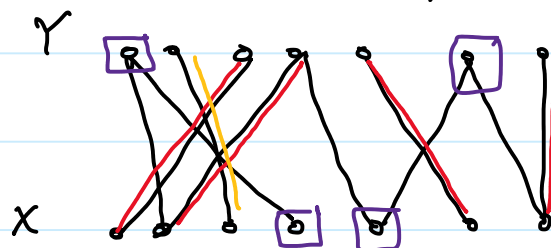
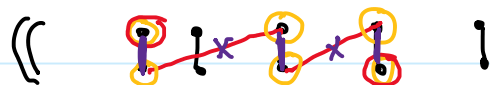


موضوع: تطابق در گراف دو بخشی، قضیه هال و تعادل رماتی

یادآوری: (تطابق در گراف دو بخشی)



راس Free:

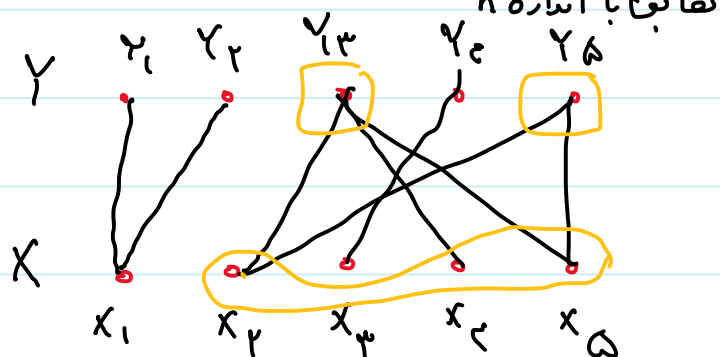


alternating → مسیر متناوب:

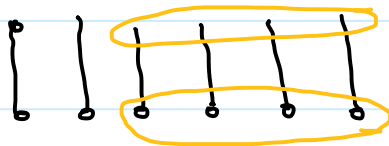
مسیر افزایشی:

قضیه هال: Dense König 1931: برای گراف دو بخشی $G(X, Y)$ با $|X| = |Y| = n$ اگر $|N(S)| \geq |S|$ برای هر $S \subseteq X$ ، آنگاه تطابق کامل وجود دارد. Phillip Hall 1935

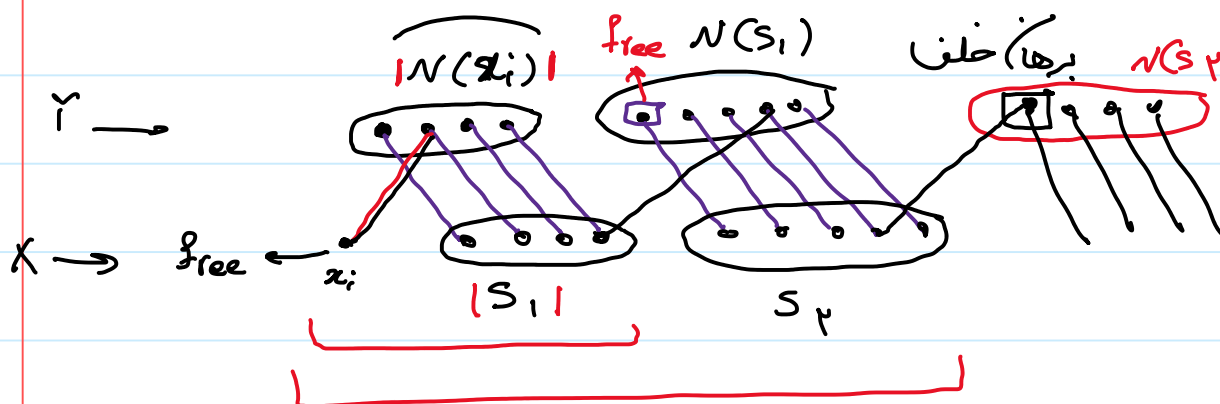
* $\forall S \subseteq X \quad |N(S)| \geq |S|$ اگر و تنها اگر $|X| = |Y| = n$ یک تطابق کامل وجود دارد، تطابق با اندازه n



⇐ اگر تطابق کامل داشته باشیم آنگاه برقرار است.



\Rightarrow اگر * برقرار باشد، نگاه تکاپی کامل داریم.



مساله: یک مجموعه $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ از فروشنده ها و یک مجموعه $B = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$

از خریدارها داریم. هر فروشنده یک خانه برای فروش دارد. ارزش

خانه نفر i ام برای خریدار i ام برابر v_i است (نیزها هلی)

مست و صحیح هستند). هدف تعیین یک قیمت p_i برای خانه فرد s_i

و تخصیص یک خانه به هر خریدار است، به گونه ای که هر خریدار

خانه خود را به سایر خانه ها ترجیح دهد. $\in F$

سود خانه i ام برای خریدار i : $u_i = v_i - p_i$

* IR سود هر فرد به ازای خانه ای که می لیرد باید بیشتر از صفر باشد.

سوال 1: فروشنده ها: c و a

خریدارها: ۲، ۷، ۸

| | a | b | c |
|-------|----|---|---|
| a ← ۸ | 12 | 4 | 2 |
| c ← ۷ | 8 | 7 | 6 |
| b ← ۲ | 7 | 5 | 2 |

$a: 10$
 $b: 4$
 $c: 2$

← CE - WE

الگوریتم پیدا کردن CE :

* باقیمت صفر برای هر خانه شروع

* گراف دو بخشی شامل خانه ها و خریدارها را در نظر بگیرید، به

طوری که یک یال بین خریدار u و خانه v وجود دارد، اگر u و v

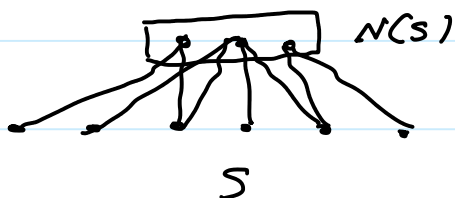
سود خریدار u را ببینید.



$\{p = p_1, p_2, p_3, \dots, p_n\}$

* اگر این گراف تطابق کامل داشت ←

* وگرنه، یک مجموعه S از خریدارها وجود دارد که $|N(S)| < |S|$



یک مجموعه S با این خاصیت را پیدا و قیمت خانه ها در $N(S)$

یک مجموعه S با این خاصیت را پیدا و قیمت خانه‌ها در $N(s)$ را یک واحد زیادی کنیم.

* ← * اگر قیمت همه خانه‌ها برزله از صفر شد، از قیمت همه خانه‌ها یک واحد کم می‌کنیم. یک خانه قیمت صفر دارد.

سوال: چرا نهایتاً به جواب می‌رسیم؟

قیمت خانه i نام: P_i

خوشحالی خریدار i نام: L_i سود به ازای خانه‌ای که به آن‌ها می‌دهیم دارد ← L_i

$$R = \underbrace{\sum P_i}_{\uparrow} + \underbrace{\sum L_i}_{\uparrow} \rightarrow \text{در حال کم شدن}$$

$N(s)$ \uparrow X واحد زیادی شوند $\rightarrow P_i$ ها \rightarrow

\rightarrow Y واحد کمی شوند $\rightarrow L_i$ ها \rightarrow $(X) > (Y)$ \rightarrow R کم می‌شود

$\left. \begin{array}{l} n \text{ واحد کمی شد } \rightarrow P_i \text{ ها} \\ n \text{ واحد کمی شد } \rightarrow L_i \text{ ها} \end{array} \right\} \rightarrow \text{مقدار } R \text{ تغییری نمی‌کند}$

در هر دو حالت R یک واحد کم می‌شود و بهینه می‌گردد

در هر مرحله R یا کم می شود یا تغییر نمی کند.

R همیشه مثبت است! ←