سلسلة تمارين حول درس تحليلية الجداء السلمي

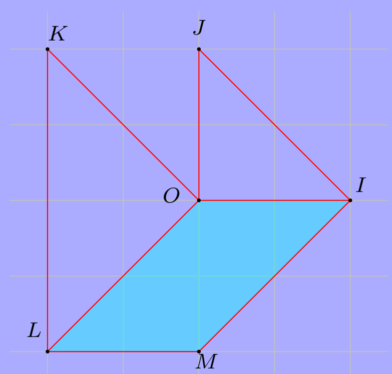
التمرين الأول. المستوى $\mathcal{P}$ معلم متعامد ممنظم و مباشر $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=1cm$.
نعتبر النقاط $A(1,-1)$ و $B(4,-1)$ و $C(-2,2)$.

1. أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ و المحددة $\det(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$.
2. أحسب قياساً للزاوية الموجهة $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}})$.
3. أحسب مساحة المثلث ABC.
4. حدد معادلة ديكارتية لإرتفاع المثلث المار من A.
5. حدد معادلة ديكارتية لمنصف الزاوية $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}})$.

التمرين الثاني. OIJ و OKL مثلثان قائما الزاوية و متساويا الساقين بحيث

$$(\widehat{\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ}})\equiv\frac{\pi}{2}\quad[2\pi],\qquad(\widehat{\overrightarrow{OK},\overrightarrow{OL}})\equiv\frac{\pi}{2}\quad[2\pi]$$

و $OIML$ متوازي أضلاع.



بين أن $IL=IK$ و $JK=OM$ و (IK) و (JL) متعامدان من جهة، و من جهة أخرى (JK) و (OM) متعامدان.

التمرين الثالث. المستوى $\mathcal{P}$ معلم متعامد ممنظم و مباشر. لتكن $\mathscr{C}$ مجموعة النقاط $M(x,y)$ من المستوى بحيث $x=2+2\cos\theta$ و $y=2\sin\theta$.

1. بين أن $\mathscr{C}$ دائرة محدداً مركزها و شعاعها و معادلة ديكارتية لها.
2. لتكن النقطة $A(-1,0)$. بين أن A توجد خارج الدائرة $\mathscr{C}$ و حدد معادلتي المماسين للدائرة $\mathscr{C}$ المارين من A.
3. (ا) بين أن المنصف الأول يقطع الدائرة $\mathscr{C}$ في نقطتين يتم تحديدهما.
   (ب) حدد مبيانياً المجموعة Γ للنقاط $M(x,y)$ من المستوى بحيث $\frac{x^2+y^2}{4}\leq x\leq y$

التمرين الرابع. المستوى $\mathcal{P}$ معلم متعامد ممنظم و مباشر. لتكن $\mathscr{C}_m$ مجموعة النقاط $M(x,y)$ من المستوى بحيث

$$x^2+y^2-2mx+2y+2m=0$$

و m بارامتر حقيقي.

1. حدد المجموعة $\mathscr{C}_1$.
2. (ا) بين أنه لكل عدد حقيقي $m\neq 1$، المجموعة $\mathscr{C}_m$ دائرة محدداً مركزها Ω_m و شعاعها R_m.
   (ب) حدد مجموعة المراكز Ω_m عندما يتغير m في $\mathbb{R}-\{1\}$.
   (ج) بين أن جميع الدوائر $\mathscr{C}$ تمر من نقطة ثابتة I يتم تحديدها و انشئ $\mathscr{C}_2$ و $\mathscr{C}_0$ و $\mathscr{C}_3$.
3. (ا) بين أن المستقيم Δ ذو المعادلة $x=1$ مماس لجميع الدوائر $\mathscr{C}_m$.
   (ب) ليكن $m>-3/2$ و $m\neq 1$ و النقطة $A(0,1)$.
   (ج) تحقق أن A توجد خارج الدائرة $\mathscr{C}_m$ و أن المستقيم (AI) ليس مماساً للدوائر $\mathscr{C}_m$.

التمرين الخامس. ليكن $\mathscr{H}$ الهذلول الذي معادلته $y=1/x$ في معلم متعامد و ممنظم. النقاط M_1 و M_2 و M_3 ثلاث نقاط من $\mathscr{H}$ افاصيلها على التوالي x_1 و x_2 و x_3 بحيث $x_1>0$ و $x_2<0$ و $x_3<0$. بين أن مركز تعامد المثلث $M_1M_2M_3$ ينتمي أيضاً إلى $\mathscr{H}$.