



ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها

نیم‌سال اول ۱۳۹۹ - ۱۴۰۰

مدرس: مسعود صدیقین

دانشکده‌ی مهندسی کامپیوتر

سوالات سری ششم

مسئله‌ی ۱*. مگه میشه؟ مگه داریم؟

می‌دانیم که در یک درخت دودویی، سطح یک گره برابر با طول مسیر از آن گره تا ریشه است. ارتفاع درخت بزرگترین سطح گره‌ها در آن درخت است. پهنای یک درخت دودویی T را برابر بیشترین گره‌های هم‌سطح در T تعریف می‌کنیم.

آیا درخت دودویی با n گره و ارتفاع $\theta(\log(n))$ و پهنای $\theta(\frac{n}{\log(n)})$ وجود دارد؟ چرا؟

مسئله‌ی ۲*. هر کی فقط ۲ تا!

یک درخت T با n عنصر در نظر بگیرید که گره‌های غیربرگ آن همگی ۲ فرزند دارند. فرض کنید E و I به ترتیب مجموع عمق برگ‌ها و مجموع عمق عناصر غیربرگ باشد؛ چه رابطه‌ای همواره بین E و I برقرار است؟ توضیح دهید و رابطه خود را اثبات کنید.

مسئله‌ی ۳*. لابد دیگه

ثابت کنید اگر $T(n)$ زمان پیمایش درخت دودویی با n رأس باشد، برای هر یک از پیمایش‌های پیش‌ترتیب، میان‌ترتیب و پس‌ترتیب ثابت کنید $T(n) \in \theta(n)$.

مسئله‌ی ۴*. چی می‌خوای دیگه؟

نشان دهید رویه‌های پیمایش درخت می‌توانند طوری پیاده‌سازی شوند که از لحاظ زمانی از $\theta(n)$ و از لحاظ فضای حافظه‌ی مورد استفاده از $\theta(1)$ باشند، حتی زمانی که گره‌ها اشاره‌گری به پدر خود نداشته باشند. توجه شود که هر گره‌ی درخت تنها لیستی از اشاره‌گرها به فرزندانش دارد که در پایان پیمایش درخت باید به صورت اولیه باشد.

مسئله‌ی ۵*. درخت کاملاً متوازن

درخت دودویی درختیست که در آن هر راسی حداکثر دو فرزند داشته باشد. درخت دودویی T را «کاملاً متوازن» می‌نامیم اگر به ازای هر رأس مانند v از آن، تعداد رئوس زیردرخت سمت چپ v و زیردرخت سمت راست آن حداکثر یک واحد اختلاف داشته باشند. الگوریتمی ارائه دهید که تشخیص دهد یک درخت دودویی کاملاً متوازن است یا خیر و آن را از نظر زمان اجرا در بدترین حالت تحلیل کنید.

مسئله ۶*. بازه‌یابی

الگوریتمی از مرتبه $O(n)$ ارائه دهید که یک درخت دودویی مانند T و دو مقدار a و b را که $a \leq b$ است، به عنوان ورودی گرفته و تعداد رئوس T با مقدار بین a و b را برگرداند.

مسئله ۷*. تست ددج

در چه مرتبه زمانی می‌توان تست کرد که درخت دودویی n راسی داده شده یک درخت دودویی جستجو است؟