

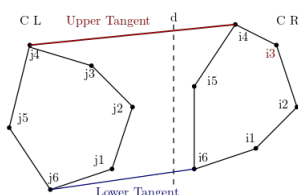


در جلسه قبل یک روش تقسیم و حل برای مساله پوش محدب به این شکل ارائه کردیم: ابتدا فرض کنیم  $P_x$  مجموعه نقاط  $P$  مرتب شده بر حسب  $x$  باشد که با یک مرتب‌سازی در زمان  $O(n \log n)$  به دست می‌آید.

۱. مجموعه نقاط را با خط عمودی  $d$  به دو زیر مجموعه  $R$  و  $L$  با اندازه‌های مساوی تقسیم می‌کنیم و به ترتیب  $L_x$  و  $R_x$  را تشکیل می‌دهیم که این کار در  $O(n)$  قابل انجام است.

۲. به طور بازگشتی پوش محدب نقاط  $L$  و  $R$  را می‌یابیم و به ترتیب آنها را  $C_L$  و  $C_R$  می‌نامیم.

۳. دو پوش محدب  $C_L$  و  $C_R$  را ترکیب می‌کنیم. برای این کار باید مطابق شکل یال‌های بین مماس بالایی و پایینی را حذف کنیم. برای به دست آوردن این دو مماس ۳ راه حل زیر را پیشنهاد کردیم:



(آ) تمام جفت راس‌های روی پوش محدب چپ و راست را چک می‌کنیم که در زمان  $O(n^3)$  قابل انجام است ( $\Theta(n^2)$  جفت به همراه زمان  $\Theta(n)$  برای چک کردن هر جفت).

(ب) بهبود ۱: هر یال بین دو راس پوش محدب را تنها با ۴ نقطه (۲ نقطه مجاور دو سر یال) چک کنیم که این زمان چک کردن را به  $O(1)$  بهبود می‌دهد.

(ج) بهبود ۲: برای به دست آوردن مماس بالایی و پایینی تنها  $O(n)$  جفت را مطابق شکل چک کنیم.

#### Algorithm 1: Convex hull

Data:

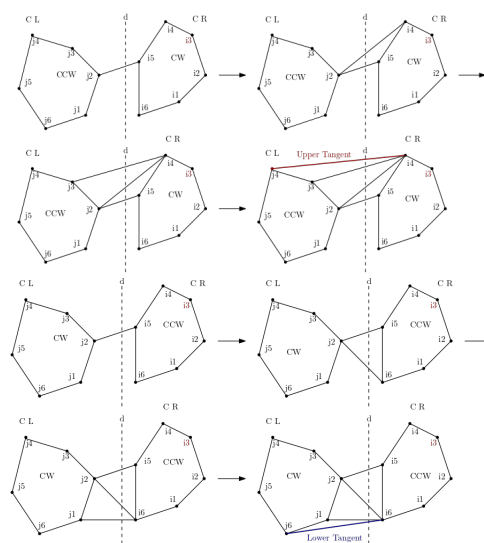
$a$ : rightmost point of  $C_L$

$b$ : rightmost point of  $C_R$

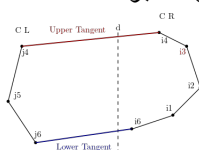
```

1 while  $\vec{ab}$  is not the upper tangent of  $C_L, C_R$  do
2   while  $\vec{ab}$  passes through  $C_R$  do
3      $b \leftarrow b.next$  // CW
4   while  $\vec{ab}$  passes through  $C_L$  do
5      $a \leftarrow a.prv$  // CCW

```



پوش محدب نهایی به صورت زیر خواهد بود:



همچنین زمان اجرا از رابطه با رابطه بازگشتی  $T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + O(n)$  به دست می‌آید که برابر  $O(n \log n)$  است.

