مدرس: مسعود صدیقین

دانشکده‌ی مهندسی کامپیوتر

یادآوری جلسه چهارم

روابط بازگشتی و تحلیل مجانبی

در جلسه قبل، ابتدا مروری بر نمادهای O و Ω و θ کردیم. جهت یادآوری، به عنوان نمونه به ازای دو تابع $f(n)$ و $g(n)$ تعریف O به صورت زیر بود:

$$f(n) = O(g(n)) : \quad \exists n_0, c \quad \forall n \geq n_0 \quad f(n) \leq cg(n)$$

در ادامه، راجع به این موضوع صحبت کردیم که در اکثر توابعی که ما در درس مورد بررسی قرار می دهیم، می توان با بزرگ کردن میزان c مقدار n_0 را یک در نظر گرفت. در این حالت، مثلا تعریف O به این شکل می‌شود:

$$f(n) = O(g(n)) : \quad \exists c \quad \forall n \quad f(n) \leq cg(n)$$

بنابراین، اگر تابعی برابر با $O(n)$ باشد، به این معنی است که یک مقدار c وجود دارد که مقدار آن کمتر از cn می‌باشد. از این تعریف در بخش روابط بازگشتی استفاده خواهیم کرد. همچنین، در جلسه قبل راجع به توابع بازگشتی صحبت کردیم. برای حل توابع بازگشتی، چهار روش روش جایگذاری، استقرا، درخت بازگشت و همچنین قضیه اصلی وحود دارد که در جلسه قبل تنها روش جایگذاری را بررسی کردیم. همچنین نشان دادیم که برای تحلیل روابط بازگشتی، ابتدا نیاز است صورت دقیق‌تر رابطه را بنویسیم. به عنوان نمونه اگر رابطه بازگشتی ما به صورت $T(n) = T(n/2) + O(n)$ و $T(1) < c_1$ باشد، ابتدا آن را با استفاده از تعریف نماد O بازنویسی می‌کنیم:

$$T(n) \leq T(n/2) + c_2(n), \quad T(1) \leq c_1$$

حال با استفاده از جایگذاری خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}
T(n) &\leq T(n/2) + c_2 n \\
&\leq T(n/4) + c_2 n/2 + c_2 n \\
&\leq T(n/8) + c_2 n/4 + c_2 n/2 + c_2 n \\
&\dots \\
&\leq c_1 + 2c_2 + \ldots + c_2 n/2 + c_2 n \\
&\leq c_1 + 2c_2 n = O(n).
\end{aligned}$$

در نهایت، الگوریتم مرتب سازی ادغامی را بررسی کردیم. لطفا قبل از جلسه جدید، الگوریتم مرتب‌سازی ادغامی را یک بار بررسی و سپس به پرسش زیر پاسخ دهید:

پرسش به ازای دو آرایه با اندازه $n/2$، ادغام در چه زمانی صورت می‌گیرد؟ و رابطه بازگشتی مربوط به مرتب سازی ادغامی چیست؟

پاسخ های خود را می توانید تا قبل از شروع کلاس به این لینک ارسال کنید.