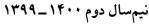
# طراحي الگوريتمها



مدرس: مسعود صديقين



دانشکدهی مهندسی کامپیوتر

#### تمرین دهم

### مسئلهی ۱\*. یکجورِ خوبی

گراف وزندار و جهتدار G=(V,E) و رئوس s و t از این گراف داده شده است. میدانیم اگر راس t را از این گراف حذف کنیم، از راس t به هر راسی مانند t دقیقا یک مسیر باقی خواهد ماند و راس t به راس t مسیری نخواهد داشت. با این فرض، الگوریتمی از مرتبهی زمانی t t را در این گراف پیدا کند.

## مسئلهی ۲. کموکموکمتر

گراف جهت دار G با n راس و m یال را در نظر بگیرید و فرض کنید که به هر راس یک وزن نامنفی نسبت داده ایم. دو راس دلخواه u و v داده شده است. الگوریتمی از مرتبهی زمانی  $O(nm^{\tau})$  ارائه کنید که زیرمجموعه ای از رئوس با مجموع وزن کمینه را پیدا کند طوریکه حذف آن زیرمجموعه، تمام مسیرهای بین u و v را از بین ببرد.

#### مسئلهی ۳\*. سفرتون آزاد!

در یک کشور n شهر داریم که بین آنها m جاده وجود دارد. یک مأمور سرشماری در یک روز تعداد افراد حاضر در یک کشور n شهر را می شمارد و لیستی که تهیه کرده را به شما می دهد. فردای آن روز یک مامور دیگر همین کار را انجام می دهد و لیست دیگری به شما می دهد. اگر بدانیم مامور اول اشتباه نکرده است و همچنن بدانیم طی این یک روز افراد یا در شهر خود مانده اند و یا به یکی از شهرهای مجاور آن شهر رفته اند، الگوریتمی از مرتبه ی  $O(nm^{\tau})$  طراحی کنید که تعیین کند آیا مامور دوم اشتباه کرده است یا خیر و درستی الگوریتم خود را اثبات کنید.

#### مسئلهی ۴\*. زیرگراف

گراف ساده و بدون جهت G=(V,E) داده شده است. هر راس این گراف دارای وزن  $a_i$  و هر یال آن نیز دارای وزن  $w_i$  می باشد. یک زیرگراف از گراف G زیرمجموعه ای از رئوس و یالهای آن است بطوریکه دو سر همه ی یالهای انتخابی در مجموعه رئوس انتخاب شده قرار داشته باشد. وزن یک زیر گراف برابر است با مجموع وزن یالهای آن منهای مجموع وزن راسهای آن. می خواهیم زیرگرافی را انتخاب کنیم که بیشترین وزن ممکن را داشته باشد. الگوریتمی از مرتبه ی  $O(|V|^{\mathsf{T}}|E|)$  برای این مساله ارائه دهید.

### مسئلهی ۵\*. مسیر جدا

گراف وزندار با وزنهای طبیعی و بدون جهت G و دو رأس s و از رئوس G داده شدهاست. میخواهیم در این گراف دو مسیر متمایز از s بیابیم، طوری که این دو مسیر در هیچ یالی مشترک نباشند. و همچنین وزن هرکدام

برابر با وزن کوتاهترین مسیر از s به t باشد. دقت کنید که این دو مسیر میتوانند در یک یا چند رأس مشترک باشند. با کمک مسئله ی شار بیشینه ، الگوریتمی برای پیدا کردن این دو مسیر ارائه دهید.

## مسئلهی ۶\*. زیرگراف بیشینه

گراف وزندار و بدون جهت G را در نظر بگیرید. در این گراف به هر رأس و هر یال وزنی طبیعی و کمتر از C نسبت داده شده است. برای هر زیرگراف مثل H در G ،وزن H را مجموع وزن یال های H منهای مجموع وزن رأس های در H تعریف میکنیم. (بدیهی است که اگر یال E در زیرگراف E باشد، آنگاه حتما راس های ابتدا و انتهای E نیرگراف هستند) با کمک الگوریتم شار بیشینه، الگوریتمی ارائه دهید که زیرگرافی با وزن بیشینه در گراف E را بیابد.

#### مسئلهی ۷. یالهای اضافی

در یک شبکه جریان داده شده، رأس منبع s دارای یالهای ورودی است. ثابت کنید که نیازی به این یالها نیست. یا به عبارتی دیگر، ثابت کنید جریان بیشینهی  $f^*$  وجود دارد که  $v \in V: f^*(u,s) = v$ 

