



ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها

نیم‌سال اول ۱۳۹۹ - ۱۴۰۰

مدرس: مسعود صدیقین

دانشکده‌ی مهندسی کامپیوتر

جستجوی اول سطح و درخت کمینه‌ی فراگیر

مسئله‌ی ۱*. این دفعه برعکس

در یک گراف هم‌بند، یال‌ها را به ترتیب نزولی مرتب می‌کنیم و به همین ترتیب هر یال را، به شرطی که با حذف آن یال گراف باقی‌مانده هم‌بند بماند، حذف می‌کنیم. ثابت کنید درخت نهایی، یک درخت پوشای کمینه برای گراف اولیه است.

مسئله‌ی ۲*. بودن یا نبودن، مسئله این است!

یک درخت وزن‌دار، هم‌بند و بدون جهت با n راس و m یال داده شده است. در کم‌ترین زمان، برای هر یال پیدا کنید که آیا در هیچ یک از درخت‌های پوشای کمینه این گراف ظاهر شده‌اند یا نه؟

مسئله‌ی ۳*. درخت پوشا (درخت پوشای کمینه)

یک «درخت پوشای همگن» از گراف وزن‌دار G ، درخت پوشایی است که وزن سنگین‌ترین یال آن در بین تمام درخت‌های پوشای G کم‌ترین باشد. نشان دهید هر درخت پوشای کمینه یک درخت پوشای همگن است.

مسئله‌ی ۴*. مسیر رنگی

گراف ساده G داده شده است. در این گراف، هر کدام از راس‌ها، با یکی از رنگ‌های آبی، قرمز و زرد رنگ شده است. یک مسیر رنگی، مسیری است که به ازای هر دو راس پشت سر هم در این مسیر، رنگ آن دو متفاوت باشد. حال فرض کنید دو راس v_i و v_j داده شده است. الگوریتمی ارائه دهید که کوتاه‌ترین مسیر رنگی از v_i به v_j را بیابد.

مسئله‌ی ۵*. ترتیب یکسان

همه گراف‌های ۴ راسی را بیابید که راسی داشته باشند که بتوان از آن راس الگوریتم‌های DFS و BFS را اجرا کرد و درخت‌های یکسانی تولید کرد. برای گراف n راسی چه می‌توان گفت؟

مسئله‌ی ۶*. پایین‌ترین جد مشترک در درخت BFS

فرض کنید G یک گراف هم‌بند n رأسی باشد. درخت حاصل از اجرای الگوریتم BFS روی G با شروع از رأس مشخص r را در اختیار داریم.

- الگوریتمی از مرتبه $O(n)$ ارائه دهید که دو رأس متمایز v_i و v_j از G را گرفته و پایین‌ترین جد مشترک آن‌ها در درخت BFS را به عنوان خروجی برگرداند.
- حال فرض کنید علاوه بر خود درخت BFS یک آرایه n عضوی هم در اختیار داریم که فاصله رأس v_i از ریشه درخت BFS (یعنی r) در خانه i ام آن موجود است. این بار الگوریتمی با همان مرتبه زمانی ولی حافظه از مرتبه $O(1)$ برای یافتن پایین‌ترین جد مشترک دو رأس متمایز بیابید.