un linguaggio libero da contesto.

Dunque risulta dimostrato che L non è un linguaggio libero da contesto.

c.v.d.

Quesito 10

Si considerino le seguenti espressioni regolari di alfabeto $X = \{0, 1\}$:

$R_1 = (01)^*1$

$R_2 = 0^*1^*1$

Determinare $L = S(R_1) \cap S(R_2)$

$S(R_1) = S((01)^*1) = S((01)^*)\ S(1) = S(01)^*\ S(1) = (S(0)\ S(1))^*\ S(1) = (\{0\}\ \{1\})^*\ S(1) =$
$= \{01\}^*\ S(1) = \{01\}^*\ \{1\} = \{1, 011, 01011, 01..011, ...\}$.

$S(R_2) = S(0^*1^*1) = S(0^*)\ S(1^*)\ S(1) = S(0)^*\ S(1)^*\ S(1) = \{0\}^*\ \{1\}^*\ \{1\} = \{1, 011, 01, 0000..01, 00...001..11\}$.

Dunque $L = S(R_1) \cap S(R_2) = \{1, 011\}$.