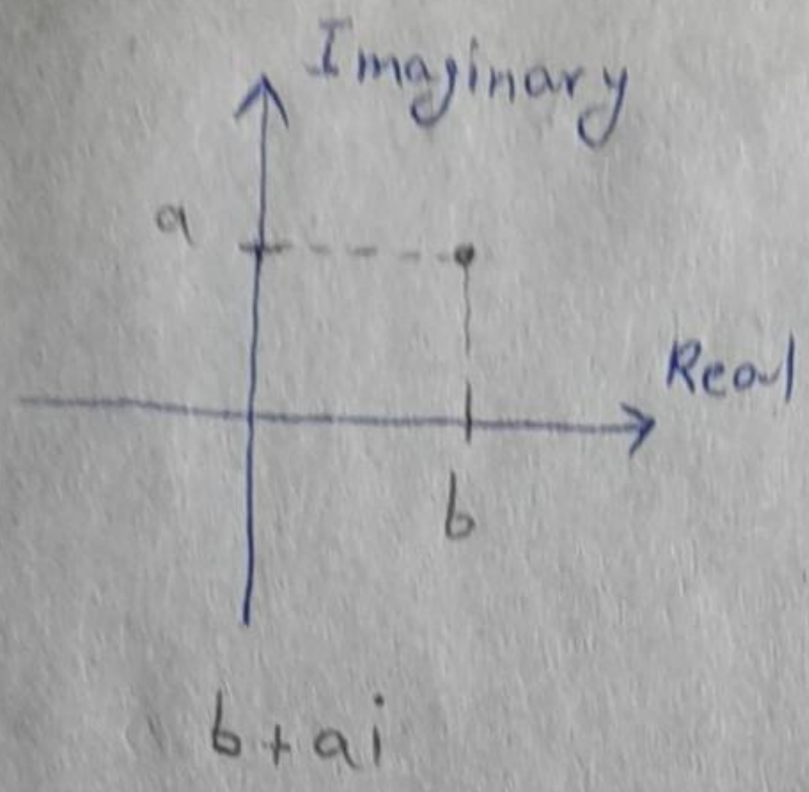
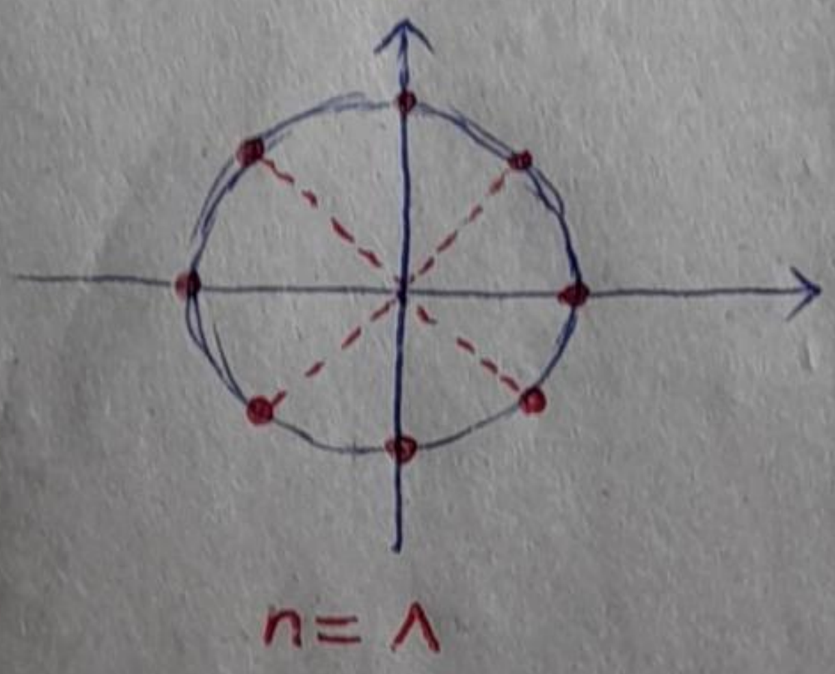
* نمایش عدد در صفحه مختلط



* ریشه های واحد

$$w_j = \cos\frac{j}{n}2\pi + i\sin\frac{j}{n}2\pi$$



فرمت نمایش

$$w_j = e^{i\frac{j}{n}2\pi}$$

$$0 \le j \le n-1$$

* divide and conquer → نصف کردن از وسط
→ جدا کردن اندیس های زوج و فرد

$$A(x) = a_0 + a_1x^1 + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$$

$$X = \{w_0, w_1, \cdots, w_n\}$$

$$A_{even}(y) = a_0 + a_2y + a_4y^2 + \cdots \qquad Y = ?$$

$$A_{odd}(z) = a_1 + a_3z + a_5z^2 + \cdots \qquad Z = ?$$

$$A(x) = A_{even}(x^2) + x\,A_{odd}(x^2)$$

$Z = ?$ ✳

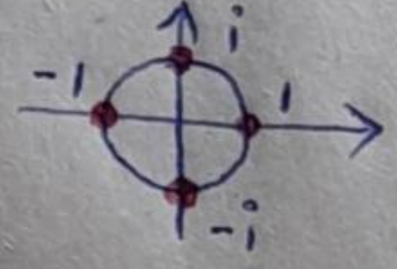
$Y = ?$

به طور مثال Y را حساب می‌کنیم $\rightarrow$ $w_j = e^{i\frac{j}{n}2\pi}$

$$X = \{w_0, \dots, w_n\}$$

$$\Longrightarrow w_j^2 = e^{i\frac{2j}{n}2\pi} = \boxed{e^{i\frac{j}{\frac{n}{2}}2\pi}}$$

$$|Y| = \frac{|X|}{2} \Leftarrow x^{\frac{n}{2}} = 1$$ ← فرمت ریشه های واحد



✳ مثال: $n=4$

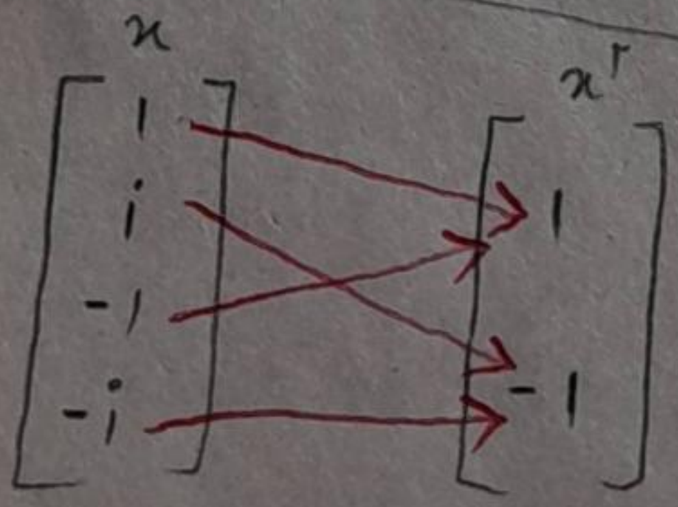
$A(1) = a_0+a_1+a_2+a_3$

$A(-1) = a_0-a_1+a_2-a_3$

$A(i) = a_0-a_2+(a_1-a_3)\,i$

$A(-i) = a_0-a_2+(a_3-a_1)\,i$

← محاسبه ریشه ها به صورت دستی



$A_{odd}(1) = a_1+a_3$

$A_{even}(1) = a_0+a_2$

$A_{odd}(-1) = a_1-a_3$

$A_{even}(-1) = a_0-a_2$

محاسبه به صورت recursive

$$\boxed{A(x) = A_{even}(x^2) + x\,A_{odd}(x^2)}$$

$$\longrightarrow \begin{cases} A(1) = A_{even}(1) + 1\times A_{odd}(1) = a_0+a_1+a_2+a_3 \\ A(-1) = A_{even}(1) + (-1)\times A_{odd}(1) = a_0-a_1+a_2-a_3 \\ A(i) = A_{even}(-1) + (i)\times A_{odd}(-1) = a_0-a_2+(a_1-a_3)\,i \\ A(-i) = A_{even}(-1) + (-i)\times A_{odd}(-1) = a_0-a_2+(a_3-a_1)\,i \end{cases}$$

$$T(n, |X|) = 2T\left(\frac{n}{2}, \frac{|X|}{2}\right) + O(|X|)$$

در ابتدا $\rightarrow$ $n \rightarrow O(n)$

$|X| \rightarrow O(n)$

$\Rightarrow T \rightarrow O(n \log n)$