



# ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها

نیم‌سال اول ۱۳۹۹ - ۱۴۰۰

مدرس: مسعود صدیقین

دانشکده‌ی مهندسی کامپیوتر

## سوالات سری نهم

### مسئله‌ی ۱\*. ایزی هش

فرض کنید قصد داریم اعداد ۱، ۳۰، ۱۲، ۹، ۱۵، ۶۰، ۳۰، ۱۰، ۱۸، ۳۸، ۵۱ را درون یک جدول درهم‌سازی که شامل ۹ خانه‌است به ترتیب درج کنیم. برای تابع درهم‌سازی از تابع به فرم زیر استفاده می‌کنیم.

$$h(k) = [(ak + b) \bmod p] \bmod m$$

که  $a$  و  $b$  اعداد تصادفی در مجموعه  $\{0, 1, \dots, p-1\}$  هستند و  $p$  یک عدد اول خیلی بزرگ (بزرگتر از اندازه مجموعه کلیدها) است. این تابع جزو خانواده درهم‌سازی سراسری است.

با انتخاب  $p$  و در ادامه آن  $a$  و  $b$  با استفاده از رویکرد زنجیربندی برای حل مشکل برخورد، فرایند درج این کلیدها درون این جدول درهم‌سازی با استفاده از تابع داده‌شده را شرح دهید.

### مسئله‌ی ۲\*. هش جهانی

فرض کنید که مجموعه کلیدهای ما به صورت بردارهای  $[x_1, x_2, \dots, x_k]$  باشند، با این فرض که هر کدام از  $x_i$ ‌ها می‌توانند از بازه  $\{0, 1, \dots, N-1\}$  انتخاب شده باشند که  $N$  یک مقدار اول است. نشان دهید که خانواده زیر برای این تابع یک خانواده جهانی است:

$$H = \{h | h(x) = (r_1 x_1 + r_2 x_2 + \dots + r_k x_k) \% N\}$$

که در آن تمام  $x_i$ ‌ها از بازه  $\{0, 1, \dots, N-1\}$  انتخاب شده‌اند.

### مسئله‌ی ۳\*. واریسی درجه دو

یکی دیگر از روش‌های حل مشکل برخورد، استفاده از روش آدرس‌دهی باز است. فرض کنید یک جدول درهم‌سازی با  $m$  خانه داریم که به ترتیب با اندیس‌های ۰ تا  $m-1$  مشخص شده‌اند.

برای یافتن عنصری با کلید  $k$  مطابق الگوریتم زیر عمل می‌کنیم.

۱. شمارنده‌های  $x \leftarrow h(k)$  و  $y \leftarrow 0$  را مقداردهی کن.

۲. اگر کلید  $k$  در خانه  $x$  جدول بود یا این جدول خالی بود جست‌وجو را متوقف کن

۳. مقادیر پارامترهای  $x$  و  $y$  را به صورت  $y \leftarrow (y + 1) \% m$  و  $x \leftarrow (x + y) \% m$  بروزرسانی کن.

۴. به مرحله ۲ برگرد.

با فرض اینکه  $m = 2^d$  که  $d$  یک عدد صحیح مثبت است، ثابت کنید الگوریتم فوق در بدترین حالت تمام خانه‌های جدول را بررسی می‌کند.

#### مسئله ۴.\*. نایاب

یک آرایه به طول  $n$  از اعداد صحیح و دو عدد صحیح  $l$  و  $r$  داده شده است. هر عدد صحیح در بازه  $[l, r]$  که در آرایه موجود نباشد را نایاب می‌نامیم. الگوریتم از مرتبه زمان  $O(n + (r - l))$  برای شمارش تعداد اعداد نایاب ارائه دهید.

#### مسئله ۵.\*. کوکو سبزی

یکی دیگر از روش‌های درهم‌سازی استفاده از روش درهم‌سازی کوکو است. در این روش دو جدول درهم‌سازی  $T_1$  و  $T_2$  داریم که هر کدام می‌تواند تابع درهم‌سازی مخصوص خود را داشته باشد  $(h_1(k), h_2(k))$ . برای جست‌وجوی عنصر  $k$  تنها لازم است دو خانه  $T_1[h_1(x)]$  و  $T_2[h_2(x)]$  را بررسی کنیم و اگر عنصر موردنظر در هیچ‌کدام از این دو خانه نبود این عنصر هیچوقت درج نشده است.

برای درج نیز ابتدا این دو خانه را بررسی می‌کنیم. اگر حداقل یکی از آن‌ها خالی بود عنصر را در یکی از آن‌ها درج می‌کنیم و کار تمام است. در غیر این صورت عنصر  $k$  را در  $T_1[h_1(k)]$  درج می‌کنیم و عنصری که قبلاً در این خانه بوده را به جدول  $T_2$  منتقل می‌کنیم و این کار را به صورت بازگشتی روی این عنصر ادامه می‌دهیم. برای اطلاعات بیشتر در مورد این روش می‌توانید جست‌وجو کنید.

حال فرض کنید دو جدول کوکو داریم که هر کدام ۱۰ خانه دارند. مسأله ۱ را با استفاده از این روش حل کنید (دقت کنید باید دو تابع مناسب نیز پیشنهاد دهید).

همچنین چه روش‌هایی پیشنهاد می‌کنید که از افتادن در دور بی‌نهایت جلوگیری کند؟

#### مسئله ۶.\*. باقالی پلو با ماهیچه

الگوریتمی با مرتبه خطی پیشنهاد دهید که تمام زیرآرایه‌های یک آرایه که جمع عناصر آن برابر ۱ می‌شود را پیدا کند (دقت کنید منظور از زیرآرایه تعدادی عنصر متوالی در آرایه اصلی است).