

# ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها

نیم‌سال اول ۱۳۹۹ - ۱۴۰۰

مدرس: مسعود صدیقین



دانشکده‌ی مهندسی کامپیوتر

## سوالات سری دوم

### مسئله‌ی ۱\*. مرتبشون کن

در هر قسمت از سوال توابع را بر حسب نرخ رشد مجانبی از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

(الف)

$$\left(\frac{3}{2}\right)^n \quad 2^{64} - 1 \quad n^2 \quad 0.0001n^2 \quad 10,000n \quad \log(n^2)$$

(ب)

$$2^{\log(n)} \quad n \log(n) \quad n2^n \quad 2^{10,000,000} \quad n \quad n^2 \log n$$

(پ)

$$2^n \quad \log(n) \quad n^{100} \quad 4^n \quad \log n^2 \quad n^n \quad n^2 \log(n)$$

(ت)

$$n^{\sqrt{n}} \quad 2^n \quad n^{10.2 \frac{n}{2}} \quad \sum_{i=1}^n (i+1)$$

### مسئله‌ی ۲\*. صحیح/غلط با استدلال (۲ دانشجو جهت حل)

درستی یا نادرستی هر کدام از مسئله‌ی های زیر را با اثبات یا مثال نقض نشان دهید.

$$\max(f(n), g(n)) = \theta(f(n) + g(n)) \quad \text{(الف)}$$

$$f(n) = \mathcal{O}(g(n)) \rightarrow g(n) = \Omega(f(n)) \quad \text{(ب)}$$

$$f(n) = \theta(f(n/2)) \quad \text{(پ)}$$

$$f(n) = \mathcal{O}(g(n)) \rightarrow f(n)^2 = \mathcal{O}(g(n)^2) \quad \text{(ث)}$$

$$\sum_{i=1}^n \sqrt{i} = \theta(n\sqrt{n}) \quad \text{(ت)}$$

$$f(n) + o(f(n)) = \theta(f(n)) \quad \text{(ه)}$$

### مسئله‌ی ۳\*. گشتم نبود بگرد پیدا کن

فرض کنید  $f$  یک تابع باشد به طوری که

$$\sum_{i=1}^n f(i) = \theta(f(n))$$

دو تابع  $f_1$  و  $f_2$  مثال بزنید به طوری که  $f_1$  در این معادله صدق کند و  $f_2$  صدق نکند.

### مسئله‌ی ۴\*. تحلیل توابع بازگشتی ۱ (استقرا)

الف) با استفاده از روش استقرا تابع  $T$  را تحلیل کنید. ( $m > 1$  و  $n$  توانی از  $m$ )

$$T(n) = mT\left(\frac{n}{m}\right) + O(n)$$

ب) اگر  $n$  لزوماً توانی از ۲ نباشد رابطه بازگشتی زیر را تحلیل کنید.

$$T(n) = T(\lceil n/2 \rceil) + T(\lfloor n/2 \rfloor) + O(n)$$

### مسئله‌ی ۵\*. دو تا $O(n)$ لطفاً ممنون.

الف) الگوریتمی کارا از مرتبه  $O(n)$  ارائه دهید تا در آرایه‌ای به طول  $n$  از میان تمامی زیر دنباله‌هایی در آرایه اصلی که هیچ دو عضو متوالی ندارند، مجموع اعضای زیردنباله‌ای با بیشینه مجموع اعضا را بیابد.

ب) الگوریتمی کارا از مرتبه  $O(n)$  ارائه دهید که تعداد رشته‌های دودویی متمایز به طول  $n$  که شامل دو ۱ پشت هم نمی‌باشند را خروجی دهد.

### مسئله‌ی ۶\*. تحلیل توابع بازگشتی ۲ (بسط دادن)

روابط بازگشتی زیر را با استفاده از بسط دادن تحلیل کنید.

$$1. \quad T(n) = T\left(\frac{n}{4}\right) + O(n)$$

$$2. \quad T(n) = 2T(n-1) + O(1)$$

$$3. \quad T(n) = T(n-1) + c^n \quad c > 0$$

$$4. \quad T(n) = T(n-2) + n^2$$

$$5. \quad T(n) = \sqrt{n}T(\sqrt{n}) + n$$