



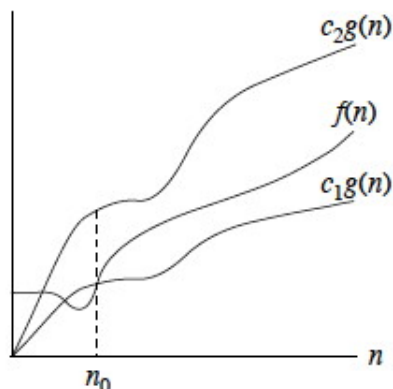
ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها

نیم‌سال اول ۹۹-۱۰۰
مدرس: مسعود صدیقین

یادآوری جلسه سوم

تحلیل مجانبی

در جلسه قبل، با نمادهای O و Ω و θ آشنا شدیم. تعاریف این سه نماد به ازای دو تابع $f(n)$ و $g(n)$ به صورت زیر بود:



$$f(n) = O(g(n)) : \quad \exists n_0, c \quad \forall n \geq n_0 \quad f(n) \leq cg(n)$$

و همچنین

$$f(n) = \Omega(g(n)) : \quad \exists n_0, c \quad \forall n \geq n_0 \quad f(n) \geq cg(n)$$

و

$$f(n) = \theta(g(n)) : \quad \exists n_0, c_1, c_2 \quad \forall n \geq n_0 \quad c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n)$$

مثال: نشان می‌دهیم $\log n! = \theta(n \log n)$. برای این کار باید ثابت کنیم:

$$\exists n_0, c_1, c_2 \quad \forall n \geq n_0 \quad c_1 n \log n \leq \log n! \leq c_2 n \log n$$

داریم:

$$\log n! = \log 1 + \log 2 + \dots + \log n \leq n \times \log n$$

و همچنین داریم:

$$\log n! = \log 1 + \log 2 + \dots + \log n$$

$$\geq \log(n+1)/2 + \log(n+2)/2 + \dots + \log(n)$$

$$\geq n/2 (\log(n/2)) \geq n/2 ((\log n) - 1) \geq n/4 (\log n)$$

$$\geq n/4 \log n$$

پس کافی است، $n_0 = 4$ (زیرا $\log n - 1 \geq \frac{\log n}{4}$) و همچنین $c_1 = 1/4$ و $c_2 = 1$ را در نظر بگیریم.

پرسش تابع $f(n) = 5n^2 + 3n + 7$ و همچنین تابع $g(n) = n^2$ را در نظر بگیرید. مقادیر مناسب c_1 و c_2 و n را انتخاب کنید که نشان دهید $f(n) = \theta(g(n))$.

پاسخ‌های خود را می‌توانید تا قبل از شروع کلاس به [این لینک](#) ارسال کنید.

