



ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها

نیم‌سال اول ۱۳۹۹ - ۱۴۰۰

مدرس: مسعود صدیقین

دانشکده‌ی مهندسی کامپیوتر

سوالات سری هفتم

مسئله‌ی ۱*. کدام مسیر

فرض کنید اعداد ۱ تا ۱۰۰ را در یک درخت دودویی جستجو قرار داده‌ایم و قصد داریم عدد ۴۵ را در این درخت جستجو کنیم. کدام دنباله (ها)ی زیر می‌تواند ترتیب رئوس مشاهده‌شده از ریشه تا قبل از رسیدن به عدد مورد جستجو باشد؟

• ۵, ۲, ۱, ۱۰, ۳۹, ۳۴, ۷۷, ۶۳

• ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸

• ۹, ۸, ۶۳, ۵, ۴, ۳, ۲, ۱

• ۸, ۷, ۶, ۵, ۴, ۳, ۲, ۱

• ۵۰, ۲۵, ۲۶, ۲۷, ۴۰, ۴۴, ۴۲

• ۵۰, ۲۵, ۲۶, ۲۷, ۴۰, ۴۴

به طور کلی، یک دنباله جست و جو به دنباله‌ای از اعداد گفته می‌شود که هنگام جست و جوی یک عدد در BST با شروع از ریشه و نوشتن اعداد مربوط به راههایی که در مسیر جست و جو می‌بینیم به دست می‌آید. دنباله‌های n از عدد طبیعی داده شده است، الگوریتمی از $O(n)$ ارائه دهید که ببینیم آیا این دنباله می‌تواند دنباله‌ی جست و جوی مربوط به یک درخت دلخواه باشد یا خیر.

مسئله‌ی ۲*. دست‌گرمی

الف) فرض کنید می‌خواهیم اعداد طبیعی ۱ تا ۹ را در یک درخت دودویی جست‌وجو ذخیره کنیم. دو درخت با کمترین و بیشترین ارتفاع را برای این اعداد رسم کنید و استدلال کنید که ارتفاع کمتر/بیشتر از این دو درخت رسم شده نمی‌توانیم داشته باشیم.

ب) اعداد زیر از پیمایش پیشوندی یک درخت دودویی جست‌وجو به دست آمده‌اند. درخت مدنظر را رسم کنید و بگویید که آیا این درخت یکتا است یا نه؟

۷, ۵, ۶, ۸, ۹, ۱۱, ۱۰, ۱۲

مسئله‌ی ۳*. شجره‌نامه‌ی سقراط

شجره نامهی سقراط را در نظر بگیرید که از خود سقراط تا نوادگان کنونی او در آن ذخیره شده‌اند. در این درخت عظیم هر راس شامل اسم فرد و سال تولد او است. فرض کنید این شجره‌نامه را براساس سال تولد در یک درخت دودویی جست‌وجو ذخیره کرده‌ایم.

الف) فرض کنید جایگاه دو نفر در این درخت را به شما می‌دهند. الگوریتمی برای پیدا کردن جوانترین فرد در مسیر بین این دو نفر در این درخت پیشنهاد دهید. دقت کنید که جوان‌ترین فرد می‌تواند یکی از این دو نفر نیز باشد. پیچیدگی زمانی الگوریتمی که پیشنهاد می‌کنید را برحسب ارتفاع این درخت به دست آورید.

ب) فرض کنید جایگاه یک نفر در این درخت را به شما می‌دهند. الگوریتمی برای پیدا کردن k امین فرد جوان پس از این فرد را در این خانواده پیدا کنید. اگر ارتفاع درخت h باشد الگوریتم شما باید از مرتبه $O(k + h)$ باشد.

مسئله‌ی ۴. پرانتز

الف) برای تبدیل عبارت میانوندی پرانتزگذاری شده به عبارت پسوندی چه باید کرد؟ (با ذکر مثال)

ب) الگوریتمی برای تبدیل عبارت میانوندی پرانتزگذاری شده به عبارت پیشوندی ارائه دهید.

مسئله‌ی ۵*. درخت‌سازی

برای عبارت $(a^b + \sqrt{d * e}) * f! * (g^h - c)$

الف) درخت عبارت رسم کنید.

ب) عبارات پیشوندی و پسوندی بنویسید و چگونگی انجام این کار را از روی درخت عبارت توضیح دهید.

مسئله‌ی ۶*. چپ‌کی

الگوریتمی برای تبدیل مستقیم عبارت پیشوندی به عبارت پسوندی ارائه دهید.

مسئله‌ی ۷*. راست‌کی

الگوریتمی برای تبدیل مستقیم عبارت پسوندی به عبارت پیشوندی ارائه دهید.

مسئله‌ی ۸*. جایگشت (ددج)

چه تعداد از $7!$ جایگشت عناصر A تا G را اگر در یک BST درج کنیم، همان درختی ایجاد می‌شود که دنباله درج‌های زیر (از چپ به راست) تولید خواهد کرد؟

A, E, F, G, B, D, C