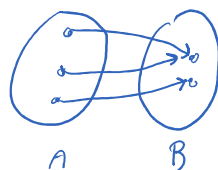


پایان

اصل لانه کبوتر

اگر $n+1$ کبوتر در n لانه قرار گیرند

آن گاه لانه ای وجود دارد که 2 یا بیشتر کبوتر است.



تعبیر دیگر تابع $f: A \rightarrow B$ با شرط $|A| > |B|$
 نمی تواند یک به یک باشد.

اصل تعمیم یافته

اگر m کبوتر در n لانه قرار گیرند

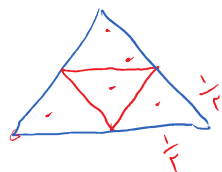
آن گاه لانه ای وجود دارد که $\lceil \frac{m}{n} \rceil$ کبوتر است.

اثبات فرض کنیم در هر لانه حداکثر $\lceil \frac{m}{n} \rceil - 1$ کبوتر قرار دارد.

$$n \times (\lceil \frac{m}{n} \rceil - 1) < n \times (\frac{m}{n} + 1 - 1) = m$$

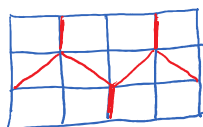
تعداد کبوترها

مثال از هر 5 نقطه در یک مثلث مت در الاضلاع به قطع یک



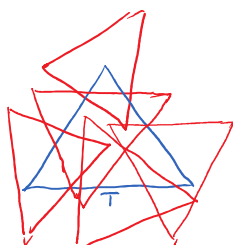
نقطه ای که نزدیک به 3 است.

مثال از هر 7 نقطه در یک مستطیل 4×4



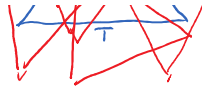
نقطه ای که نزدیک به 2 است

مثال مثلث مت در الاضلاع T به 5 مثلث مت در الاضلاع کوچکتر



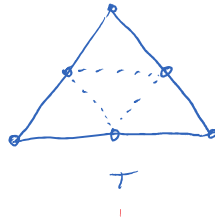
بدست می آید. به 4 مثلث از 5 مثلث نیز همان T را می سازد.

پرسیده شده است. به 4 مثلث از 6 مثلث بنزدیک T را برساند.



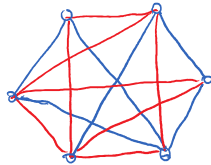
اثبات ۳ رأس A و ۲ نقطه در میان آن در هر قطر یکبار.

در نقطه از این ۶ نقطه در هر مثلث قرار می‌گیرد.



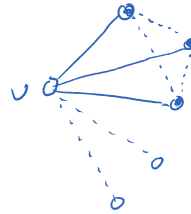
مثال در هر جمع ۶ نفره یا ۴ نفر چهار نفر را در به دور می‌کنند.

یا ۴ نفر دوم را در یک دست می‌کنند.



اثبات

□



مثال در هر $n+1$ عدد از مجموعه $\{1, 2, \dots, 2n\}$

در عدد نسبت به هم لول از.

اثبات $\{1, 1\}, \{2, 2\}, \{3, 3\}, \dots, \{n, n\}$

مثال از هر $n+1$ عدد در میان، حداقل دو عدد

بر n بخش پذیر است.

اثبات هر عدد صحیح a را به صورت زیر بنویسند

$$a = nq + r, \quad 0 \leq r < n$$

عدد r با آن به نام باقی‌مانده در n برابر دارد □

مثال به ازای هر عدد صحیح n ، مضرب از n در هر دو برابر

که فقط از ارقام ۰ و ۱ تشکیل شده است.

به مقدار از تمام ۰ و ۱ تشکیل شده است.

اثبات

$$n+1 \begin{cases} \sqrt{} \\ \sqrt{}\sqrt{} \\ \sqrt{}\sqrt{}\sqrt{} \\ \vdots \\ \sqrt{}\sqrt{}\sqrt{}\dots\sqrt{}\sqrt{} \end{cases} \quad \begin{matrix} 1 \\ 11 \\ 111 \\ \vdots \\ 111\dots 1 \end{matrix}$$

مثال در شهر طی ۵ روز گذشته ۴۵ نفر به دریا مبتلا شدند.
 اگر بایم در هر روز مشخص یک مورد ابتلا در این شهر داشته ایم
 جهت گنبد بنه ای از روزهای متوال وجود دارد که طی آن بنده
 رتبه ۱۴ مورد ابتلا به این دریا وجود داشته است.

اثبات فرض کنید: $S_i =$ تعداد ابتلا به دریا تا روز i ام

$$S_1 < S_2 < \dots < S_5, \quad 1 \leq S_i \leq 45$$

$$S_1 + 14 < S_2 + 14 < \dots < S_5 + 14, \quad 15 \leq S_i + 14 \leq 59$$

۷۶ عدد بین ۵۹ تا ۵۹ \Leftarrow دو عدد در این دو لیست برابرند \square

مثال در هر دنباله از $n^2 + 1$ عدد یک زیر دنباله صعودی

یا یک زیر دنباله نزولی به طول $n+1$ وجود دارد.

اثبات $a_i =$ طول بزرگ ترین زیر دنباله صعودی انتهایی a_i
 $b_i =$ طول بزرگ ترین زیر دنباله نزولی انتهایی b_i

اگر $n^2 + 1 \leq a_i, b_i$ \Leftarrow ترکیب مختلف برای $n^2 + 1$ زوج (a_i, b_i)

\Leftarrow برای $i < j$ $(a_i, b_i) = (a_j, b_j)$

که غیر ممکن است \square