

به نام خدا



تمرین 2

محاسبات عددی

سرکار خانم دکتر بهاری فر

سارا آذرنوش

98170668

(1)

$$f_{(x)} = x - e^{-x}$$

$$F(x_0) = -1$$

$$F(x_1) = 0.63212$$

$$F(x_0)f(x_1) < 0 \quad \text{پس حداقل یک ریشه داریم}$$

$$x_2 = (x_1 + x_0)/2 = 1/2 \quad f(x_2) = -0.10652$$

$$x_3 = (x_2 + x_1)/2 = 3/4 \quad f(x_3) = 0.277633$$

$$x_4 = (x_3 + x_2)/2 = 5/8 \quad f(x_4) = 0.089738$$

$$x_5 = 0.562 \quad f(x_5) = -0.0073$$

$$x_6 = 0.5938 \quad f(x_6) = 0.0172$$

بعد از مرحله 5 ریشه برابر 0.5938 است و  $f(x_6)$  نیز 0.0172 است.

(2 الف)

$$f_{(x)} = x^3 - 7x^2 + 8x - 3 = 0$$

$$f'_{(x)} = 3x^2 - 14x + 8$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f_{(x)}}{f'_{(x)}}$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{x_n^3 - 7x_n^2 + 8x_n - 3}{3x_n^2 - 14x_n + 8}$$

$$x_0 = 5$$

$$x_1 = 6$$

$$x_2 = 5.71875$$

(ب)

$$f_{(x)} = x^4 - 5x^3 + 9x + 3 = 0$$

$$f'_{(x)} = 4x^3 - 15x^2 + 9$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{x_n^4 - 5x_n^3 + 9x_n + 3}{4x_n^3 - 15x_n^2 + 9}$$

$$x_0 = 5$$

$$x_1 = 4.6417910$$

$$x_2 = 4.5375440$$

$$x_3 = 4.5289734$$

$$x_4 = 4.5289180$$

$$x_5 = 4.5289180$$

همگرا میشود و بنابراین تا شش رقم اعشار به صورت زیر است

$$4.5289180$$

(3)

$$f(x) = 2x^3 - 2 + 5$$

$$x_n = \frac{af(b)-bf(a)}{f(b)-f(a)} = b - \left(\frac{b-a}{f(b)-f(a)}\right)f(b)$$

n	a	b	$x_n$	F(a)	F(b)	F( $x_n$ )
1	1	2	1.4167	-5	7	-2.1470
2	1.947	2	1.5536	-2.1470	7	-0.6073
3	1.5892	2	1.5892	-0.6073	7	-0.1507
4	1.5979	2	1.5979	-0.1507	7	-0.0366
5	1.5979	2	1.6	-0.0366	7	-0.0081
6	1.6	2	1.6005	-0.0081	7	-0.0018
7	1.6005	2	1.6006	-0.0018	7	0.0001

(4)

$$f(x) = x^2 - x + 8 = 0$$

$$x_0 = 1, x_1 = 2$$

$$f(x_0) = 1 - 1 + 8 = 8$$

$$f(x_1) = 4 - 2 + 8 = 10$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)(x_n - x_{n-1})}{f(x_n) - f(x_{n-1})}$$

$$x_3 = -3$$

(5)

مانند مثال اسلاید عمل میکنیم.

$$f(x) = x^2 + x - 1$$

فرض میکنیم  $x_1=0.5$  و  $g(x) = 1 - x^2$

$$x_{n+1} = g(x_n) = 1 - x_n^2$$

$$x_1 = 0.7500$$

$$x_2 = 0.4375$$

$$x_3 = 0.8086$$

...

$$x_7 = 0.9492$$

$$x_8 = 0.0099$$

دنباله با اندیس های فرد به 1 و اندیس های زوج به 0 همگراست بنابراین دنباله همگرا نیست. (بخش د)

پس  $g(x)$  دیگری تعریف میکنیم.

$$g(x) = \sqrt{1-x}$$

$$x_{n+1} = g(x_n) = \sqrt{1-x_n}$$

$$g'(x) = -1/2\sqrt{1-x}$$

اگر  $x_0=0.5$  آنگاه پس از 34 مرحله همگرا میشود به ازای مقادیر نزدیک به 1 نمیشود. (بخش ج)

الف) خیر

$$G'(x) = 2(x^2+x-1)/(2x+1)^2$$

$$G'(0) = -2$$

$$|g'(0)| > 1 \text{ همگرایی نداریم}$$

ب) بله

$$G'(x) = -1 / (x+1)^2$$

$$|g'(x)| \leq 1$$

بین -1 و 0 است و همگرا میشود

ج) خیر در بالا توضیح داده شد

د) خیز در بالا توضیح داده شد