

در جلسه‌ی قبل با دو مسئله‌ی از زمینه هندسه‌ی محاسباتی آشنا شدیم که به طور مختصر آن‌ها را بررسی می‌کنیم.

مساله نزدیک‌ترین جفت

مساله اول یافتن کمترین فاصله‌ی بین جفت نقاط در فضای دوبعدی بود. برای حل این مساله به روش تقسیم و حل، به این صورت عمل می‌کنیم: ابتدا فرض کنیم P_x مجموعه نقاط P مرتب‌شده بر حسب x و P_y مجموعه نقاط P مرتب‌شده بر حسب y باشند که با یک مرتب‌سازی در زمان $O(n \log n)$ به دست می‌آید. در این روش به ترتیب باید گام‌های زیر را دنبال کنیم.

۱. مجموعه‌ی نقاط را با خط عمودی L به دو زیرمجموعه‌ی R و Q با اندازه‌های مساوی تقسیم می‌کنیم

(Q_y و R_y از روی P_y و Q_x و R_x از روی P_x قابل محاسبه‌اند). مسئله را به صورت بازگشتی برای

زیرمجموعه‌های R و Q حل می‌کنیم که کمینه‌ی هر قسمت، به ترتیب به صورت q_Q و q_R به دست می‌آید و q^* را برابر $\min(q_Q, q_R)$ قرار می‌دهیم.

۲. مجموعه S را برابر نقاطی که فاصله آن‌ها از L کمتر از q^* تعریف کرده و S_y را محاسبه می‌کنیم.

فاصله هر نقطه در S_y را مطابق شکل با ۷ نقطه پایین آن محاسبه می‌کنیم و q'^* را که مینیمم این ۷

فاصله است، می‌یابیم. پاسخ نهایی برابر با $q_D = \min(q^*, q'^*)$ است و زمان اجرا از رابطه بازگشتی

$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + O(n)$$

به دست می‌آید که برابر $O(n \log n)$ است.

مساله پوش محدب

مساله دوم، مساله پیدا کردن پوش محدب مجموعه‌ای از نقاط در فضای دوبعدی بود. ورودی مساله، مجموعه

نقاط P است و خروجی آن لیستی از راس‌های پوش محدب به صورت ساعت‌گرد می‌باشد. می‌توان خروجی

را به صورت یک آرایه که یک لیست پیوندی را شبیه‌سازی کرده است تصور کرد. برای مثال آرایه مربوط به

پوش محدب مجموعه نقاط روبرو بدین صورت است:

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
۲	۹	-	-	۱	۷	۱۰	-	۶	۵	-

در انتهای جلسه یک راه حل ساده با پیچیدگی محاسباتی $O(n^3)$ برای پوش محدب مطرح کردیم: به این صورت که تمام جفت‌نقاط

(p, q) را به طوری که تمام نقاط دیگر، در سمت راست یال \overrightarrow{pq} باشند پیدا کنیم. از آنجا که به ازای هر یال باید $n - 2$ نقطه دیگر را بررسی

کنیم، الگوریتم ارائه‌شده از مرتبه $O(n^3)$ می‌باشد.

پرسش مجموعه نقاط زیر داده‌شده است. پوش محدب این نقاط را بیابید.

$$\{(7, -3), (-1, 10), (9, -3), (-1, 5), (-4, -8), (7, 2), (-2, -1), (3, 10)\}$$

پاسخ‌های خود را می‌توانید تا قبل از شروع کلاس به [این لینک](#) ارسال کنید.

