



محاسبات عددی

نیم‌سال اول ۱۴۰۰

مدرس: دکتر فاطمه بهاری‌فرد

تاریخ تحویل: ۱۴۰۰/۱۰/۱۰

فصل پنجم

تمرین سری پنجم

لطفا توجه فرمایید که:

* مهلت ارسال تمرین ساعت ۲۳:۵۹ روز ۱۰ دی ماه است.

* لطفا تمرین‌های تئوری و عملی را در یک فایل فشرده قرار داده و با نام $HW5_StudentID$ آپلود کنید.

* لطفا تمرین‌ها را از یکدیگر کپی نکنید. در صورت وقوع چنین مواردی مطابق با سیاست درس رفتار می‌شود.

۱. با استفاده از روش اویلر، معادله دیفرانسیل مرتبه دوم زیر را حل کرده و با فرض $h = 0.05$ مقدار تقریبی y را در نقطه ۱.۱ به دست آورید. (۱۰ نمره)

$$\begin{cases} 2x^2y'' + 3xy' - 15y = 0 \\ y(1) = 0 \\ y'(1) = 1 \end{cases}$$

۲. $y(0.4)$ را با استفاده از روش رانگ-کوتای مرتبه چهارم و گام ۰.۲ به دست آورید. همچنین این پاسخ را با پاسخ به دست آمده از روش‌های رانگ-کوتای مرتبه دو و سه مقایسه کنید (برای انتخاب روش رانگ-کوتا مختارید). (۱۵ نمره)

$$\begin{cases} y' = -2xy^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

۳. پاسخ معادله را در بازه $t \in [0, 1]$ با گام ۰.۵ و با استفاده از روش‌های ذکر شده به دست آورید.

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = -2y + t^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

(الف) با استفاده از روش اویلر بهسازی شده مرتبه دوم. (۵ نمره)

(ب) با استفاده از روش هیون. (۵ نمره)

(ج) با استفاده از روش نقطه میانی. (۵ نمره)

۴. با استفاده از روش Predictor-Corrector آدامز-بشفورث مرتبه چهارم و مقادیر داده شده مقدار $y(0.4)$ را به دست آورید. (۱۰ نمره)

$$y' = y - x^3$$

x	y
0	1
0.1	1.1051
0.2	1.221
0.3	1.3477

۵. معادلات دیفرانسیل زیر را به معادلات دیفرانسیل مرتبه اول تبدیل کنید.

(الف) $\ln y' + u = \sin x$ (۵ نمره)

(ب) $y''y - xy' - 2y^2 = 0$ (۵ نمره)

(ج) $y^{(4)} - 4y''\sqrt{1-y^2} = 0$ (۵ نمره)

(د) $(y'')^2 = |32y'x - y^2|$ (۵ نمره)

۶. (برنامه نویسی) برای بخش عملی به فایل ژوپیتر نوت بوک مراجعه کنید. (۳۰ نمره)