# سلسلة تمارين حول درس الحسابيات

الت**مرین الأول.** لیکن n عنصراً من  $\mathbb{N}$ . نضع  $U_n=4^n-3n-1$ 

ا. بين أن لكل 
$$n$$
 من  $\mathbb N$  لدينا

$$U_{n+1} = 4U_n + 9n$$

2. استنتج أنه لكل 
$$n$$
 من  $\mathbb{N}$  ، العدد  $n-3$  يقسم ألعدد  $n-3$ 

التمرين الثاني. بإستعمال الموافقة بترديد حدد باقي القسمة الإقليدية للعدد  $23^{41} \times 23^{52} \times 23^{41}$  على 7.

التمرین الثالث. لیکن a و b عنصران من  $\mathbb{Z}$  بین أن a یقسم  $ab(a^2-b^2)$  بین أن  $ab(a^2-b^2)$ 

التمرين الرابع. ليكن n عنصراً من  $\mathbb{N}$ . نضع  $H(n) = 2^n + 4^n + 8^n$ 

1. بين أنه لكل عدد صحيح طبيعي n فإن $H(n+3)\equiv H(n)\pmod{7}$ 

 $7\mid H(n)$  إستنتج قيم n التي من أجلها أn

#### التمرين الخامس.

 $x \lor 72 = 216$  أن الله علمت أي .1

 $x \lor 6 = 96$  أن 2. حدد x إذا علمت أن

3. حدد بتفصيل المجموعة

 $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 28(x \land 15)\}$ 

التمرين السادس. ليكن a و b و عناصراً من  $\mathbb{Z}$ . أثبث التكافؤ التالي

 $6 \mid a^3 + b^3 + c^3 \iff 6 \mid a + b + c$ 

C و B و A تلاث سفن A و B و B تنطلق من ميناء الدار البيضاء. السفينة A تنطلق ڪل ثماني أيام. السفينة B تنطلق ڪل عشر أيام. السفينة B تنطلق ڪل اثنى عشر يوماً. السفينة B تنطلق ڪل اثنى عشر يوماً.

إذا علمت أن السفن الثلاث غادرت الميناء في 23 ماي 2019، في أي تاريخ مستقبلاً تغادر السفن الثلاث الميناء معاً ؟

### **التمرين الثامن.** بين أن

$$\sum_{k=1}^{10} 10^{10k} \equiv 5 \pmod{7}$$

 $\mathbb{N}^*$  ليكن a من  $\mathbb{N}$  و b من b و b من a و b و b على b و a على b للعدد a على b للعدد a

التمرين العاشر. بين أن العدد 24 يقسم العدد a(a+1)(a+2)(a+3) العدد a(a+1)(a+2) عدد صحيح نسبي.

# التمرين الحادي عشر.

- 1. (۱) حدد حسب قيم العدد الصحيح الطبيعي n باقي القسمة الإقليدية للعدد  $2^n$  على 5.
- باتنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد (ب) على  $a=2^{2048}$
- $x\equiv 2$  ليكن x عدداً صحيحاً نسبياً بحيث  $x\equiv 2$  . ( $0 \mod 5$ ).
- $X=1+x+x^2+...+x^{2047}$ بين أن العدد 1.5 على العدد 5.

# التمرين الثاني عشر.

- 1. حدد البواقي الممكنة للقسمة الإقليدية للعدد  $x^2$  على  $x^2$  على  $x^2$  عدد صحيح نسبي.
  - 2. إستنتج صحة التكافؤ التالي

 $3 \mid a^2 + b^2 \iff 3 \mid a$  g  $3 \mid b$ 

a حیث a و a عددان صحیحان نسبیان

التمرين الثالث عشر. حل في  $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$  المعادلات التالية

 $.(E_1): \overline{2}x = \overline{1} .1$ 

. $(E_2): \bar{4}x = \bar{2}$  .2

 $(E_3): x^2 + \overline{2}x + \overline{1} = \overline{0}$  .3