

موضوع: تحلیل روابط بازگشتی (استقرا - دقت بازگشت - قصه اصلی):

$$2^k = n$$

مرتب سازی ادغامی:

۱- آرایه A را به دو قسمت مساوی با اندازه نصف A تقسیم کن A_1, A_2

۲- A_1 و A_2 را به صورت بازگشتی مرتب کن

۳- A_1 و A_2 را ادغام کن. $\leftarrow O(n)$

$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + O(n) \quad T(1) = O(1)$$

$$T(n) \leq 2T\left(\frac{n}{2}\right) + c_2 n \quad T(1) \leq c_1$$

استقرا - دقت بازگشت. $n = 2^k$

استقرا: نشان می دهیم $T(n) \leq c_3 n \log n$ در آن $c_3 = c_1 + c_2$

$$T(2) \leq 2T(1) + 2 \times c_2 \quad n=2 \text{ پایه}$$

$$T(2) \leq 2c_1 + 2 \times c_2 \rightarrow \leq 2(c_1 + c_2) \times \log_2 2$$

$$\hookrightarrow T(2) \leq 2 \times c_3 \times \log_2 2$$

فرض: به ازای هر اصل که از n ، گزاره صحیح است. برای n داریم:

$$T(n) \leq 2T\left(\frac{n}{2}\right) + c_2 n$$

$$\leq 2 \times c_3 \frac{n}{2} \log \frac{n}{2} + c_2 n$$

$$\leq c_3 n (\log n - 1) + c_2 n$$

$$\leq c_3 n \log n - c_3 n + c_2 n$$

$$\leq c_3 n \log n$$

$$T(n) = \Omega(n \log n)$$

$$T(n) \geq c_1$$

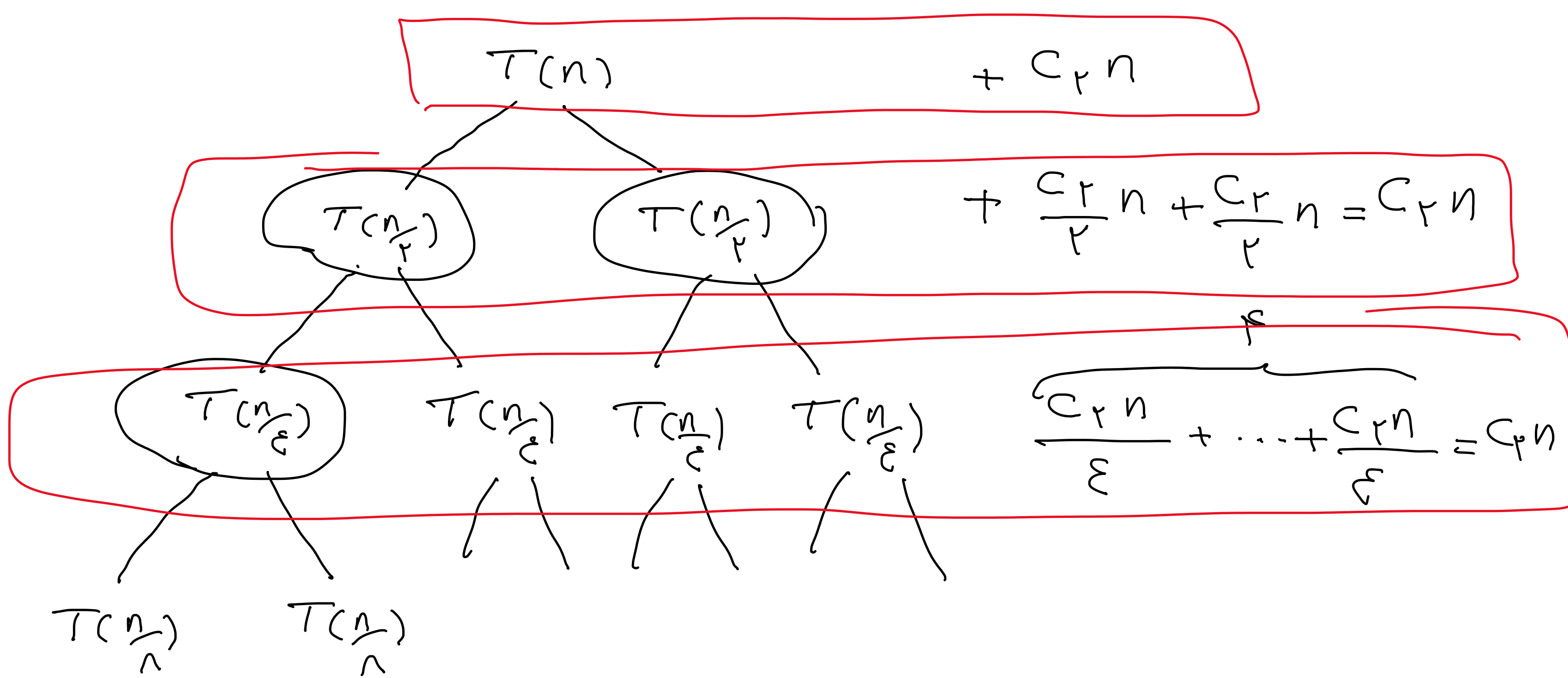
$$\geq c_2 n$$

$$T(n) = \Theta(n \log n)$$

$$T(n) \leq 2T\left(\frac{n}{2}\right) + c_2 n$$

$$T(1) \leq c_1$$

دقت بازگشت:



$$c_1 = T(1) \rightarrow n c_1$$

n = تعداد برگ ها ؟

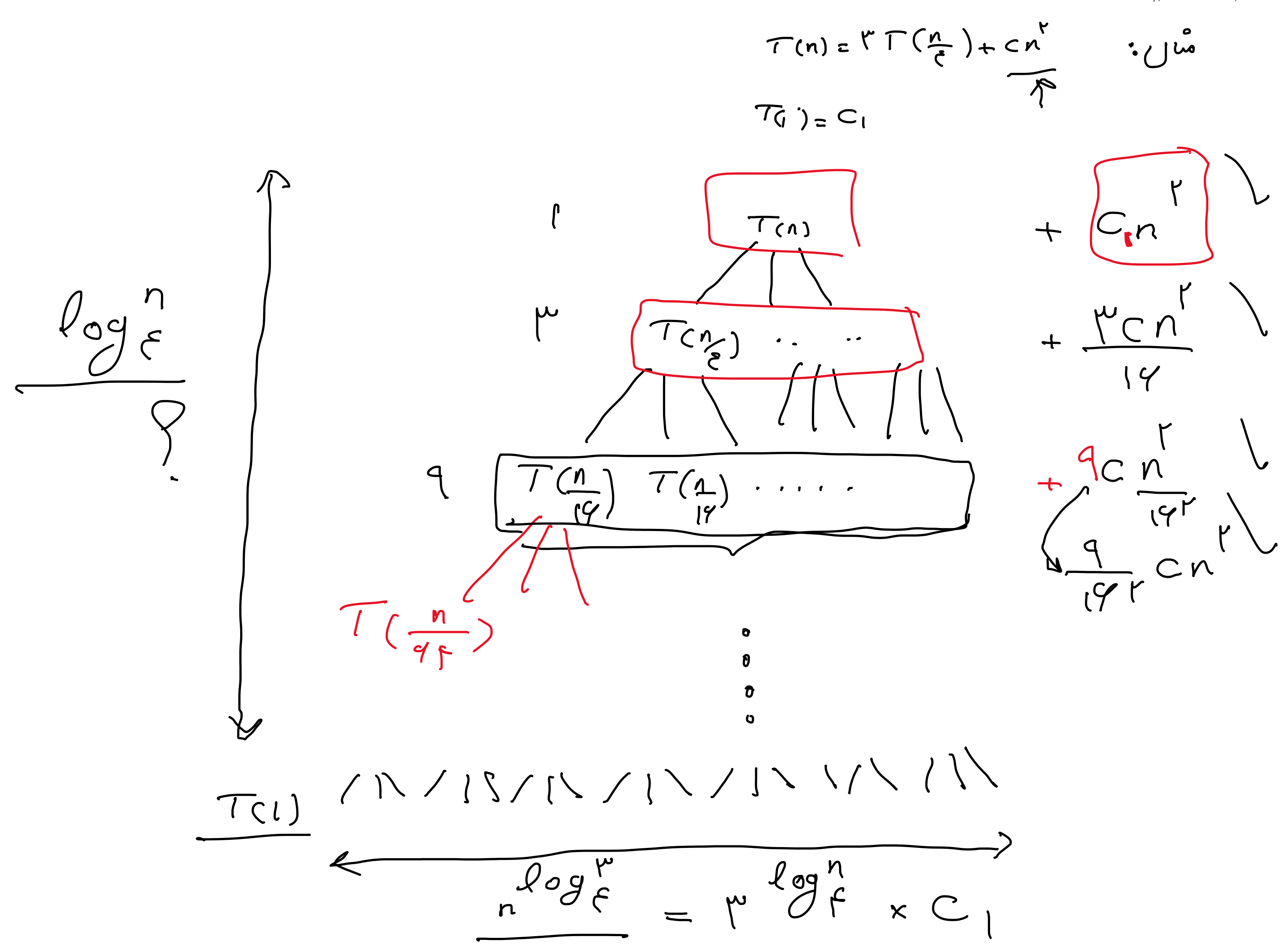
$$T(n) = \log(n) \times c_2 n + n \times c_1$$

$$= O(n \log n)$$

$$T(n) = 3T\left(\frac{n}{3}\right) + c_2 n^2$$

مثال:

$$T(1) = c_1$$

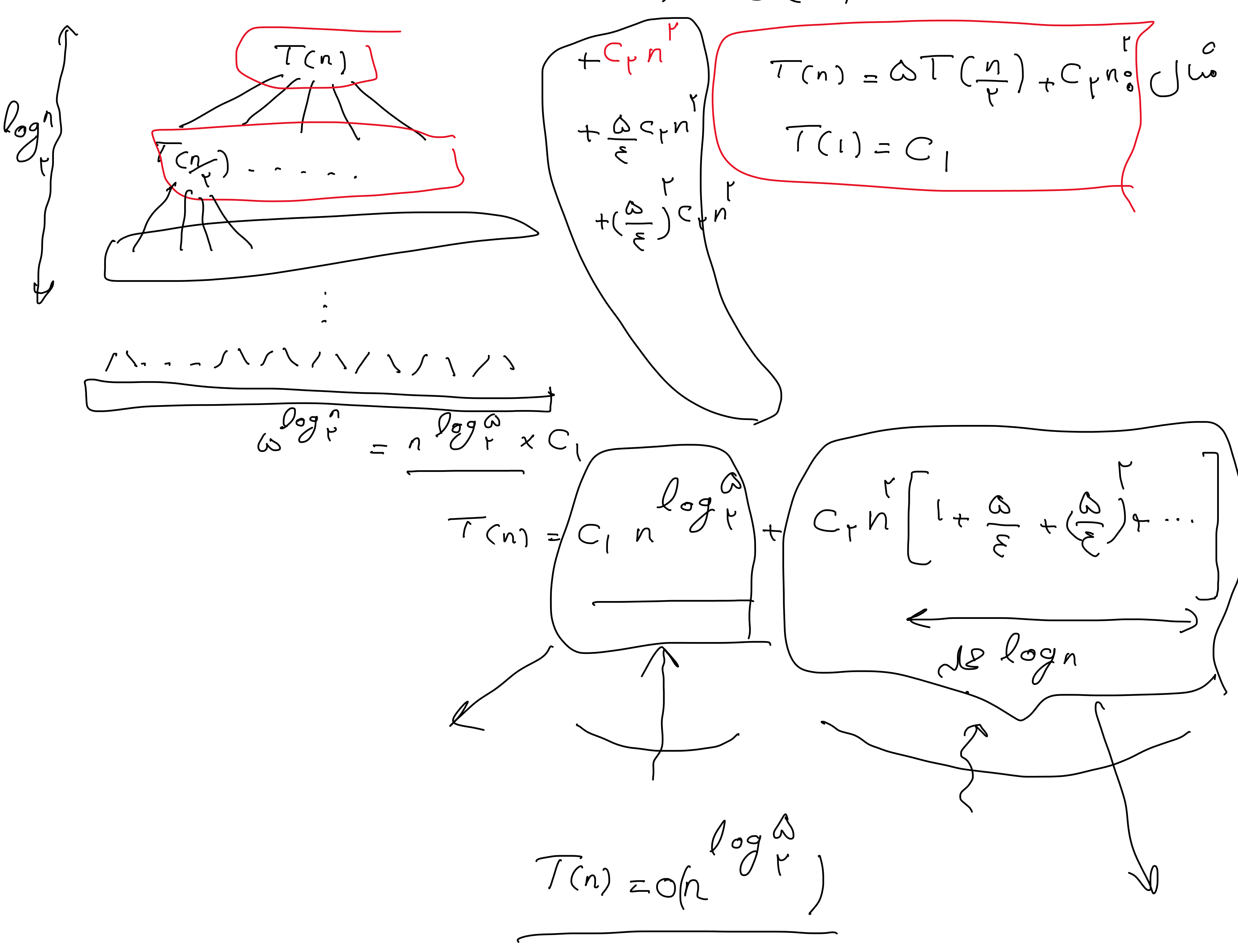


$$T(n) = n \log_4^n \times c_1 + cn^2 \left[1 + \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \dots \right]$$

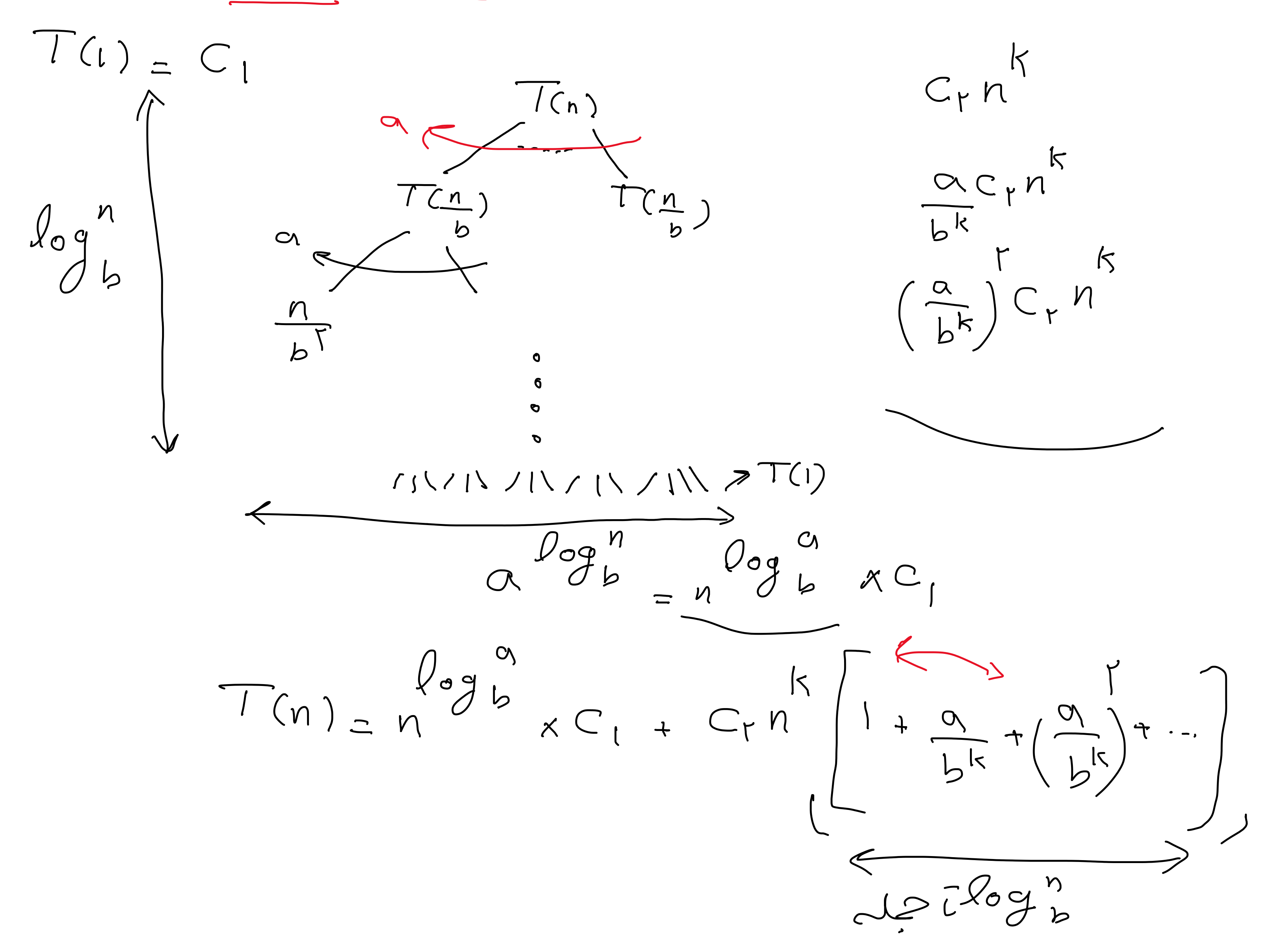
$$O(1) = \frac{1}{1 - \frac{3}{4}} = 1 + \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \dots$$

$$T(n) = n \log_4^n \times c_1 + cn^2 \times c' \rightarrow \frac{19}{13}$$

$$T(n) = O(n^2)$$



$T(n) = a T\left(\frac{n}{b}\right) + C_r n^k$ مثال: فی کی دقت بازگشت:
 $T(1) = C_1$



- قضیه اصلی
 $k > \log_b^a \rightarrow b^k > a \rightarrow \text{محدود} \rightarrow T(n) = O(n^k)$
 $k = \log_b^a \rightarrow b^k = a \rightarrow T(n) = O(n^k \log n)$
 $k < \log_b^a \rightarrow b^k < a \rightarrow \text{نامحدود} : T(n) = O(n^{\log_b^a})$
 $O(n^{\log_b^a})$

$$\frac{a}{b^k} = \frac{1}{r} \rightarrow \left[1 + \frac{1}{r} + \frac{1}{r^2} + \frac{1}{r^3} + \dots \right] \leq 2$$