

موضوع: کاهش چند جمله‌ای، کلاس‌های  $P$ ،  $NP$ ،  $NPC$ ،  $NPHard$

یادآوری: 6 عصر حیدرآبادی -

$\rightarrow 35AT \underset{p}{\leq} IS \underset{p}{=} VC \underset{p}{\leq} SC$   
 $\underset{p}{\geq} DHC \underset{p}{\leq} HC$

$$\Phi = (x_1 \vee \bar{x}_1 \vee x_2) \wedge (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3) \wedge (x_1 \vee \bar{x}_3 \vee x_4) \wedge (\dots): 3SAT$$

آیا می توان به متغیرها به گونه ای مقدار  $\phi$  داد که  $\phi$  ارضا شود؟

## opt - search - Decision

مساله مجموع زیر مجموعه ها subset sum.

$n$  عدد طبیعی  $x_1, x_2, \dots, x_n$  داده شده است. آیا یک زیر مجموعه از این اعداد وجود دارد که مجموع آن‌ها دقیقاً برابر با  $w$  شود؟

۱۰ مثال ۶۵۵ و ۵۸۰ ۹۹۹ ع. ۲۷/۵ ۳۵۵ ۲۱۵

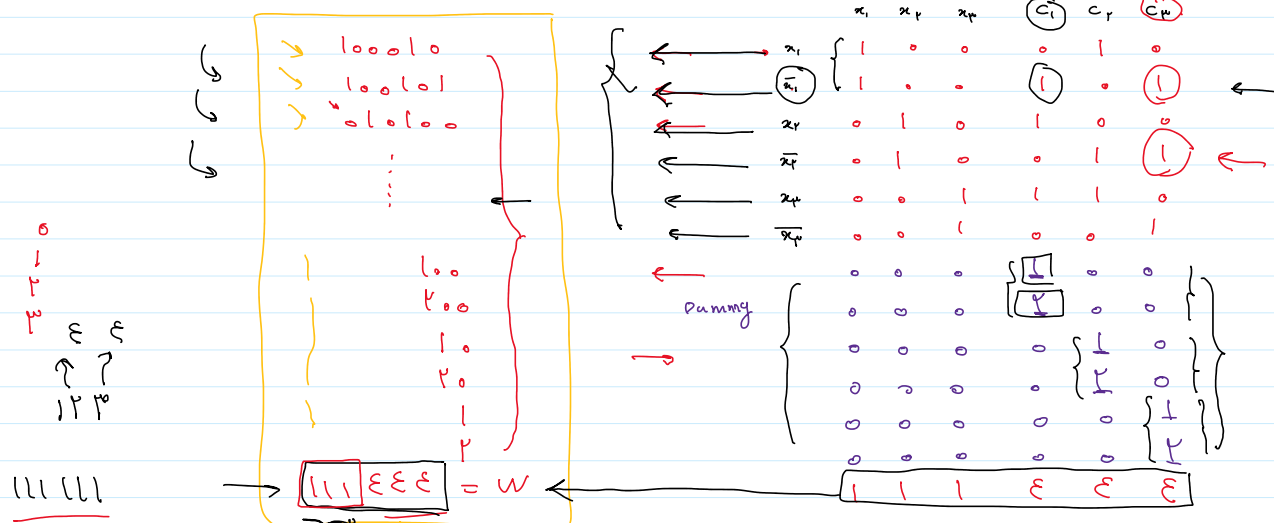
$$W = (A, A)$$

$w = 10 \text{ N}$        $xy. 999$

حواب : نہ

$\phi = (\overline{x_1} \vee x_1 \vee \pi_{x_1}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_1} \vee \pi_{x_1}) \wedge (\overline{x_2} \vee \overline{x_1} \vee \pi_{x_2})$

$\phi = (x, vx)$   
 ↳ subset sum



→ Yes  $\Rightarrow \exists$  SAT قابل

الرجواب yes ⇐ از هر متغیر و ناس دفعیاً می انتخاب شده.

مجموع اعداد مربوط به سطرهاى Dammy برای هر  $C_i$ ،  $\sum$  می شود  
 پس از سطرهاى با  $k$  پی صاف می از سطرهاى انتخاب شده، ستون مربوط به

$C_i$  برابر 1 است.

$$\widehat{3SAT} \leq_p \widehat{SSS}$$

مساله کوله پشتی : یک مجموعه از اشیاء داریم. شیء نام حجم  $v_i$  و ارزش  $w_i$  دارد.  
آیا می توان یک زیر مجموعه از اشیاء با ارزش صاف  $w$  و حجم حداکثر  $V$  انتخاب کنیم؟  
↑ ↑

$$SSS \leq_p Knapsack$$

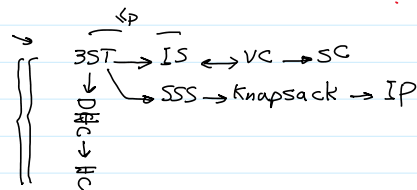
مساله برنامه نویسی صحیح :  $IP$  - یک برنامه نویسی خطی با این شرط که متغیرها صحیح باشند.

$$opt \in \widehat{Knapsack} \leq_p \widehat{IP}$$

انتخاب شده  
شیء نام انتخاب نشده  
 $x_i \in \{0, 1\}$

$$\begin{cases} \text{Max } \sum x_i w_i \\ \text{s.t } \sum x_i v_i \leq V \\ x_i \in \{0, 1\} \end{cases}$$

کوله پشتی کسری :  $0 \leq x_i \leq 1$



$P$  : مجموعه همه مسائل تصمیم گیری که برای آن ها الگوریتم چند جمله ای وجود دارد.

مثال : ورودی : گراف  $G$

خروجی : آیا  $G$  همبند است؟  $O(E)$

ورودی :  $X, Y$

خروجی : آیا  $X$  بر  $Y$  بخش پذیر است؟

ورودی :  $P$

خروجی : آیا  $P$  اول است یا نه..

ورودی :  $S$  و  $t$

خروجی : آیا  $LCS$  دو رشته  $S$  و  $t$  برابر ۱۰ است؟

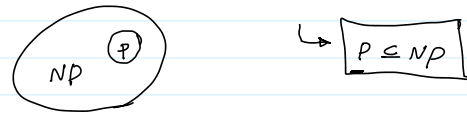
کلاس  $[NP]$  : مجموعه همه مسائل تصمیم گیری که برای آن ها یک تصمیم گیری چند جمله ای وجود دارد.

تصدیق :  $Verify$  کردن یک جواب مربوط به مساله در زمان چند جمله ای

$3SAT$  : اگر یک جواب بدهند ← کافی است که همه  $clauses$  را چک کنیم  
که با این مقدار دهی ارضای شود یا نه

$HC$  : جواب : یک دنباله از راس ها ← با یکدیگر کنیم ۱- هم راس ها باشند  
۲- بین هر راس هم راسی یال باشد  
۳- راس تکراری هم نباشد.  
 $VC$  : جواب : مجموعه از راس ها : آیا همه یال ها پوشش داده شده اند یا نه

$$\begin{array}{ll} IS \in NP & 3SAT \in NP \\ SSS \in NP & HC \in NP \\ : & VC \in NP \end{array}$$

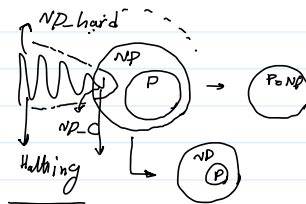
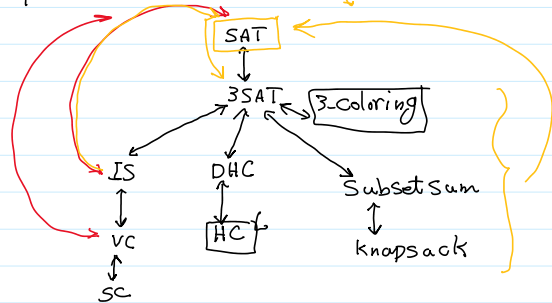


$P = NP$  ← ؟  $NP \subseteq P$  : سوال  
 $P \neq NP$

NP-complete : NPC : مساله  $Y \in NP$  يك مساله NP-C است اگر  
 به ازاي هر مساله  $X \in NP$  ،  $X \leq_P Y$

قسمه كوك ۱۹۷۱ : مساله SAT يك مساله NP-C است.  
 قسمه ۲ :  $SAT \leq_P 3SAT$  ،  $SAT \equiv 3SAT$  ←  $3SAT$  هم NP-C است.

<HP و HC>



NP-hard : يك مساله NP-hard ، اگر به ازاي هر مساله  $X \in NP$  ،  $X \leq_P Y$

