یادآوری جلسه سیزدهم **الگوریتم‌های گراف** گردآورندگان:محمدعلی خدابنده‌لو ـ زهرا فاضل

در جلسه قبل، مروری بر گراف‌های وزن‌دار و ویژگی‌های درخت داشتیم و با مسئله درخت پوشای کمینه آشنا شدیم. تعریف کردیم یک زیردرخت پوشا T از گراف همبند G، یک زیرگراف شامل همه رأس‌های G است که یک درخت است.

مسئله درخت پوشای کمینه

گراف وزن‌دار همبند G را داریم. زیردرخت پوشای با کم‌ترین وزن را می‌خواهیم.
برای این مسئله الگوریتم حریصانه پریم را ارائه دادیم. در این الگوریتم از رأس $v_۱$ شروع میکنیم و قرار می‌دهیم $S = \{v_۱\}$. در هر مرحله از بین رئوسی که در S نیستند، رأسی را که با یال با کمترین وزن به یکی از رئوس داخل S متصل است، به S اضافه کرده و آن یال را به درخت اضافه می‌کنیم. تعداد کل مراحل $n - ۱$ است. در ادامه مثالی از این الگوریتم و در ۱ شبه‌کد آن آمده‌است.

Algorithm 1: Prim

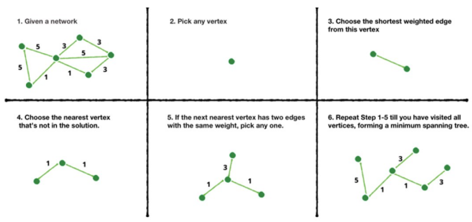
$S \leftarrow \{v_1\}$

if $v_j = v_1$ **then**
  $dist[v_j] \leftarrow 0$

else if *there is no edge between* v_1 & v_j **then**
  $dist[v_j] \leftarrow \infty$

else
  $dist[v_j] \leftarrow w(v_j, v_1)$

while S != V **do**
  select v_j in S such that dist[Vj] is minimum
  add v_j to S
  add the edge between v_j and S to MST edge list
  for $\forall v_k \in N(v_j)$ **do**
    if $v_k \notin S$ & $w(v_j, v_k) < dist[v_k]$ **then**
      $dist[v_j] \leftarrow w(v_j, v_k)$

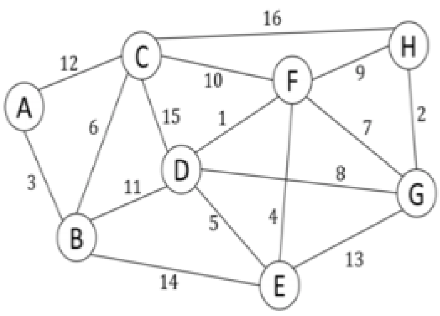


پیچیدگی الگوریتم بستگی به نحوه پیاده‌سازی آن دارد:

پیاده‌سازی گراف	انتخاب کمینه	پیچیدگی
ماتریس مجاورت	حلقه	$O(n^۲)$
لیست مجاورت	حلقه	$O(n^۲ + m)$
لیست مجاورت	هرم کمینه	$O(m \log n)$
لیست مجاورت	هرم فیبوناچی	$O(m + n \log n)$

در هرم فیبوناچی زمان درج، حذف کلید و حذف مینیمم به ترتیب $O(۱)$، $O(۱)$ و $O(logn)$ است.
برای اثبات درستی الگوریتم در نظر می‌گیریم که یال با کمترین وزن به شرط یکتا بودن، همیشه در MST است و به ازای هر راس، کوچک ترین یال همسایه در MST است. همچنین برای اثبات درستی الگوریتم، نشان دادیم، اگر مجموعه رئوس را دو دسته کنیم، کم‌وزن‌ترین یال بین این دو دسته در MST قرار دارد. همچنین خروجی الگوریتم در صورتی یکتاست که وزن یال‌ها یکتا باشد.

پرسش در گراف زیر، درخت پوشای کمینه را بیابید.



پاسخ های خود را می توانید تا قبل از شروع کلاس به این لینک ارسال کنید.