



ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها

نیم‌سال اول ۱۳۹۹ - ۱۴۰۰

مدرس: مسعود صدیقین

دانشکده‌ی مهندسی کامپیوتر

سوالات سری چهاردهم

مسئله‌ی ۱*. چاپش کن

می‌خواهیم عملیات $Print(X)$ را به داده‌ساختار مجموعه‌های مجزا اضافه کنیم که همه اعضای مجموعه‌ای که X در آن است را چاپ می‌کند. نشان دهید این عمل در مرتبه زمانی اعضای مجموعه X و بدون تغییر در مرتبه زمانی سایر عملیات‌های مجموعه‌های مجزا، ممکن است.

مسئله‌ی ۲*. اولین بابای مشترک

به کمک مجموعه‌های مجزا، الگوریتمی برای یافتن پایین‌ترین پدر مشترک دو رأس در یک درخت ریشه‌دار ارائه دهید.

مسئله‌ی ۳*. بالا پایین

الگوریتمی بر اساس دایکسترا برای پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر (در صورت وجود) بین دو رأس مشخص از یک گراف وزن‌دار و بدون جهت ارائه دهید، به طوری که در این مسیر مقدار یال‌ها یکی در میان کم و زیاد شود.

مسئله‌ی ۴*. تپل مرتب

گرافی وزن‌دار و جهت‌دار، اما بدون دور با V رأس و E یال داریم. چگونه می‌توان کوتاه‌ترین مسیر بین دو رأس دلخواه از این گراف را در زمان $O(V + E)$ یافت؟

مسئله‌ی ۵*. قاطی

- گراف بدون جهت و بدون وزنی با V رأس و E یال داریم. راه حلی برای یافتن کوتاه‌ترین مسیر (در صورت وجود) بین دو رأس دلخواه از متمم ($complement$) این گراف در زمان $O(V + E)$ ارائه دهید.
- گرافی بدون جهت داریم که تمامی یال‌های آن صفر یا یک هستند. الگوریتمی برای یافتن کوتاه‌ترین مسیر بین دو رأس دلخواه در زمان $O(V + E)$ که V برابر تعداد رئوس و E برابر تعداد یال‌های گراف است، ارائه دهید.

مسئله‌ی ۶*. نجات از جزیره

کشوری n جزیره دارد که بین بعضی از جزیره‌ها نیز پل‌هایی قرار گرفته است. به ازای هر پل احتمال آنکه از آن پل سالم بگذریم و پل شکسته نشود به ما داده شده است. فردی در جزیره شماره ۱ گیر کرده است و می‌خواهد به جزیره شماره n برود. به او مسیری پیشنهاد دهید که بین تمامی مسیرهای ممکن، احتمال زنده ماندن او را بیشینه کند.

مسئله ۷*. محاسبه پیچیده

گرافی n راسی با دو راس s و t داده شده است. به ازای هر یال e ، $count_e$ را برابر با تعداد کوتاه‌ترین مسیرهای از s به t تعریف می‌کنیم که از یال e می‌گذرند. الگوریتمی بهینه برای محاسبه $count_e$ به ازای تمام یال‌ها ارائه دهید.

مسئله ۸*. از پروفیسور دایکسترا چی کم داری؟

درستی عملکرد الگوریتم دایکسترا و مرتبه زمانی آن را اثبات کنید.