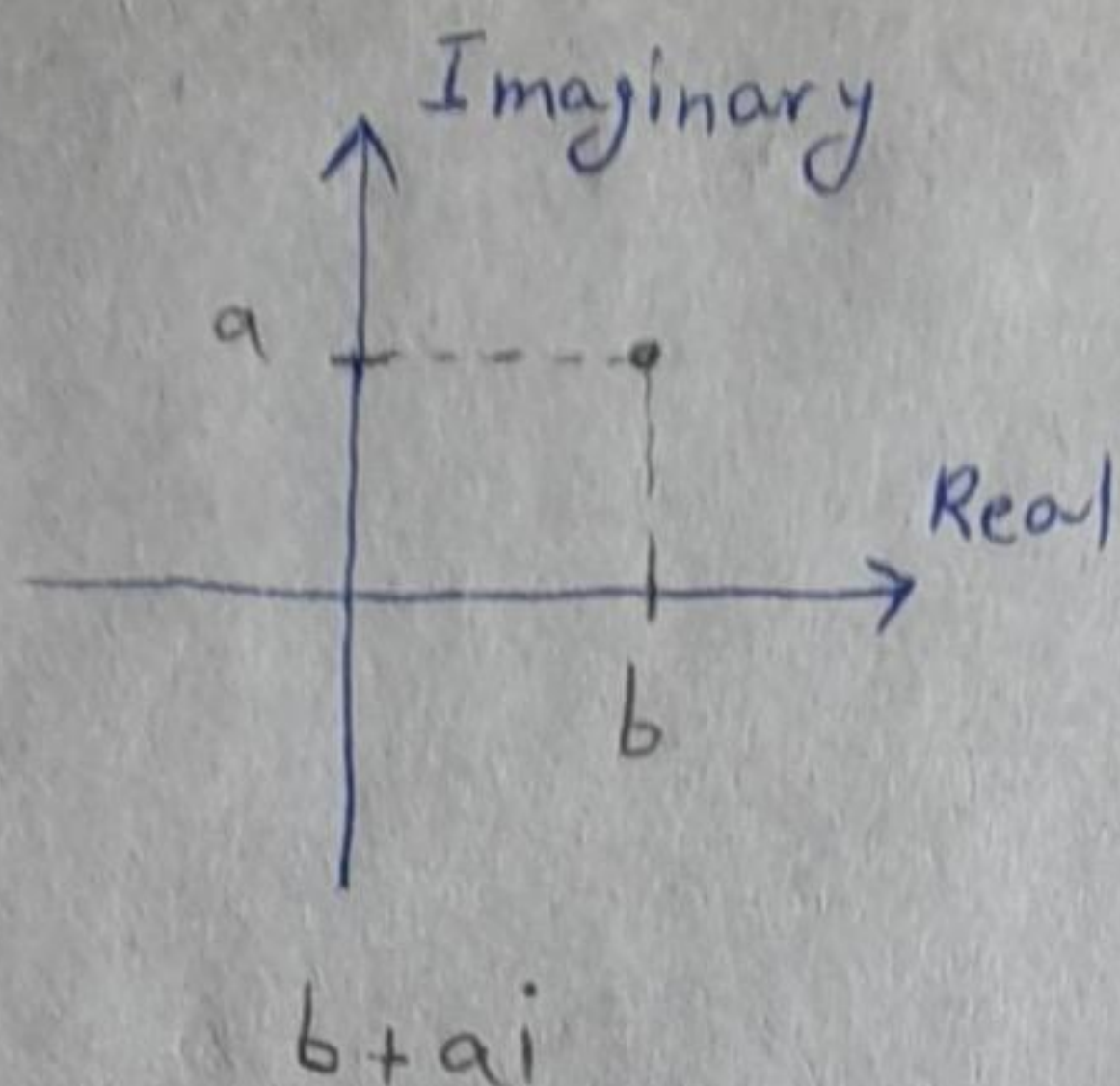
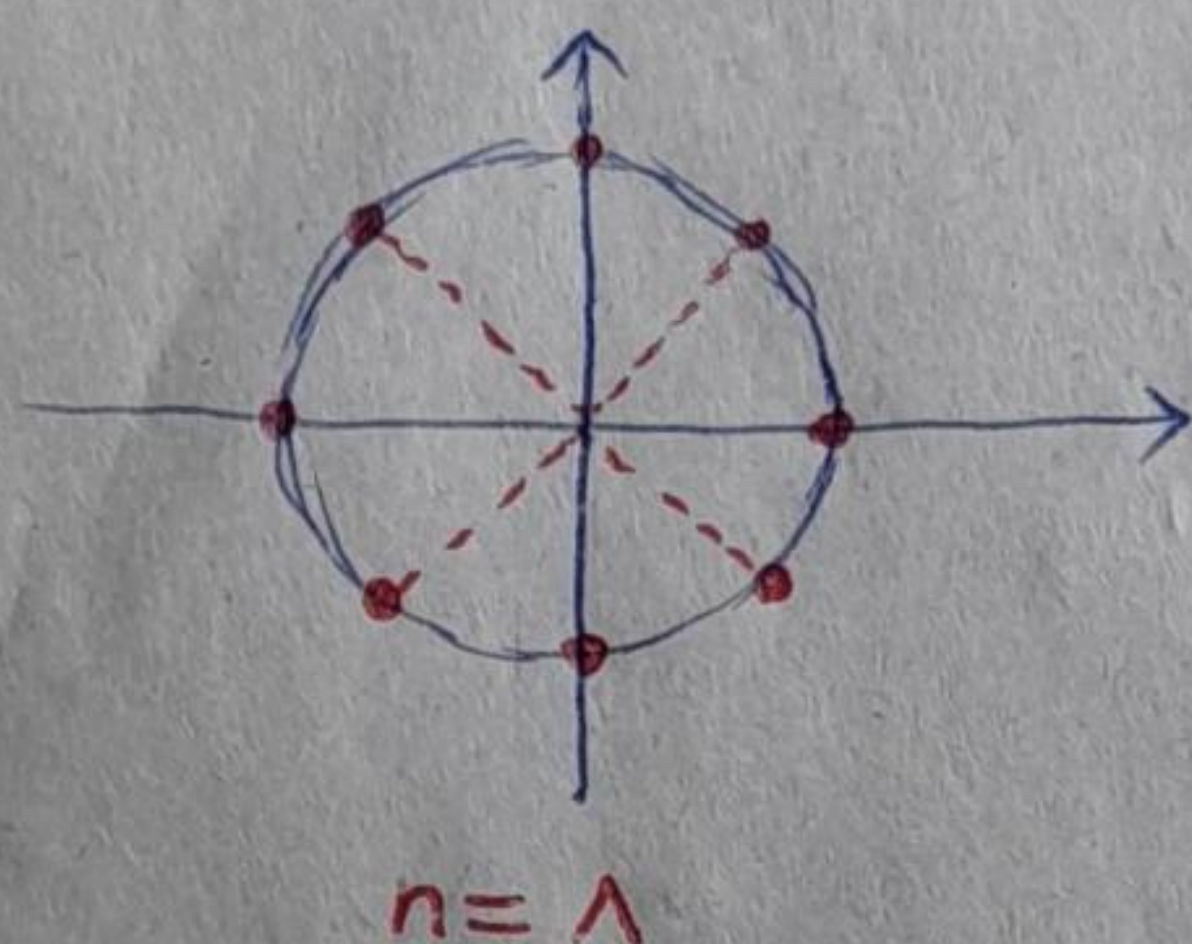


\* نمایش عدد در صفحه مختلط



\* ریشه های واحد

$$w_j = \cos \frac{j}{n} 2\pi + i \sin \frac{j}{n} 2\pi$$



فصل  
نمایش

$$w_j = e^{i \frac{j}{n} 2\pi}$$

\* divide and conquer ← تفک کردن از وسط

← جدا کردن اندیس های زوج و فرد

$$A(x) = a_0 + a_1 x^1 + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n$$

$$X = \{w_0, w_1, \dots, w_n\}$$

$$\rightarrow A_{\text{even}}(y) = a_0 + a_2 y + a_4 y^2 + \dots$$

$$Y = ?$$

$$\rightarrow A_{\text{odd}}(z) = a_1 + a_3 z + a_5 z^2 + \dots$$

$$Z = ?$$



$$A(x) = A_{\text{even}}(x^r) + x A_{\text{odd}}(x^r)$$

$$Z = ? \quad *$$

$$Y = ?$$

به طور مثال  
Y را حساب می کنیم

$$\rightarrow w_j = e^{i \frac{j}{n} 2\pi}$$

$$X = \{w_0, \dots, w_n\}$$

$$\Rightarrow w_j^r = e^{i \frac{rj}{n} 2\pi} = \boxed{e^{i \frac{j}{\frac{n}{r}} 2\pi}}$$

$$|Y| = \frac{|X|}{r} \quad \Leftarrow \quad x^{\frac{n}{r}} = 1 \quad \leftarrow \text{ریشه های واحد}$$

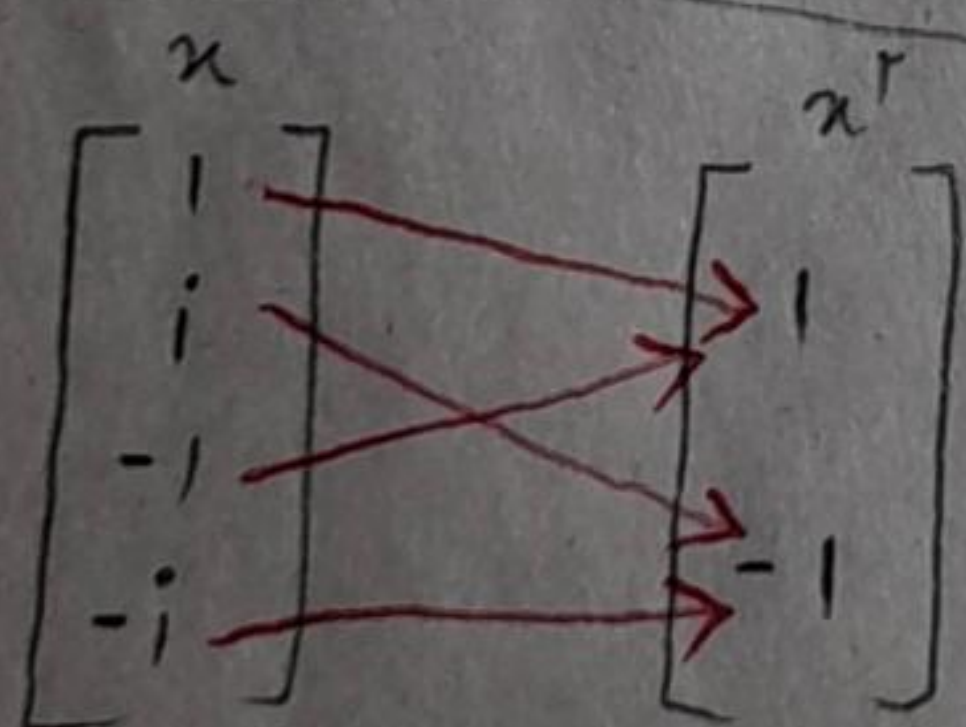


$$n=4$$

\* مثال:

$$\begin{aligned} A(1) &= a_0 + a_1 + a_2 + a_3 \\ A(-1) &= a_0 - a_1 + a_2 - a_3 \\ A(i) &= a_0 - a_2 + (a_1 - a_3)i \\ A(-i) &= a_0 - a_2 + (a_3 - a_1)i \end{aligned}$$

← مناسب ریشه ها به صورت رستی



$$A_{\text{odd}}(1) = a_1 + a_3$$

$$A_{\text{even}}(1) = a_0 + a_2$$

$$A_{\text{odd}}(-1) = a_1 - a_3$$

$$A_{\text{even}}(-1) = a_0 - a_2$$

$$A(x) = A_{\text{even}}(x^r) + x A_{\text{odd}}(x^r)$$

$$\rightarrow \begin{cases} A(1) = A_{\text{even}}(1) + 1 \times A_{\text{odd}}(1) = a_0 + a_1 + a_2 + a_3 \\ A(-1) = A_{\text{even}}(1) + (-1) \times A_{\text{odd}}(1) = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 \\ A(i) = A_{\text{even}}(-1) + (i) \times A_{\text{odd}}(-1) = a_0 - a_2 + (a_1 - a_3)i \\ A(-i) = A_{\text{even}}(-1) + (-i) \times A_{\text{odd}}(-1) = a_0 - a_2 + (a_3 - a_1)i \end{cases}$$

محاسبه به صورت recursive



$$T(n, |X|) = 2T\left(\frac{n}{2}, \frac{|X|}{2}\right) + O(|X|)$$

رابطه  $\rightarrow$   $n \rightarrow O(n)$   
 $|X| \rightarrow O(n)$

$$\Rightarrow T \rightarrow O(n \log n)$$