

تلاطم : @DA\_Sedighin\_992

جلسه اول موضوع : یادآوری

نمادهای جانبی :  $\Omega$  و  $\Theta$

مثال : زمان اجرای الگوریتم bubble-sort در بدترین حالت  $O(n^2)$  است

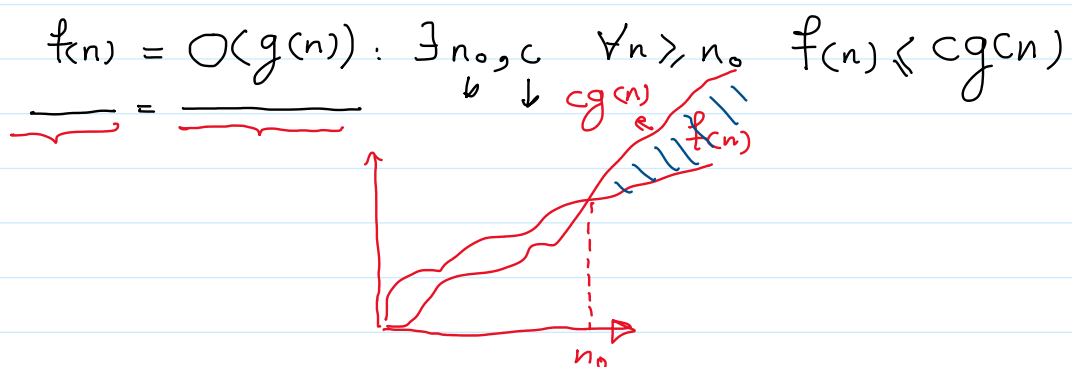
هر الگوریتم مرتب سازی مبتنی بر مقایسه در بدترین حالت نیاز به  $\Omega(n \log n)$  عملیات دارد

هر " " " " حالت متوسط به  $\Omega(n \log n)$  عملیات دارد

الف) نماد  $O$  :

$$T(n) = 5n^2 + 2n = O(n^2)$$

$$5n^3 + 2n^2 + 5n + 5 = O(n^3)$$



$$5n^2 + 2n \rightarrow O(n^2)$$

$$n_0, c \forall n \geq n_0, 5n^2 + 2n \leq cn^2$$

$$5n^2 + 2n \leq 5n^2 + 2n^2 \leq 7n^2$$

$$n_0 = 1, c = 7$$

$$\rightarrow \overbrace{500n}^{n'} + \overbrace{n \log n}^{n'} = O(n \log n) \rightarrow O(n^2), O(n^2)$$

$$\overbrace{n}^{n', 97} = \underline{O(n)},$$

$$*** \log n = O(n) \rightarrow * \log n = O(n^\epsilon)$$

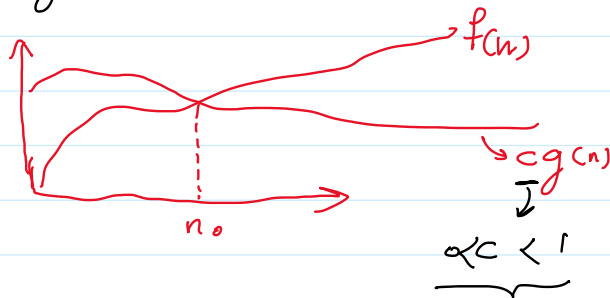
\*\*\*  $\log n = O(n)$   $\rightarrow$  \*  $\log n = O(n^\epsilon)$

$\log n$   $\frac{0.000001}{n}$   $\circ \langle \epsilon \text{ های کوچک} \rangle$

$$\begin{aligned} \forall n \in \mathbb{N} \quad \log n &= O(n^\epsilon) \\ &= O(n) \\ &= O(1) \end{aligned}$$

(ب)  $\log n$   $\circ$   $\log n$

$f(n) = O(g(n)) : \exists n_0, c \quad \forall n \geq n_0 \quad f(n) \leq c g(n)$



$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \log n = O(n^\epsilon)$$

$$n_0, c ? \rightarrow \forall n \in \mathbb{N} \quad \log n \leq n^\epsilon$$

$$n_0 = 1 \quad c = 1$$

$\hookrightarrow$   $\log n$   $\leq$   $n^\epsilon$

$$\begin{aligned} \text{مثال: } a_0 + a_1 n + a_2 n^2 + \dots + a_k n^k &= O(n^k) \\ &\quad \text{ضرایب از درجه } k \\ &\quad \begin{array}{l} O(n^k) \\ O(n^{k+1}) \\ \vdots \end{array} \end{aligned}$$

$$\text{مثال: } n = O(\log n) \quad \frac{n}{\log n} = O(n^{1-\epsilon})$$

$f(n) = \Theta(g(n)) : f(n) = O(g(n))$   $\circ$   $\Theta$   $\circ$   $\Theta$

$$f(n) = \Omega(g(n))$$

$$\Theta(n^{k+1}) \times$$

$$a_0 + a_1 n + a_2 n^2 + \dots + a_k n^k = \Theta(n^k)$$

$$\Theta(n^{k+1}) \times$$

$$\left\{ \log_a^n = \theta(\log_r^n) \right\} \quad \left\{ \log_a^n = \frac{\log_e^n}{\log_e a} \right\}$$

$$O(n \log n)$$

(نما و  $\omega$  و  $\theta$ )

$$\begin{cases} f(n) = O(g(n)) & \text{شماره بالا} \\ f(n) = \omega(g(n)) & \text{شماره بالا} \end{cases}$$

$$= a_0 + a_1 n + a_2 n^2 + \dots + a_k n^k = O(n^{k+1})$$

$$\forall \epsilon > 0 \quad \log n = O(n^\epsilon)$$

← worst case : کل  
← Average case

مثال: جستجوی خطی: آرایه A شامل n عنصر و یک عدد x داده شده  
فرضی: اندیس i، به طوری که  $A[i] = x$  همیشه هست.

seq\_search: for (i: 1 → n)  $O(1)$  بهترین:  
→ if (A[i] = x)  $O(1)$   
return i  
 $O(n \times 1) = O(n)$   $\omega_{CS} \uparrow$   
دولت  $\omega < \omega_{CS}$

حالت متوسط: i با احتمال  $\frac{1}{n}$  هر عددی بین 1 تا n هست

$$\frac{1}{n} \times 1 + \frac{1}{n} \times 2 + \frac{1}{n} \times 3 + \dots + \frac{1}{n} \times n$$

$$= \frac{1}{n} \times \frac{n \times (n+1)}{2} = O(n)$$

مثال ۲) پیدا کردن بیشینه یک آرایه

ورودی: آرایه A شامل n عنصر  
خروجی: مقدار بیشینه آرایه A

```

O(1)
{
    max = -1
    for (i: 1 → n)
        if (max < A[i])
            * max = A[i]
}

```

$$O(n \times 1) = O(n) + O(1) = \underline{\underline{O(n)}}$$

سوال: متوسط تعداد دفعاتی که مقدار Max عوض می شود:   
 فرض کنید A شامل n آرایه   
 و چه حالتی ممکن است اتفاق بیفتد؟

$$\begin{aligned}
 1 &\rightarrow 1 \\
 2 &\rightarrow \frac{1}{2} \\
 3 &\rightarrow \frac{1}{3} \\
 \vdots &\vdots \\
 n &\rightarrow \frac{1}{n}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &1 \times 1 + \frac{1}{2} \times 1 + \frac{1}{3} \times 1 + \dots + \frac{1}{n} \times 1 \\
 &= 1 \times \left[ 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \right] \\
 &= \Theta(\log n)
 \end{aligned}$$

کد:

$$\begin{aligned}
 O(1) &\leftarrow \text{max} \\
 O(n) &\leftarrow \text{for}(i: 1 \rightarrow n) \\
 &\quad O(1) \leftarrow \text{if}(max < A[i]) \\
 &\quad \quad \text{max} = A[i] \\
 O(n^2 \log n) &\leftarrow \begin{cases} O(n \log n) & \text{for}(j: 1 \rightarrow n) \\ & \quad \text{alg\_bin\_search}() \\ & \quad \text{alg\_seq\_search}() \end{cases} \\
 O(n) &\leftarrow \text{seq\_search}()
 \end{aligned}$$

خطی:  $O(n)$   
 مربعی:  $O(n^2)$   
 ...

درجی :  $O(n^2)$   
مکعبی :  $O(n^3)$   
چندجمله‌ای :  $O(n^k)$   
تجربی :  $O(2^n)$