

موضوع: برنامه نویسی پویا - تطبیق دنباله‌ها LCS, LIS, ED

۱- مساله LIS یا بزرگترین زیررشته صعودی

یک دنباله از اعداد داده شده است. بزرگترین زیررشته صعودی آن را بیابید.

مثال ۱: ۷ ۲ ۸ ۱ ۳ ۴ ۱۰ ۶ ۹ ۵ ۱ ۱

→ A: ۴ ۲ ۵ ۳ ۹ ۷ ۸ ۱۰ ۶
بزرگترین زیررشته صعودی که قبل از آن تمام می‌شود

طول بزرگترین زیررشته صعودی که $L[i]$:
آخرین عنصر آن اندیس نام است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸
۴ ۲ ۳ ۵ ۱ ۷ ۱۰ ۹
L: ۱ ۱ ۲ ۳ ۱ ۴ ۵ ۵

L: [] [] [] [] [] [] [] []
A: [x] [x] [x] [x] [x] [x] [x] [x]

$$L[k] = \max_{j < k, A[j] < A[k]} L[j] + 1$$

for (k: 1 → n)

L[k] = 1

for (j: 1 → k-1)

if (A[j] < A[k])

L[k] = max(L[k], 1 + L[j])

return max_k L[k]

زمان اجرا: $\theta(n^2)$ ← بهتر؟ $O(n \log n)$

مساله ۲) بزرگترین زیررشته مشترک longest common subseq
LCS

وردی: ۲ رشته s با طول m و t با طول n
 خروجی: بزرگترین رشته‌ای که زیررشته s و t است.

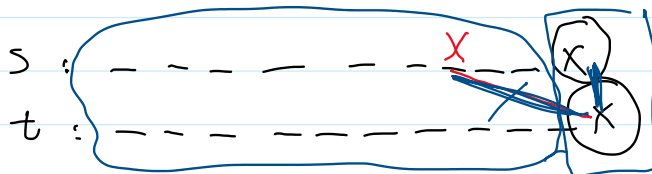
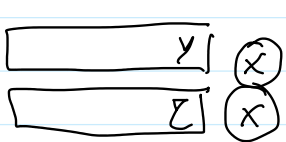
$\left\{ \begin{array}{l} s: a b a b c d e \\ t: a b b e c d \end{array} \right. \quad lcs(s, t) = abcd$

$\leftarrow \left\{ \begin{array}{l} s: a b r a c a d a b r a \\ t: g a b b a d a b b a d o o \end{array} \right.$

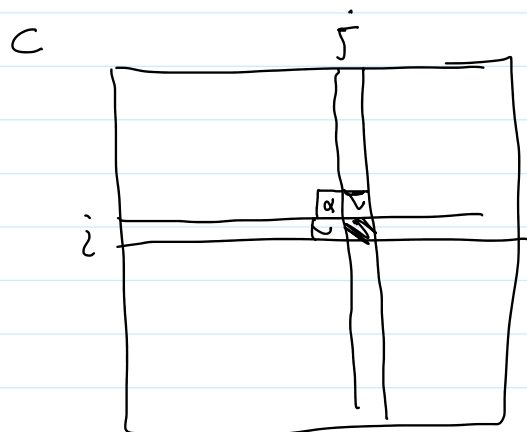
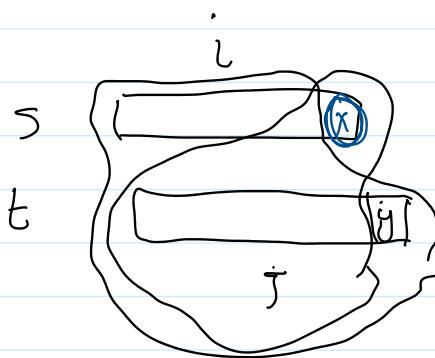
$lcs(s, t) = a b a d a b a$

$\left\{ \begin{array}{l} s: a b a d \\ t: c d a b \end{array} \right. \quad lcs(s, t) = ab$

$c[i, j]$: بزرگترین زیررشته مشترک بین
 تا حرف اول s و تا حرف اول t



$$c[i, j] = \begin{cases} \text{if } s_i = t_j \rightarrow c[i-1, j-1] + 1 \\ \text{if } s_i \neq t_j \rightarrow \max(c[i, j-1], c[i-1, j]) \end{cases}$$



for $i: 1 \rightarrow n$
 $c[i, 0] = 0$

$c[i, 0] = 0$
 for $j: 1 \rightarrow m$
 $c[0, j] = 0$

for $i: 1 \rightarrow n$
 for $j: 1 \rightarrow m$

if $s_i = t_j$
 $c[i, j] = c[i-1, j-1] + 1$
 else
 $c[i, j] = \max(c[i-1, j], c[i, j-1])$

return $c[n, m]$

$O(n^2)$

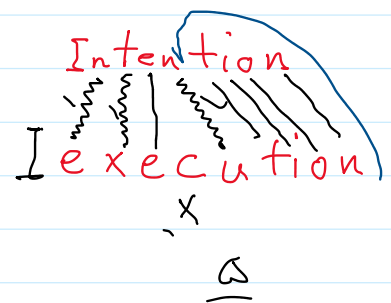
Edit distance (مساله ۳)

ورودی: دو رشته s و t
 خروجی: کمترین تعداد عملیات لازم جهت تبدیل s به t با استفاده از

۱: یک حرف در هر کجا از s درج کند

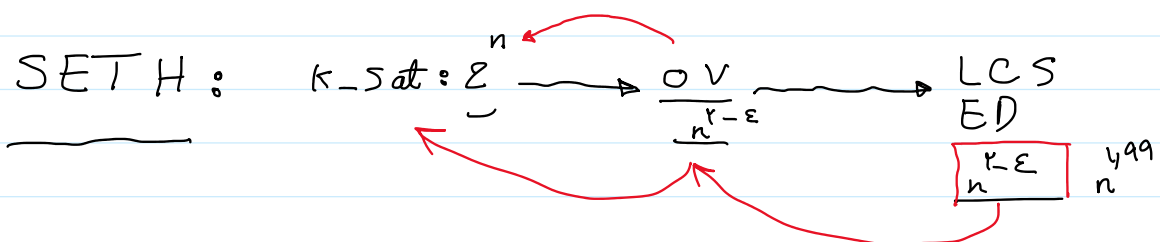
۲: یک حرف از s پاک کند

۳: یک حرف s را به حرف دیگری تغییر دهد.



$O(n^2)$

← ED و LCS ؟



Reduction

$$\frac{n^r}{\log^a n}$$

