

سلسلة تمارين حول درس التطبيقات

التمرين الخامس. نعتبر التطبيق $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

المعرف بما يلي $f(x, y) = 2x + y$

1. بين أن التطبيق f ليس تباينياً.

2. بين أن f شمولي.

3. لتكن المجموعة $A = \{-1, 2\}$

حدد $f(A^2)$ حيث A^2 الجداء الديكارتي $A \times A$.

التمرين السادس. باعتبار المجموعة

$A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \notin f(n)\}$ بين أنه لا يوجد تقابل f من \mathbb{N} نحو $\mathcal{P}(\mathbb{N})$.

التمرين السابع. لتكن \vec{u} متجهة غير

منعدمة و (D) مستقيماً متجهته الموجهة \vec{u} . نرسم بالرمز $t_{\vec{u}}$ للإزاحة ذات المتجهة \vec{u} و S_{Δ} التماثل المحوري الذي محوره Δ .

1. بين أن $t_{\vec{u}} \circ S_{\Delta} = S_{\Delta} \circ t_{\vec{u}}$

2. بين أن $t_{\vec{u}} \circ S_{\Delta}$ تقابل ثم حدد $(t_{\vec{u}} \circ S_{\Delta})^{-1}$.

التمرين الثامن. ليكن f تطبيقاً من $\mathcal{P}(E)$ نحو

$\mathcal{P}(E)$ معرّفاً بما يلي

$$f(X) = X - \{a\}, \quad a \in X$$

$$f(X) = X \cup \{a\}, \quad a \notin X$$

1. أحسب $f \circ f$.

2. ماذا يمكنك أن تستنتج؟

التمرين التاسع. لتكن E و F و G و H أربع

مجموعات. نعتبر التطبيقات $f : E \rightarrow F$ و $g : F \rightarrow G$

و $h : G \rightarrow H$. بين أنه إذا كان $g \circ f$ تقابلاً

و كان $h \circ g$ تقابلاً فإن f و g و h أيضاً تقابلات.

التمرين العاشر. ليكن f تطبيقاً بحيث لكل

x من \mathbb{R} لدينا

$$(f \circ f \circ f)(x) = 2x - 1$$

أحسب $f(1)$.

التمرين الحادي عشر. نعرف التطبيق

$f : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ بما يلي

$$f(x, y) = \frac{(x+y)(x+y+1)}{2} + y$$

بين أن التطبيق f تبايني.

التمرين الأول. نعتبر التطبيق g من \mathbb{R}^+ نحو $[0, 1]$ المعرف بما يلي

$$g(x) = \frac{x}{x+1}$$

1. بين أن g تقابل و حدد تقابله العكسي.

2. لكل عدد صحيح طبيعي $n \geq 2$ نضع

$$g^{(n)} = \underbrace{g \circ \dots \circ g}_{n \text{ مرة}}$$

مع $g^{(1)}$. أحسب $g^{(2)}$ و $g^{(3)}$.

3. تضمن صيغة $g^{(n)}(x)$ ثم أثبت ذلك بإستعمال برهان بالترجع.

التمرين الثاني. ليكن f تطبيقاً من \mathbb{R} نحو \mathbb{R}

بحيث لكل x من \mathbb{R} لدينا

$$f(x+1) + 2f(1-x) = 3x - 2$$

حدد $f(x)$ بدلالة x .

التمرين الثالث. نعتبر المجموعتين

$E = \{a, b, c\}$ و $F = \{1, 2\}$ حيث a و b و c مختلفة مثني مثني.

1. حدد جميع التطبيقات المعرفة من E نحو F ثم حدد عدد هذه التطبيقات.

2. حدد من بين هذه التطبيقات، الشمولية منها و التباينية منها.

التمرين الرابع. نعتبر التطبيق f من \mathbb{R} نحو

$[0, +\infty[$ المعرف بما يلي

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 2x + 2}$$

1. بين أن f غير تبايني.

2. بين أن $f(\mathbb{R}) =]0, 1]$.

3. حدد هل f شمولي معلاً جوابك.