Formulieren Sie die Definition der gleichmäßigen Stetigkeit.

Geometrische Summe

Binomialkoeffizient

Wie lautet der Binomische Lehrsatz?

2 *Antwort*

Für alle reelen Zahlen $q \in \mathbb{R},\ q \neq 1$, und alle $n \in \mathbb{N}_0$ gilt

$$\sum_{k=0}^{n} q^k = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} \tag{2}$$

1 *Antwort*

Eine Funktion f heißt *gleichmäßig stetig* auf dem Intervall I, wenn zu jedem $\varepsilon > 0$ ein $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$ existiert, so dass für alle $x_1, x_2 \in I$ mit $|x_1 - x_2| < \delta$ gilt

$$|f(x_1) - f(x_2)| < \varepsilon \tag{1}$$

Beachte: In der Definition der gleichmäßigen Stetigkeit darf δ nur von ε abhängen, aber nicht von der Stelle x (wie in der Definition der Stetigkeit an einer festen Stelle c)

4 *Antwort*

Für alle $x, y \in \mathbb{R}$ und $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^{n-k} y^k = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^k y^{n-k} \tag{4}$$

3 *Antwort*

Für n und $k \in \mathbb{N}_0$, $k \leqslant n$ ist der *Binomialkoeffizient* $\binom{n}{k}$ definiert durch

$$\binom{n}{k} := \frac{n!}{k!(n-k)!} \tag{3}$$

Injektivität, Surjektivität, Bijektivität

Dreiecksungleichungen

Typen von Punken

Wie lautet der Satz von Bolzano-Weierstraß?

6 *Antwort*

Für alle $x, y \in \mathbb{R}$ gilt.

- ▷ $|xy| = |x||y|$
- ▷ $|x \pm y| \leqslant |x| + |y|$ .... *Dreiecksungleichung*
- ▷ $|x \pm y| \geqslant ||x| - |y||$ ...... *inverse Dreiecksungleichung*

5 *Antwort*

Eine Abbildung f heißt *injektiv*, wenn für alle $a_1, a_2 \in A$ gilt:

$$a_1 \neq a_2 \implies f(a_1) \neq f(a_2), \tag{5}$$

d.h. zu jedem $b \in B$ gibt es *höchstens* ein $a \in A$ mit $b = f(a)$.

Eine Abbildung f heißt *surjektiv*, wenn jedes Element von B als Bild eines Elements von A auftritt:

$$\forall\ b \in B : \exists a \in A \text{ mit } b = f(a) \tag{6}$$

d.h. zu jedem $b \in B$ gibt es *mindestens* ein $a \in A$ mit $b = f(a)$.

Eine Abbildung f, die sowohl injektiv als auch surjektiv ist, heißt *bijektiv*. Anders ausgedrückt: Zu jedem $b \in B$ gibt es *genau ein* $a \in A$ mit $b = f(a)$

8 *Antwort*

Jede *beschränkte, unendliche* Teilmenge von $\mathbb{R}$ besitzt mindestens einen Häufungspunkt.

7 *Antwort*

Sei $A \subseteq \mathbb{R}$. Ein Punkt $x \in \mathbb{R}$ heißt.

- ▷ *innerer Punkt* von A, wenn ein $\varepsilon > 0$ existiert, so dass $K(x, \varepsilon) \subseteq A$;
- ▷ *äußerer Punkt* bezüglich A, wenn x innerer Punkt von A^c ist;
- ▷ *Randpunkt* von A, wenn jede ε-Umgebung $K(x, \varepsilon)$ einen Punkt von A und einen Punkt von A^c enthält;
- ▷ *Häufungspunkt* von A, wenn jede ε-Umgebung von x *unendlich viele* Punkte von A enthält. Gleichbedeutend damit ist, dass jede punktierte ε-Umgebung von x mintestens einen Punkt von A enthält.
- ▷ *isolierter Punkt* von A, wenn $x \in A$ und wenn es eine punktierte ε-Umgebung $K_r(x, \varepsilon)$ gibt, so dass $K_r(x, \varepsilon) \cap A = \emptyset$.

Geometrische Reihe

Formulieren Sie das Leibnitz-Kriterium für die Konvergenz von alternierenden Reihen.

Was bedeutet absolute Konvergenz?

Konvergenzkriterien: Majoranten- und Minorantenkriterium

10 *Antwort*

Eine Reihe der Bauart

$$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k a_k, \text{ mit } a_k > 0 \text{ für } k = 0, 1, 2, \dots \tag{8}$$

heißt *alternierende Reihe.*

Falls die Folge $\{a_k\}$ monoton gegen 0 konvergiert, dann ist die alternierende Reihe

$$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k a_k \tag{9}$$

konvergent.

9 *Antwort*

$$\sum_{k=0}^{\infty} = \frac{1}{1-q} \text{ für } |q| < 1 \tag{7}$$

12 *Antwort*

- Sei $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ eine Reihe mit positiven Glieder, also $a_k > 0$. Falls ein $M \in \mathbb{N}$ existiert, so dass für alle $k \geqslant M$ gilt $|c_k| \leqslant a_k$, dann heißt $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ *Majorante* der Reihe $\sum_{k=1}^{\infty} c_k$
  - ▷ Eine Reihe, die eine kovergente Majorante besitzt, ist absolut konvergent.
- Sei $\sum_{k=1}^{\infty} b_k$ eine Reihe mit positiven Glieder, also $b_k > 0$. Falls ein $M \in \mathbb{N}$ existiert, so dass für alle $k \geqslant M$ gilt $|c_k| \geqslant a_k$, dann heißt $\sum_{k=1}^{\infty} b_k$ *Minorante* der Reihe $\sum_{k=1}^{\infty} c_k$
  - ▷ Eine Reihe, die eine divergente Minorante besitzt, kann nicht absolut konvergieren.

11 *Antwort*

Eine Reihe $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ heißt *absolut konvergent*, wenn die Reihe $\sum_{k=1}^{\infty} |a_k|$ konvergiert.

Jede absolut konvergente Reihe ist konvergent.

Quotientenkriterium für absolute Konvergenz einer Reihe

Quotientenkriterium (Grenzwertformulierung)

Wurzelkriterium für absolute Konvergenz einer Reihe

Wurzelkriterium (Grenzwertformulierung)

14 *Antwort*

Falls der Grenzwert

$$\lim_{k\to\infty} \left|\frac{a_{k+1}}{a_k}\right| =: r \tag{10}$$

existiert, dann gilt:

- ▷ für $r < 1$ ist die Reihe absolut konvergent,
- ▷ für $r > 1$ ist sie divergent,
- ▷ für $r = 1$ ist keine Aussage möglich.

13 *Antwort*

Falls für die Reihe $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ ab einem gewissen Index N, also für alle $k \geqslant N$ gilt

- ▷ $|\frac{a_{k+1}}{a_k}| \leqslant q < 1$, dann ist die Reihe absolut konvergent.
- ▷ $|\frac{a_{k+1}}{a_k}| \geqslant 1$, dann ist die Reihe divergent.
- ▷ $|\frac{a_{k+1}}{a_k}| \leqslant 1$, jedoch nicht < 1, dann ist keine allgemeine Aussage möglich.

16 *Antwort*

Falls der Grenzwert

$$\lim_{k\to\infty} \sqrt[k]{|a_k|} = r \tag{11}$$

existiert, dann gilt:

- ▷ für $r < 1$ ist die Reihe absolut konvergert,
- ▷ für $r > 1$ ist sie divergent,
- ▷ für $r = 1$ ist keine Aussage möglich.

15 *Antwort*

Falls für eine Reihe $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ ab einem gewissen Index, also für alle $k \geqslant N$ gilt:

- ▷ $\sqrt[k]{|a_k|} \leqslant q < 1$, dann ist die Reihe absolut konvergent.
- ▷ $\sqrt[k]{|a_k|} \geqslant 1$, dann ist die Reihe divergent.
- ▷ $\sqrt[k]{|a_k|} \leqslant 1$, jedoch nicht $\leqslant q < 1$, dann ist keine Aussage möglich.

Reihendarstellung für e, allgemeine Exponentialreihe

Stetigkeit (Limes-Definition)

Stetigkeit (ε-δ-Definition)

Lipschitz-Stetigkeit einer Funktion f.

18 *Antwort*

Sei $A \subseteq \mathbb{R}$ offen. Eine Funktion $f : D \to \mathbb{R}$ heißt *stetig an der Stelle* $c \in D$, wenn für jede konvergente Folge $\{x_n\}$ in D mit $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = c$ gilt:

$$\lim_{n\to\infty} f(x_n) = f(c), \quad \text{kurz}: \ \lim_{x\to c} f(x) = f(c) \tag{15}$$

17 *Antwort*

Die Eulersche Zahl

$$e = \lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \tag{12}$$

besitzt die Darstellung als unendliche Reihe:

$$e = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \tag{13}$$

allgemeine Exponentialreihe:

$$\lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^n}{k!} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots =: e^x \tag{14}$$

20 *Antwort*

Eine Funktion f heißt *Lipschitz-stetig* auf dem Intervall I, wenn es eine Konstante $L \geqslant 0$ gibt, so dass gilt

$$|f(x_1) - f(x_2)| \leqslant L\ |x_1 - x_2|\ \forall\ x_1, x_2 \in I \tag{17}$$

Man beachte, dass die Lipschitzkonstante von dem betrachteten Intervall abhängt. Viele Funktionen (z. B. Polynome) sind Lipschitz-stetig auf jedem beschränkten Intervall, aber nicht auf ganz $\mathbb{R}$

Lipschitz-Stetigkeit impliziert *gleichmäßige Stetigkeit.*

19 *Antwort*

Sei $A \subseteq \mathbb{R}$ offen. Eine Funktion $f : D \to \mathbb{R}$ heißt *stetig an der Stelle* $c \in D$, wenn zu jeder reelen Zahl $\varepsilon > 0$ eine reele Zahl $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$ existiert, so dass für alle x mit $|c - x| < \delta$ gilt

$$|f(c) - f(x)| < \varepsilon \tag{16}$$

Fundamentalsatz der Algebra

allgemeine Lösungsformel

(Natürliche und allgemeine) Exponentialfunktion und Logarithmus

Pythagoräische Identität, Sinussatz, Additionstheoreme

22 *Antwort*

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \tag{18}$$

21 *Antwort*

Jedes Polynom vom Grad $\geqslant 1$ hat mindesten eine (reelle oder komplexe) Nullstelle

24 *Antwort*

- ▷ $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ .... *Pythagoräische Identität*
- ▷ $\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}$ .... *Sinussatz*
- ▷ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$ .... *Cosinussatz*
- ▷ $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$
- ▷ $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$

23 *Antwort*

$$e^{x+y} = e^x e^y, \qquad e^{x\cdot y} = (e^x)^y, \qquad e^{-x} = \frac{1}{e^x} \tag{19}$$

$$\ln(x \cdot y) = \ln x + \ln y, \qquad \ln x^k = k \ln x, \qquad \ln\frac{1}{x} = -\ln x \tag{20}$$

$$a^{x+y} = a^x a^y, \qquad a^{x\cdot y} = (a^x)^y \tag{21}$$

$$a^x = \left(e^{\ln a}\right)^x = e^{x \ln a} \tag{22}$$

$$\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}, \; 0 < x < \infty \tag{23}$$

Differenzierbarkeit

Ableitung der Umkehrfunktion

Ableitungen von $\ln x$, $\log_a x$ und den zyklometrischen Funktionen

Ableitung von $\operatorname{arsinh} x$, $\operatorname{arcosh} x$ und $\operatorname{artanh} x$

26 *Antwort*

Sei $f(x)$ in (a, b) differenzierbar und streng monoton, weiters sei $f'(x) \neq 0, x \in (a, b)$. Dann exisitiert die Umkehrfunktion f^{-1} und ist differenzierbar. Es gilt

$$(f^{-1}(y))' = \frac{1}{f'(f^{-1}(y))} \tag{25}$$

25 *Antwort*

Sei $f : (a, b) \to \mathbb{R}$ und $x \in (a, b)$. Wenn $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}$ existiert, dann heißt f *differenzierbar* an der Stelle x. Man schreibt

$$f'(x) := \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} \tag{24}$$

und bezeichnet $f'(x)$ als die *1. Ableitung* oder *Differentialquotient* von f an der Stelle x.

28 *Antwort*

$$\frac{d}{dx} \operatorname{arsinh} x = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}, \qquad x \in \mathbb{R} \tag{30}$$

$$\frac{d}{dx} \operatorname{arcosh} x = \pm\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}, \qquad x > 1 \tag{31}$$

$$\frac{d}{dx} \operatorname{artanh} x = \frac{1}{1-x^2}, \qquad x \in (-1, 1) \tag{32}$$

27 *Antwort*

$$\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}, \qquad \frac{d}{dx} \log_a x = \frac{1}{\ln a}\frac{1}{x} \tag{26}$$

$$\frac{d}{dx} \arcsin x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \qquad x \in (-1, 1) \tag{27}$$

$$\frac{d}{dx} \arccos x = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \qquad x \in (-1, 1) \tag{28}$$

$$\frac{d}{dx} \arctan x = \frac{1}{1+x^2}, \qquad x \in \mathbb{R} \tag{29}$$

Wie lautet der 1. Mittelwertsatz der Differentialrechnung?

Wie lautet der 2. Mittelwertsatz der Differentialrechnung?

Wie lautet der Satz von Rolle?

Maximalbetrag der Ableitung als Lipschitzkonstante

30 *Antwort*

Seien f, g stetig auf $[a, b]$ und differenzierbar auf a, b. Dann existiert $\xi \in (a, b)$ mit

$$f'(\xi)(g(b) - g(a)) = g'(\xi)(f(b) - f(a)) \tag{34}$$

(Der Speizialfall $g(x) = x$ ergibt wiederum den 1. Mittelwertsatz.)

29 *Antwort*

Sei $f(x)$ stetig auf $[a, b]$ und differenzierbar auf (a, b). Dann existiert ein $\xi \in (a, b)$ mit

$$f'(\xi) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \tag{33}$$

Geometrische Interpretation: Es gibt mindestens einen Punkt $\xi \in (a, b)$, an dem die Steigung der Tangente an den Graphen von f gleich der Steigung der Geraden durch die Punkte $(a, f(a))$ und $(b, f(b))$ ist. Siehe Abb. 9.4 im Skript.

32 *Antwort*

Sei f stetig differenzierbar auf $[a, b]$. Dann ist f Lipschitz-stetig auf $[a, b]$, d.h. es gilt

$$|f(x_1) - f(x_2)| \leqslant L|x_1 - x_2| \ \forall\ x_1, x_2 \in [a, b] \tag{35}$$

mit $L = \max\limits_{x \in [a,b]} |f'(x)|$ als kleinstmöglicher Lipschitzkonstante.

31 *Antwort*

Sei $f(x)$ stetig auf $[a, b]$, differenzierbar auf (a, b) und gilt $f(a) = f(b)$. Dann existiert ein $\xi \in (a, b)$ mit $f'(\xi) = 0$

Regel von de l'Hospital für 0/0

Wie lautet die Leibnizsche Produktregel

Wie lautet der Satz von Taylor?

Lokale Extrema

34 *Antwort*

$$(fg)^{(n)} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} f^{(k)} g^{(n-k)} \tag{39}$$

33 *Antwort*

Die Funktionen $f, g : [c, c+\varepsilon] \to \mathbb{R}$ seien stetig und auf $(c, c+\varepsilon)$ differenzierbar. Es gelte

$$f(c) = g(c) = 0 \quad \text{und} \quad g'(x) \neq 0, x \in (c, c+\varepsilon) \tag{36}$$

Falls der Grenzwert

$$\lim_{x \to c+} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \gamma \qquad (\gamma = \pm\infty \ \ \textit{zugelassen!}) \tag{37}$$

existiert, dann gilt auch

$$\lim_{x \to c+} \frac{f(x)}{g(x)} = \gamma \tag{38}$$

36 *Antwort*

Sei $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ stetig. $x_0 \in (a, b)$ heißt *lokales Minimum (Maximum)*, wenn ein $\delta > 0$ existiert, so dass $f(x_0) \leqslant f(x)$ $(f(x_0) \geqslant f(x))$ für $|x - x_0| < \delta$.

Präziser gesprochen ist x_0 eine lokale *Extremalstelle* (Minimal- oder Maximalstelle), und $f(x_0)$ ist der lokale *Extremalwert* (Minimal- oder Maximalwert).

35 *Antwort*

Sei $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ eine $(n+1)mal$ stetig differenzierbare Funktion. Dann gilt für alle $x_0 \in [a, b]$ und $x = x_0 + h \in [a, b]$ die Taylorsche Formel,

$$f(x) = f(x_0 + h) = \\ f(x_o) + \frac{f'(x_0)}{1!}h + \frac{f''(x_0)}{2!}h^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}h^n + R_{n+1}(x) \tag{40}$$

mit dem Restglied der Ordnung $n + 1$.

$$R_{n+1}(x) = \frac{f^{(n+1)}(x_0 + \vartheta\, h)}{(n+1)!} h^{(n+1)} \quad \text{mit } \vartheta \in [0, 1] \tag{41}$$

Charakterisierung stationäre Punkte

Rekursive Definition des Newton-Verfahrens

Wie lautet der erste Mittelwertsatz der Integralrechnung

Zweiter Mittelwertsatz der Integralrechnung

$$x_{(n+1)} := x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad n = 0, 1, 2, \ldots \tag{42}$$

Sei $f'(x_0) = 0$, $f^{(k)}(x_0) = 0$ für $k = 2 \ldots n$, jedoch $f^{(n+1)}(x_0) \neq 0$.

- ▷ Im Fall $(n + 1)$ gerade, ist x_0
  - für $f^{(n+1)}(x_0) > 0$ ist ein *lokales Minimum*,
  - für $f^{(n+1)}(x_0) < 0$ ist ein *lokales Maximum*.
- ▷ Im Fall das $(n+1)$ ungerade ist $x_{(0)}$ ein sogenannter *Sattelpunkt*, d.h. in jeder Umgebung von x_0 gibt es Punkte mit $f(x) > f(x_0)$ und mit $f(x) < f(x_0)$.

  Beachte: Ein Sattelpunkt ist ein Wendepunkt mit $f'(x_0) = 0$.

Sei $f(x)$ stetig auf $[a, b]$, und $g : [a, b] \to \mathbb{R}$ sei integrierbar, wobei $g(x) \geqslant 0$, $x \in [a, b]$, $\int_a^b g(x)dx > 0$. Dann existiert ein $\xi \in [a, b]$ mit

$$\int_a^b f(x)g(x)dx = f(\xi) \int_a^b g(x)dx \tag{44}$$

Ist $f(x)$ stetig auf $[a, b]$, dann existiert ein $\xi \in [a, b]$ mit

$$\int_a^b f(x)dx = f(\xi)(b - a) \tag{43}$$

Hauptsatz der Differential und Integralrechnung

Punktweise, gleichmäßige Konvergenz

Wie lautet das Restglied der Taylorreihe in Integraldarstellung

Wie lautet das Taylorpolynom

42 *Antwort*

- ▷ Existiert $\lim_{n\to\infty} f_n(\xi)$ für $\xi \in D$, dann heißt $\{f_n\}$ an der Stelle ξ *konvergent.*
- ▷ Konvergiert $\{f_n\}$ an x für alle $x \in I \subseteq D$, so heißt $\{f_n\}$ *punktweise konvergent in* I, und dann existiert eine *Grenzfunktion* $f : I \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x) := \lim_{n\to\infty} f_n(x), \;\; x \in I \tag{47}$$

- ▷ Die Funktionenfolge f_n heißt *gleichmäßig konvergent* auf I gegen die Funktion f, wenn

$$\lim_{n\to\infty} \sup_{x\in I} |f_n(x) - f_x| = 0 \tag{48}$$

In „ε-$N(\varepsilon)$-Terminologie “ ausgedrückt bedeutet dies: Zu jedem $\varepsilon > 0$ existiert ein Index $N = N(\varepsilon) > 0$, so dass für alle $x \in I$ und für alle $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geqslant N(\varepsilon)$ gilt

$$|f_n(x) - f(x)| < \varepsilon \tag{49}$$

41 *Antwort*

(i) Sei $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ stetig. Dann ist die Funktion $F(x) = \int_a^x f(\xi)d\xi$ auf $[a, b]$ stetig differenzierbar, und es gilt

$$F'(x) = \frac{d}{dx}\int_a^x f(\xi)d\xi = f(x) \tag{45}$$

(ii) Sei $f : I \to \mathbb{R}$ stetig, und F sei eine Stammfuntkion von f. Dann gilt für $a, b \in I$

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) =: F(x)\big|_a^b \tag{46}$$

44 *Antwort*

Das Polynom vom Grad $\leqslant n$

$$T_n(x) := \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}(x - x_0)^k \tag{51}$$

heißt n*-tes Taylorpolynom der Funktion* f zur Entwicklungsstelle x_0, und $R_{n+1}(x)$ heißt das *Restglied* $(n+1)$-ter Ordnung.

43 *Antwort*

$$R_{n+1}(x) = \frac{h^{n+1}}{n!}\int_0^1 (1-\sigma)^n f^{(n+1)}(x_0 + \sigma h)d\sigma = \mathcal{O}(|h|^{n+1}) \quad \text{für } h \to 0 \tag{50}$$

Taylor-Restglied: Lagrange-Darstellung

Taylorentwicklung der Exponentialfunktion, des natürlichen Logarithmus und der trigonometrischen Funktionen

Taylorentwicklung der Hyperbelfunktionen, des Arcustangens und der Binomischen Reihe

46 *Antwort*

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}, \quad x \in \mathbb{R} \tag{53}$$

$$\ln\left(1-x\right) \sim \sum_{n=1}^{\infty} \left(-1\right)^{n-1} \frac{x^n}{n} \tag{54}$$

$$\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} \left(-1\right)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!},\ \cos x = \sum_{n=0}^{\infty} \left(-1\right)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} \tag{55}$$

45 *Antwort*

Sei $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ eine $(n+1)$ mal stetig differenzierbare Funktion. Dann gilt fpr das Taylor-Restglied die Darstellung

$$R_{n+1}(x) = \frac{f^{(n+1)}(x_0 + \vartheta h)}{(n+1)!} h^{n+1},\ h = x - x_0 \text{ für ein } \vartheta \in [0, 1] \tag{52}$$

47 *Antwort*

$$\sinh x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!},\ \cosh x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(2n)!} \tag{56}$$

$$\arctan x = \sum_{n=0}^{\infty} \left(-1\right)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)},\ \text{für } x \in [-1, 1] \tag{57}$$

$$\left(1+x\right)^a = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{a}{n} x^n,\ \text{für } |x| < 1 \tag{58}$$