

گزارش پروژه 1 الگوریتم- سید حسن سعادت میرقدیم – 9631040

1- در پیاده سازی الگوریتم nearest neighbor ابتدا در فایل `utils.py` کلاس `Point` را به عنوان نقطه تعریف کردیم که مشخصه های طول و عرض (x, y) نقطه را در خود ذخیره میکند و همچنین مشخصه ای به عنوان `visited` دارد که از نوع بولین بوده و `true` بودن آن مشخص میکند که از آن نقطه عبور شده است. متد `dist` (در فایل `utils.py`) نیز با گرفتن دو نقطه $p1, p2$ فاصله ی آن دو از هم را محاسبه کرده و بازمیگرداند. متد `get_point_list` نیز داده ها را به صورت ذکر شده در صورت سوال از کاربر میگیرد. متد `has_unvisited` لیستی از نقاط را گرفته بر روی آن نقاط پیمایش کرده و اگر نقطه یا نقاطی وجود داشت که از آنها عبور نشده بود مقدار `true` برمیگرداند. متد `generate_dist_matrix` با گرفتن لیست نقاط ماتریسی $n*n$ تشکیل میدهد که فاصله ی بین هر دو نقطه در آن مشخص میشود در واقع از دو حلقه ی `for` (به صورت تو در تو) تشکیل شده که در داخل آن فاصله ی هر دو نقطه با استفاده از متد `dist` محاسبه شده و در درایه ی مناسب قرار داده میشود که پیچیدگی آن از مرتبه ی $O(n^2)$ است.

در نهایت متد `nnm_shortest_path_calculate` با گرفتن لیست نقاط ورودی به ترتیب زیر جواب را محاسبه می کند: پس از اجرای برنامه ابتدا متد `get_point_list` تعداد و خود نقاط را از کاربر میگیرد سپس آنها را به متد `nnm_shortest_path_calculate` پاس میدهد و این متد در ابتدا با دادن لیست نقاط مذکور به متد `generate_dist_matrix` ماتریس فاصله ی نقاط را میگیرد و در `dist_matrix` ذخیره میکند، سپس نقطه ی اول لیست را به عنوان مبدا در نظر گرفته (طبق فرض سوال) در متغیر `tmp` ذخیره کرده و مشخصه ی `visited` آن را `true` قرار میدهد و آن را به لیست نقاط (متغیر `path`) اضافه میکند، سپس حلقه ی `while` با شرط اینکه هنوز نقاطی برای عبور وجود دارد اجرا میشود لازم به ذکر است پیچیدگی محاسبه ی شرط این حلقه از مرتبه ی $O(n)$ میباشد.

سپس در درون حلقه مقدار بزرگی را به عنوان مینیمم فاصله ی دو نقطه در نظر میگیریم (`min_dist=10000`) و متغیر کمکی `tmp1` را نیز تعریف میکنیم، سپس در حلقه ی `for` که پیمایشی بر روی لیست نقاط است هر بار فاصله ی هر نقطه p تا نقطه `tmp` که در ابتدا همان نقطه اول لیست است- را از طریق ماتریس `dist_matrix` گرفته و اگر از آن نقطه عبور نشده بود و فاصله آن `tmp1` کمتر از `min_dist` بود متغیر `min_dist` آپدیت شده و مقدار `tmp1` برابر با نقطه ی p میشود و مشخصا تا پایان اجرای `for` نقطه ی با کمترین فاصله مشخص شده و در متغیر `tmp` قرار میگیرد و مشخصه ی `visited` آن `true` میشود و به لیست خروجی اضافه میشود (متغیر `path`) در پایان نیز اولین نقطه که همان آخرین نقطه ی عبور است به لیست خروجی اضافه شده و در نهایت بر روی صفحه لیست نقاط عبوری پرینت میشود. پیچیدگی این الگوریتم نیز میشود $O(n^2 + n*n) = O(n^2)$.

در الگوریتم `exhaustive search` نیز از متد ها و کلاس های کمکی در فایل `utils.py` استفاده شده که در بالا شرح عملکرد هر کدام به تفصیل ذکر گشته است. اما بعد:

متد `get_points_permutations` با گرفتن لیست نقاط و جایگشت های ممکنه برای اعداد 1 تا $n-1$ (n تعداد نقاط است) که همان جایگشت اندیس های لیست نقاط است (بدون احتساب نقطه ی اول چون آن را همیشه مبدا در نظر میگیریم) ، جایگشت های ممکن برای نقاط لیست را حساب میکند و در لیستی قرار داده و برمیگرداند. پیچیدگی این عملیات $O(n)$ است. متد `get_path_list` با گرفتن لیست نقاط، لیست جایگشت اعداد 1 تا $n-1$ را در متغیر `perms` قرار میدهد سپس در حلقه ی `for` به ازای هر جایگشت در `perms`، متغیر `perm_list` تکمیل میشود و به `path_list` اضافه میشود در واقع تکمیل شدنش به این معنی است که نقطه ی مبدا به ابتدا و انتهای آن اضافه شده و جایگشت نقاط دیگر به وسط آن اضافه

میشود با استفاده از متد `get_points_permutations` سپس در حلقه ی `for` دیگری هربار طول مسیر محاسبه شده در قبل به انتهای آن مسیر اضافه میشود و سپس لیست مسیر بازگردانده میشود.

در متد `esm_calculate_shortest_path` نیز مینیمم طول هر مسیر از مقایسه طول تمام مسیر محاسبه میشود و در نهایت کم طول ترین مسیر بازگردانده میشود.

در نهایت نیز هم مسیر ها و هم کم طول ترین مسیر چاپ میشود.

پیچیدگی این الگوریتم در نهایت میشود $O(n! + n*n + n*n + n) = O(n!)$

2- پاسخ این سوال در جواب بالا مشخص شد، برای اولین الگوریتم این مقدار برابر $O(n^2)$ و برای دومین برابر با $O(n!)$ میباشد.

-3

اعداد رندوم در بازه ی -20 تا 20 در نظر گرفته شده اند.

algorithm	n	Run 1	Run 2	Run 3	average
Nearest neighbor	100, 200, 400, 500	0.0644604 0.3426857 2.1944908 3.9023387	0.0573808 0.3554774 2.1129995 4.147751	0.060460 0.3699417 2.1399866 3.7627192	0.0607670 0.3560349 2.1491589 3.937603
Exhaustive search	7, 8, 9, 10	0.0125155 0.1179986 0.9630447 9.345388	0.0129932 0.1102096 1.0302206 9.6250428	0.0155213 0.1214162 0.9635166 9.2694038	0.0136766 0.1165415 0.9855939 9.4132782

-4

با توجه به اعداد درون جدول در `exhaustive search` میبینیم که با افزایش یکی یکی عدد n هر بار زمان اجرا در عدد بعدی n ضرب میشود مثلاً وقتی $n=9$ است زمان آن برابر 0.9630447 است و زمانی که $n=10$ میباشد زمان اجرا 9.345388 است و تقریباً 10 برابر زمان قبلی بنابراین میتوان نتیجه گرفت که واقعا پیچیدگی زمانی این الگوریتم از مرتبه $n!$ است و همینطور نیز برای الگوریتم `nearest neighbor` نیز از مقایسه اعداد میتوان نتیجه گرفت که پیچیدگی زمانی این الگوریتم برابر $O(n^2)$ است.