



در جلسه قبل با برنامه‌نویسی پویا آشنا شدیم. در برنامه‌نویسی پویا، یک رابطه بازگشتی برای تابع هدف مشخص می‌کنیم و آن را ابتدا برای زیرمسئله‌های کوچک‌تر حل می‌کنیم، سپس از مقدار ذخیره شده برای مساله‌های کوچک‌تر برای حل مسئله اصلی استفاده می‌کنیم.

مسئله خرد کردن اسکناس

یک اسکناس a تومانی داریم. می‌خواهیم این اسکناس را با سکه‌های c_1, \dots, c_m

خرد کنیم به گونه‌ای که تعداد سکه‌های استفاده شده کمینه باشد.

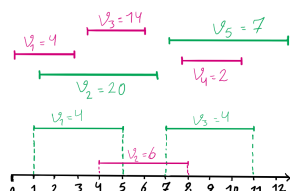
برای حل این مسئله، فرض کنیم $f(i)$ برابر با کمینه تعداد سکه مورد نیاز برای خرد کردن i تومان باشد. $f(i)$ را می‌توان به صورت بازگشتی با رابطه

$$f(i) = \min(f(i - c_1), f(i - c_2), \dots, f(i - c_m)) + 1$$

محاسبه کرد. الگوریتم ۱ پیاده‌سازی پویای این رابطه بازگشتی را نشان می‌دهد.

مسئله برنامه‌ریزی کارها

n کار داریم که کار i ام ارزش v_i دارد. می‌خواهیم زیرمجموعه‌ای از کارها را انتخاب کنیم به طوری که کارها مجزا بوده و مجموع ارزش کارهای انتخاب شده بیشینه شود. برای این مسئله دو راه حل حریصانه ارائه کردیم که الزاما پاسخ بهینه را پیدا نمی‌کردند. به عنوان نمونه:



۱. در هر مرحله کاری را انتخاب کنیم که کمترین پایان را دارد و با انتخاب‌های قبلی تداخل ندارد.

۲. در هر مرحله کاری را انتخاب کنیم که بیشترین چگالی را دارد و با کارهای قبلی تداخل ندارد.

Algorithm 2: Job Scheduling

$f[0] \leftarrow 0$

for $i \leftarrow 1$ to a do

$f[i] = \max(v_i + f[P[i]], f[i - 1])$

return $f[n]$

راه حل برنامه‌نویسی پویا: کارها را بر اساس زمان پایان مرتب می‌کنیم. فرض کنیم

$f(i)$ برابر جواب بهینه برای i کار اول و $P[i]$ برابر با اندیس کار با اندیس بیشینه

که قبل از شروع کار i تمام می‌شود، باشد. محاسبه $P[i]$ در زمان $O(n)$ قابل انجام

است. اگر $f(i)$ شامل کار i باشد، $f(i) = v_i + f(P[i])$ و در غیر این صورت

$f(i) = f(i - 1)$ است. بنابراین مقدار $f(i)$ با رابطه بازگشتی زیر قابل محاسبه

است:

$$f(i) = \max(v_i + f(P[i]), f(i - 1))$$

پرسش دنباله زیر را داریم. طول طولانی‌ترین زیردنباله‌ی صعودی آن را بیابید. (عناصر یک زیردنباله الزاما عناصر متوالی دنباله نیستند. به

عنوان مثال ۱، ۲، ۳، ۴ یک زیردنباله ۱، ۲، ۳، ۴ است.) به نظر شما چه رابطه بازگشتی می‌توان برای بزرگترین زیردنباله صعودی نوشت؟

۱۳، ۲۶، ۲۳، ۴۶، ۳۲، ۹۶، ۲۴، ۷۹، ۳۶، ۸۳، ۲۱، ۶۷



پاسخ‌های خود را می‌توانید تا قبل از شروع کلاس به این لینک ارسال کنید.