



پاسخ تمرین سه (فصل 5)

پاسخ بخش نظری

1.

(الف)

$$M/M/1/\infty/\infty$$

(ب)

پس داریم  $\lambda > \mu$ . پس سیستم استیبل است. حال طبق فرمول های داده شده برای این نوع سیستم داریم:

$$\rho = \lambda / \mu = 13 / 24 = 0.5416$$

$$L = \rho / (1 - \rho) = 1.1818$$

$$w = 1 / \mu (1 - \rho) = 1.092 \text{ min}$$

$$w_Q = L / \mu = 0.5909$$

$$L_Q = \rho L = 0.64$$

(ج) حدوداً 49 تومان هزینه در بر خواهد داشت.

2.

	Two M/M/1 queues	M/M/2 queue
$\rho$	$\frac{\lambda}{\mu}$	$\frac{\lambda}{\mu}$
$L$	$\frac{2\rho}{1-\rho}$	$\frac{2\rho}{1-\rho^2}$
$w$	$\frac{1}{\mu(1-\rho)}$	$\frac{1}{\mu(1-\rho^2)}$
$w_Q$	$\frac{\rho}{\mu(1-\rho)}$	$\frac{\rho^2}{\mu(1-\rho^2)}$
$L_Q$	$\frac{2\rho^2}{1-\rho}$	$\frac{2\rho^3}{1-\rho^2}$

طبق جدول بالا مشاهده می‌شود که سیستم M/M/2 از سیستم دو صف M/M/1 عملکرد بهتری دارد. در سیستم M/M/2، میانگین تعداد مشتریان در سیستم و در صف و میانگین زمان انتظار در سیستم و در صف، همگی کوچکتر از یک سیستم با دو صف M/M/1 است.

3.

برای یک صف M/G/∞ با  $\lambda = 50/\text{hour}$  و  $\mu = 1/2$  داریم:

$$P_n = \frac{e^{-\frac{\lambda}{\mu}} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n}{n!}$$

حال اگر c تعداد فضاهای خالی باشد، احتمال اینکه بیشتر از c فضا نیاز داشته باشیم برابر است با:

$$P(L(\infty) > c) = \sum_{n=c+1}^{\infty} P_n = 1 - \sum_{n=0}^c P_n \leq 0.001 \Rightarrow \sum_{n=0}^c P_n \geq 0.999$$

حال اگر عبارت بالا را محاسبه کنیم c برابر 132 بدست می‌آید. یعنی با حداقل 132 جای پارک 99.9% مواقع جای پارک خالی خواهیم داشت.