سارا آذرنوش ۴۸۱۷۰۶۴۸

۱) $\mathbb{R}, C, Q$ تمام خواص گفته شده را دارند

۲) Z اگر در ا ضرب شود، معکوس آن لزوماً در اعداد صحیح نیست (existence of inverse)

$a \times b_1 = 1 \longrightarrow b_1 = 1/a \longrightarrow b_1 \notin Z$

۳) N مانند عدد صحیح است

$a \times b_1 = 1 \longrightarrow b_1 = 1/a \longrightarrow b_1 \notin N$

۴) $R^{2\times2}$

در ضرب ماتریس ها، جابه‌جایی باعث تغییر پاسخ می شود (commutative)

$a \cdot b = b \cdot a \xrightarrow{\text{ماتریس}} a \cdot b \neq b \cdot a$

۲)
۱) دالتور هستند و خطا تشکیل می دهند، بنابراین $\text{span } R^4$ نیستند

a) v_1, v_2 صفر

b) v_2, v_3, v_4

$av_2 + bv_4 + cv_3 = 0$

$a\begin{bmatrix}1\\-1\\0\end{bmatrix} + b\begin{bmatrix}1\\1\\0\end{bmatrix} + c\begin{bmatrix}1\\0\\-1\end{bmatrix} = 0$

$\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\-1 & 1 & 0\\0 & 0 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a\\b\\c\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a\\b\\c\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix}$

$a = b = c = 0 \longrightarrow$ مستقل

c) $v_1, v_3, v_4 \longrightarrow$ وابسته

$\rightarrow 0$

d) v_2, v_4, v_6

$\begin{bmatrix}1 & 1 & 0\\-1 & 0 & 1\\0 & -1 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a\\b\\c\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix} \longrightarrow$ وابسته

e) $\underbrace{v_4, v_5, v_8, v_9}_{d}$

۳)

$P_2 \leq 2 \quad b_1 = x^2,\ b_2 = -1 + x,\ b_3 = x + x^2,\ v = 1 + 2x - x^2$

$a b_1 + b b_2 + c b_3 = v$

$a x^2 + b(x-1) + c(x^2 + x) = 1 + 2x - x^2$

$\Rightarrow \underbrace{a x^2} + \underbrace{b x} - b + \underbrace{c x^2} + \underbrace{c x} = 1 - x^2 + 2x$

$-b = 1 \rightarrow b = -1$

$c + a = -1 \rightarrow a = -4$

$b + c = 2 \rightarrow c = 3$

$\rightarrow v = -4 b_1 - b_2 + 3 b_3 \qquad \begin{bmatrix} -4 & -1 & 3 \end{bmatrix}$