

سلسلة تمارين حول درس المجموعات

التمرين الأول. نعتبر المجموعات

$$E = \{2k - 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$$

$$F = \left\{ \frac{2k-1}{5} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}, \quad G = \left\{ \frac{4-\sqrt{5}}{4+\sqrt{x}} \mid x > 0 \right\}$$

1. (ا) بين أن 8 لا تنتمي إلى F .

(ب) بين أن $E \subset F$ و $F \not\subset E$.

2. بين أن $G =]-1, 1]$.

التمرين الثاني. لتكن E و F مجموعتان.

1. بين أن $E \subset F$ إذا و فقط إذا كان $\mathcal{P}(E) \subset \mathcal{P}(F)$ حيث نرمز ب $\mathcal{P}(X)$ بمجموعة أجزاء X .

2. بين أن $\mathcal{P}(E \cap F) = \mathcal{P}(E) \cap \mathcal{P}(F)$.

3. بين أن $\mathcal{P}(E) \cup \mathcal{P}(F) \subset \mathcal{P}(E \cup F)$. هل لدينا التساوي في هذه الحالة؟

التمرين الثالث. نضع $E = \{1\}$. حدد بتفصيل المجموعتين $\mathcal{P}(\mathcal{P}(E))$ و $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{P}(E)))$.

التمرين الرابع. مثل في المستوى \mathcal{P} المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم (O, i, j) ، مجموعات النقاط $M(x, y)$ حيث (x, y) تنتمي إلى المجموعة

$$E = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}_+^* \times \mathbb{R}_+^* \mid [x] + [y] + \frac{1}{[x]} + \frac{1}{[y]} = 4 \right\}$$

التمرين الخامس. لتكن E مجموعة غير

فارغة و A و B و X و Y أجزاء من E بحيث

$$X \subset A \text{ و } Y \subset B \text{ و } X \cap Y = A \cap B \text{ و } X \cup Y = E$$

بين أن $X = A$ و $Y = B$.

التمرين السادس. ليكن a و b عددين حقيقيين مختلفين. نضع

$$E = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 2bx + a = 0\}$$

$$F = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 2ax + b = 0\}$$

ليكن x عنصراً من \mathbb{R} .

1. بين أن $x \in E \cap F \implies x = 1/2$.

2. بين أن $E \cap F \neq \emptyset \implies a + b = -1/4$.

3. بين أن $E \cap F = \emptyset \iff a + b \neq -1/4$.

التمرين السابع. لتكن A و B و C ثلاث أجزاء من مجموعة E .

1. بين أن $A \cap B = A \cap C \iff A - B = A - C$.

2. برهن على صحة الإستلزام التالي

$$A \times B = C \times D \implies A = C \text{ و } B = D$$

التمرين الثامن. حدد بتفصيل المجموعتان H_1 و H_2 المعرفتان بما يلي

$$H_1 = \{(m, n) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid mn + 2m - 3n = 7\}$$

$$H_2 = \left\{ (x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \right\}$$

التمرين التاسع. لتكن \mathcal{C} دائرة مركزها O و شعاعها r و \mathcal{C}' دائرة مركزها O' و شعاعها r' .

1. ماذا يمكن أن نقول عن $\mathcal{C} \cap \mathcal{C}'$ إذا كان

$$|r - r'| \leq OO' \leq r + r'$$

2. حدد $\mathcal{C} \cap \mathcal{C}'$ في كل حالة من الحالات التالية

$$(ا) \quad OO' < |r - r'|$$

$$(ب) \quad OO' = |r - r'|$$

$$(ج) \quad |r - r'| < OO' < r + r'$$

$$(د) \quad OO' = r + r'$$

$$(هـ) \quad OO' > r + r'$$

التمرين العاشر. ليكن A و B جزآن من مجموعة B .

نعتبر في $\mathcal{P}(E)$ المعادلة ذات المجهول X .

$$(*) \quad A \cup X = B$$

1. ما هو الشرط الكافي لوجود عنصر X من

$\mathcal{P}(E)$ يحقق المعادلة $(*)$ ؟

2. حل في $\mathcal{P}(E)$ المعادلة $(*)$.