

ลูกบอลไฟฟ้า

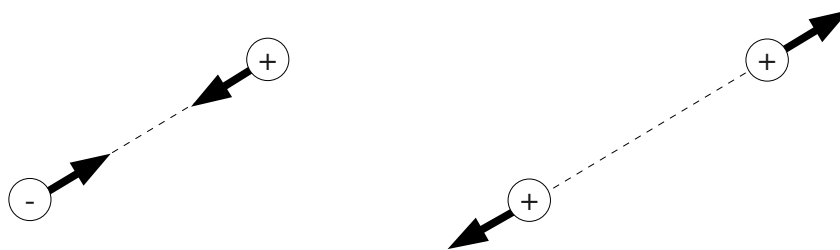
ลูกบอลขนาดเล็กมวล 1 หน่วย จำนวน N ลูก เคลื่อนที่อยู่บนระนาบ ลูกบอลแต่ละลูกมีประจุไฟฟ้าสะสมอยู่ อาจมีค่าเป็นบวกหรือลบ และแรงกระทำที่เกิดจากการผลักกันหรือดึงดูดกันของประจุไฟฟ้านั้นเองที่ทำให้ลูกบอลวิ่งไปมา

แรงทางไฟฟ้า

สมการด้านล่างระบุแรงกระทำระหว่างลูกบอล i และลูกบอล j ที่มีประจุไฟฟ้า q_i และ q_j ที่อยู่ในตำแหน่ง (x_i, y_i) และ (x_j, y_j)

$$f_{ij} = \frac{q_i \cdot q_j}{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$$

แรงทางไฟฟ้าจะมีทิศทางที่ดึงดูดลูกบอลเข้าหากันถ้าประจุของลูกบอลทั้งสองลูกมีเครื่องหมายตรงข้ามกัน และจะผลักลูกบอลออกจากกันถ้าประจุมีเครื่องหมายตรงกันข้ามกัน รูปด้านล่างแสดงตัวอย่างของแรงกระทำระหว่างลูกบอลสองลูก



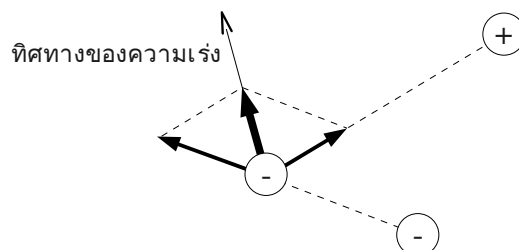
การเคลื่อนที่

ลูกบอล i เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v_i โดยความเร็วจะเปลี่ยนไปตามเวลาเนื่องจากแรงภายนอกที่มากระทำ ผลรวมของแรงกระทำที่เกิดจากลูกบอลต่าง ๆ จะทำให้เกิดความเร่งบนลูกบอลในทิศทางของแรงรวมนั้น ความเร่งจะมีขนาดเท่ากับ

$$a_i = \frac{F_i}{m_i}$$

เมื่อ F_i คือขนาดของแรงรวม และ m_i คือมวลของลูกบอล i

รูปด้านล่างแสดงแรงกระทำที่เกิดกับลูกบอลลูกหนึ่งและแรงรวม ทิศทางของแรงรวมจะเป็นทิศทางของความเร่ง



การจำลองการเคลื่อนที่

เราจะจำลองการเคลื่อนที่ของลูกบอล โดยพิจารณาการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งและความเร็วในเวลาต่าง ๆ สมมติว่าลูกบอล i อยู่ที่ตำแหน่ง (x_i, y_i) ในเวลา t มีความเร็ว v_i และมีความเร่ง a_i เราจะกระจายความเร็วและความเร่ง (ดูรายละเอียดเพิ่มเติมส่วนที่ 1) ออกมาตามแกน x และ แกน y ได้เป็นความเร็ว (v_{ix}, v_{iy}) และ (a_{ix}, a_{iy}) และเราจะประมาณค่าโดยใช้ความละเอียดของเวลาเท่ากับ d หน่วย

เราจะคำนวณให้ตำแหน่งของลูกบอลที่เวลา $t + d$ เป็น

$$(x_i + dv_{ix}, y_i + dv_{iy})$$

และมีความเร็ว (แยกตามแกน) ที่เวลา $t + d$ เป็น

$$(v_{ix} + da_{ix}, v_{iy} + da_{iy})$$

สังเกตว่าเราจะปรับตำแหน่งโดยใช้ความเร็วที่เวลา t

ในการปรับค่าแบบไม่ต่อเนื่องดังกล่าวนี้อาจทำให้เกิดความผิดพลาดในการจำลองการเคลื่อนที่ได้ แต่เพื่อความง่ายเราจะไม่สนใจกรณีนั้น (ดูรายละเอียดเพิ่มเติมในส่วนที่ 2)

นอกจากนี้ ในกรณีที่ลูกบอลบางลูกวิ่งไปที่พิกัดที่ไกลจากจุดกำเนิดเกินไป กล่าวคือมีค่าสัมบูรณ์ของพิกัดในแกน x มากกว่า 1,000,000 หรือค่าสัมบูรณ์ของพิกัดในแกน y มากกว่า 1,000,000 ให้ตัดลูกบอลลูกนั้นออกจากการคำนวณ

ถ้าเราต้องการจำลองสถานการณ์เป็นเวลา T หน่วย เราจะปรับตำแหน่งและความเร็วของลูกบอลด้วยการคำนวณที่กล่าวมาข้างต้นเป็นจำนวน T/d ครั้ง

ข้อมูลป้อนเข้า

ให้อ่านจากแฟ้ม balls.in โดยข้อมูลมีรูปแบบดังนี้

บรรทัดแรก ระบุจำนวนเต็มสองจำนวน N ($1 \leq N \leq 100,000$) และ K ($1 \leq K \leq 100$) โดยที่ N แทนจำนวนลูกบอล และ K มีค่าเท่ากับ T/d (จำนวนรอบที่คำนวณค่า)

บรรทัดที่สอง ระบุจำนวนจริง d

จากนั้นอีก N บรรทัดจะระบุสถานะเริ่มต้นของลูกบอล กล่าวคือ

บรรทัดที่ $1 + i$ สำหรับ $i = 1, \dots, N$ ระบุจำนวนจริง 6 จำนวน คือ m_i q_i x_i y_i v_{ix} v_{iy} ซึ่ง m_i ระบุมวล, q_i ระบุค่าประจุไฟฟ้า, (x_i, y_i) ระบุตำแหน่งและ (v_{ix}, v_{iy}) ระบุความเร็ว ของลูกบอล i โดยมีขอบเขตของแต่ละค่าดังนี้

$$1 \leq m_i \leq 1,000; -1,000 \leq q_i \leq 1,000$$

$$-10,000 \leq x_i \leq 10,000; -10,000 \leq y_i \leq 10,000$$

$$-1,000 \leq v_{ix} \leq 1,000; -1,000 \leq v_{iy} \leq 1,000$$

ข้อมูลส่งออก

ให้เขียนลงที่แฟ้ม balls.out ระบุตำแหน่งของลูกบอลทั้ง N ลูก ตั้งแต่เวลาเริ่มต้นจนครบการจำลองทั้ง K รอบ แฟ้มดังกล่าวจะมี $(K + 1)(N + 1)$ บรรทัด โดยแบบข้อมูลเป็นชุด ๆ รวม $K + 1$ ชุด ในแต่ละชุดมีข้อมูลส่งออก $N + 1$ บรรทัด

สำหรับชุดที่ t สำหรับ $t = 0, 1, \dots, N$ ข้อมูลจะเริ่มที่บรรทัดที่ $(N + 1)t$ โดยมีรายละเอียดดังนี้
 บรรทัดที่ $(N + 1)t + i$ สำหรับ $i = 1, \dots, N$ ระบุข้อมูลของลูกบอล i ถ้าลูกบอลดังกล่าวถูกตัดออกจากการคำนวณให้พิมพ์สตริง out ในบรรทัดดังกล่าว ถ้าไม่เช่นนั้นให้ระบุจำนวนจริง 2 จำนวนคือ x_i, y_i โดยที่ (x_i, y_i) คือตำแหน่งของลูกบอลลูกที่ i ภายหลังการจำลองการเคลื่อนที่ไป t รอบ

ในบรรทัดที่ $(N + 1)t + N + 1$ จะระบุสตริง --- เพื่อบอกการสิ้นสุดของชุดข้อมูล

ตัวอย่าง

| <u>balls.in</u> | <u>balls.out</u> |
|---------------------|-----------------------|
| 2 5 | 100.000000 -40.000000 |
| 0.5 | -100.000000 40.000000 |
| 1 300 100 -40 -10 0 | --- |
| 1 -300 -100 40 10 0 | 98.981991 -39.992796 |
| | -98.981991 39.992796 |
| | --- |
| | 97.945677 -39.978197 |
| | -97.945677 39.978197 |
| | --- |
| | 96.890749 -39.956000 |
| | -96.890749 39.956000 |
| | --- |
| | 95.816885 -39.925994 |
| | -95.816885 39.925994 |
| | --- |
| | 94.723746 -39.887956 |
| | -94.723746 39.887956 |
| | --- |

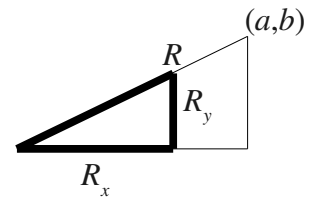
ข้อมูลทางเทคนิค

ให้ใช้ข้อมูลประเภท double ในการเก็บจำนวนจริง อย่างไรก็ตามเนื่องจากความผิดพลาดในการปัดตัวเลขในการตรวจจะยอมให้มีความผิดพลาดได้ 1%

รายละเอียดเพิ่มเติม

1. การกระจายแรงในแนวแกน x และ y

พิจารณาเวกเตอร์ (a,b) ขนาดของเวกเตอร์ดังกล่าวคือ $\sqrt{a^2+b^2}$ ให้ L แทนขนาดดังกล่าว พิจารณาเวกเตอร์ขนาด R ที่มีทิศทางเดียวกับเวกเตอร์ (a,b) เราสามารถกระจายเวกเตอร์ R ออกเป็นเวกเตอร์ R_x และ R_y ได้ดังรูป กล่าวคือ $R_x = \frac{aR}{L}$ และ $R_y = \frac{bR}{L}$



2. ความผิดพลาดในการจำลองสถานการณ์

เนื่องจากเราจำลองสถานการณ์แบบไม่ต่อเนื่อง (discrete) และไม่ได้คำนึงถึงเหตุการณ์หลาย ๆ อย่าง เช่น การที่ลูกบอลชนกัน ผลลัพธ์ที่ได้ อาจเกิดความผิดพลาดได้หลายแบบ ยกตัวอย่างเช่น ถ้ามีลูกบอลที่มีประจุต่างกันอยู่ใกล้กันมาก ๆ ในความเป็นจริงแล้วลูกบอลทั้งสองลูกนั้นจะชนกัน (แล้วอาจแตกสลายไป) อย่างไรก็ตาม เราอาจคำนวณได้เพียงว่าแรงกระทำระหว่างลูกบอลสองลูกนั้นจะสูงมาก และหลังจากการปรับคาลูกบอลสองลูกนั้นจะวิ่งทะลุกันไปด้วยความเร็วที่สูงมาก

เพื่อความง่ายในการแข่งขันนี้ ผู้เข้าแข่งขันไม่จำเป็นต้องคำนึงถึงกรณีดังกล่าว (โดยจะถือว่านั่นคือพฤติกรรมที่ถูกต้องของลูกบอลแล้ว)

3. โปรแกรมสำหรับแสดงผลและตัวอย่างเพิ่มเติม

โปรแกรมแสดงผลสำหรับการทดลองพัฒนาด้วย Python และใช้ไลบรารี GUI ชื่อว่า wxPython ดังนั้นก่อนจะใช้ได้จะต้องติดตั้งซอฟต์แวร์ทั้งสองก่อน

สมมติว่าเพิ่มข้อมูลป้อนเข้าคือ 1.in และผลลัพธ์จากโปรแกรมคือ 1.out ในการดูผลให้เรียก

```
python viewer.py 1.in 1.out
```

นอกจากนี้ในแฟ้ม examples.tgz ยังมีตัวอย่างข้อมูลป้อนเข้าและผลลัพธ์เพิ่มเติม