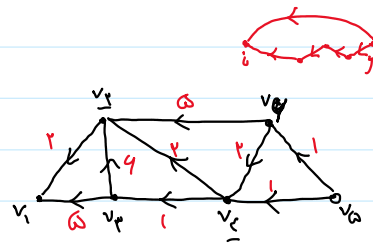


موضوع: کوتاه‌ترین مسیر در گراف

کوینز: از مرتب‌سازی خطی بابت درخت فالدریسی.

زمان: $\left\{ \begin{array}{l} \text{سمت‌بندی آینده: } 1, 5, \dots \\ \text{بغ‌بندی: } \dots \end{array} \right\}$ نظر سنجی

کوتاه‌ترین مسیر در گراف: گراف جهت‌دار وزن‌دار G و دوراس v_i و v_j داده شده است. هدف پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر بین v_i و v_j است.
مسیر با کمترین وزن ← مسیر جهت‌دار



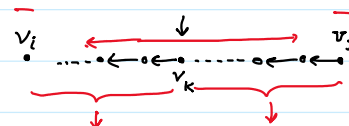
کوتاه‌ترین مسیر از v_1 به v_6 ؟

$v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_6$

کوتاه‌ترین = v_1 به v_6 ؟

$v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_3 \rightarrow v_6$: 5

* فرض کنید v_k یک راس دلخواه در کوتاه‌ترین مسیر بین v_i و v_j باشد.



کوتاه‌ترین مسیر از v_i به v_k

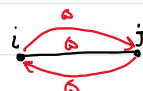
v_i به v_k

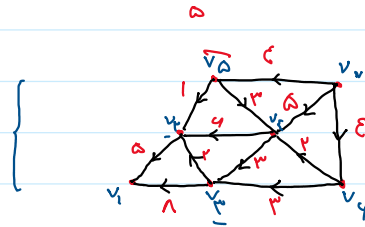
کوتاه‌ترین مسیر از v_k به v_j

از هر راس‌هایی v_i

SSSP: گراف جهت‌دار وزن‌دار G داده شده است. هدف پیدا کردن کوتاه‌ترین

مسیر از هر راس‌ها به v_i است.





Dijkstra (داسترا):

$S = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\} \rightarrow S = \{v_1\}$
 $dist[v_1] = 0$
 $dist[v_2] = 8$
 $dist[v_3] = 5$
 $dist[v_4] = \infty$
 $dist[v_5] = \infty$
 $dist[v_6] = \infty$
 $dist[v_7] = \infty$

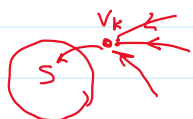
$dist[v]$: کوتاه‌ترین مسیر از v_1 به v_i که تنها از راس‌ها
 مجموعه S می‌گذرد.
 کل راس‌ها
 + در هر مرحله راس در N/S با مقدار $dist$
 کمینه را به S اضافه می‌کنیم.
 + $dist$ سایر راس‌ها داخل N/S آپدیت می‌کنیم.

$S = \{v_1\}$
 $\omega(j)$ (وزن یال j به 1)
 $\forall j \in N(v_1) : dist[v_j] = \omega(j)$
 $dist[v_j] = \infty$ به ازای بقیه راس‌ها

n
 $\log n$
 $\rightarrow \text{for } (i, 1 \rightarrow n) \{$
 n let v_k be a vertex in V/S with min dist
 add v_k to S

$\log n$
 $|E|$
 for every $v_j \in N(v_k)$
 if $(\omega(j, k) + dist[v_k] < dist[v_j])$
 $dist[v_j] = dist[v_k] + \omega(j, k)$
 relax کردن یال (k, j)

$O(n^2 + |E|)$ لیست مجاورت زمان اجرا؟



$O(n \log n + E \log n)$: Heap استفاده از Heap بهتر؟

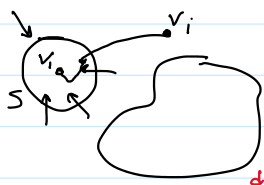
$O(n \log n + |E|)$ هم نیویگاسی: بهتر؟

$dec: O(1)$

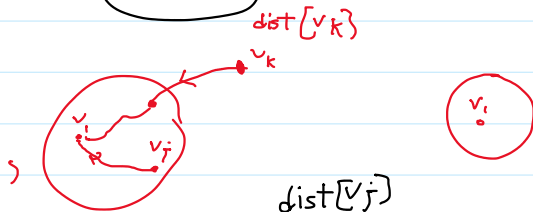
اسات درستی 1 (Sketch)

اثبات درستی (Sketch)

* در هر مرحله، $\widehat{dist[v_i]}$ کوتاهترین مسیر از v_i به v_l را نشان می‌دهد که تنها از راس‌های مجموعه S می‌گذرد.

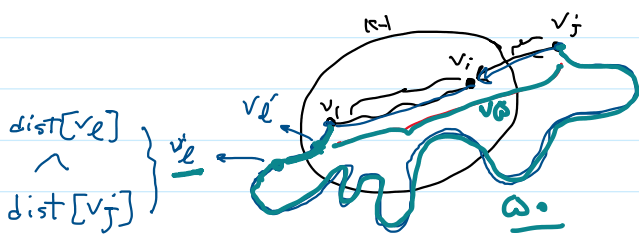
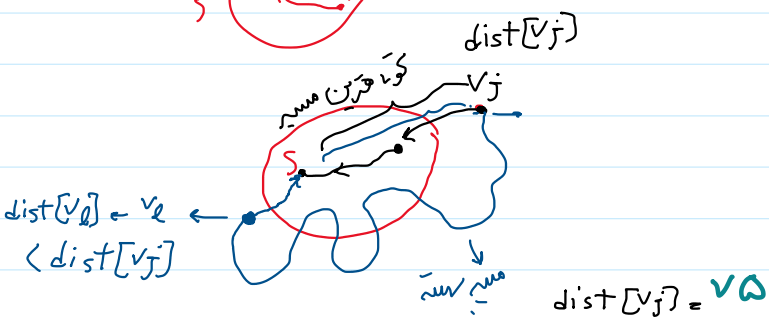


* به طور خاص به ازای هر عضو مجموعه S ، $\widehat{dist[v_j]}$ کوتاهترین مسیر را v_l را نشان می‌دهد.



استفاده: $|S|=1$

$|S|=k$



نتیجه: $dist[v_l] < v_5 < v_5$

* برای این الگوریتم فرض این است که تمام یال‌ها مثبت است.

$dist[v_j] = v_5$

