

بیم‌خیزا

استقرای ریاضی

استقرار ریاضی

اهل استقرای

استقرای نوی

$$\begin{array}{l} P(1) \\ \forall k \geq 1 \quad P(k) \rightarrow P(k+1) \\ \hline \therefore \forall n \in \mathbb{N} \quad P(n) \end{array}$$

مثال



مراحل استقرای

بیم‌خیزا استقرای: $P(1)$ درست است.

قسم استقرای: $\forall k \geq 1 \quad P(k) \rightarrow P(k+1)$
 مکتب \uparrow فرض استقرای

مثال: به ازای هر عدد طبیعی n ، $n^2 - n$ بر ۲ بخش پذیر است.

بیم‌خیزا استقرای: $1^2 - 1 = 0$ بر ۲ بخش پذیر است. ✓

فرض استقرای: $k^2 - k$

قسم: $(k+1)^2 - (k+1)$

$$\begin{aligned} (k+1)^2 - (k+1) &= k^2 + 2k + 1 - k - 1 \\ &= \underbrace{k^2 - k}_{= k^2} + 2k \\ &= 2k^2 \quad \square \end{aligned}$$

مثال: به ازای هر $n \geq 2$ ، $2^n < n!$

✓ $16 = 2^4 < 4! = 24$: بهر استرار :

$2^n = 2(2^{n-1})$: بهر استرار :

$< 2(n-1)!$: طبق فرض استرار

$< n(n-1)!$

$= n!$ \square

مثال : برای هر عدد طبیعی n ، $n \geq 0$

$(1+n)^n \geq 1 + nn$

✓ $(1+n)^1 \geq 1 + n$: $n=1$

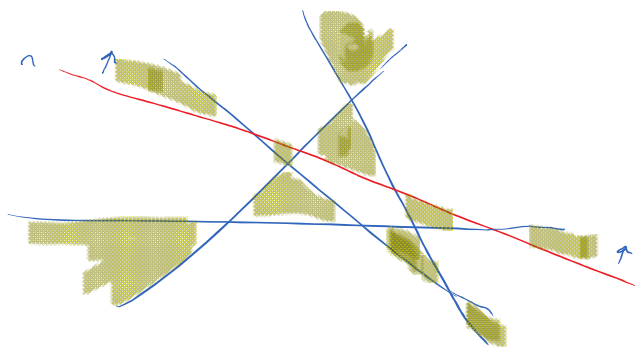
$(1+n)^n = (1+n) \underbrace{(1+n)^{n-1}}_{\geq 1+(n-1)n}$ فرض

$= 1 + nn + (n-1)n^2$

$\geq 1 + nn$ \square

مثال : نصف در این روش خط n در صفحه را ترسیم

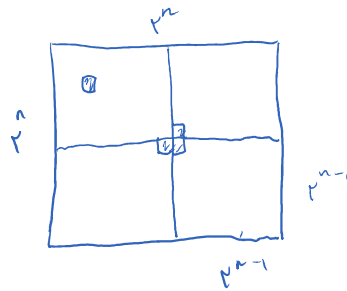
؛ نزدیک طردن از آن کنتر کرده هیچ دانه میسر با در آن ختم نباشند.



مثال $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} + \frac{1}{2^n} < 1$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} \right) \\ = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} (< 1) < 1 \quad \square$$

مثال هر مربع به ضلع 2^n که یک خانه (گوشه/متره) آن حذف شد
راه تیران به مرزاتنگ در L -شکل \square فرض کرد.



استقرا بر روی

$$P(1), (\forall i < k, P(i)) \rightarrow P(k) \quad \therefore \forall n, P(n)$$

مثال هر عدد طبیعی $n > 1$ را می توان به صورت ضرب اعداد اول نوشت.

$$n = n' n'' \quad \square$$