

سارا آذرنوش ۹۸۱۷۵۹۹۸

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

خطای مدل: تور را به شکل یک کره ایده آل در نظر می گیریم در صورتی که سطح کاملاً صاف و دایره ای ندارد

خطای اندازه گیری: ابزارهای اندازه گیری که در اینجا سطح تور اندازه گیری می شود و مقدار با تعداد با رقم اعشار اندازش نمی کنند و در اندازه سطح دقت آن خطا داریم

خطای گرد کردن: می توانیم از بی نهایت رقم اعشار استفاده کنیم و همچنین حاصل π را به $\frac{22}{7}$ نیز می توانیم کار کنیم و دقت آن می شود با گرد کردن اعشار خطای ایجاد می شود (تقریب) $\leftarrow 10^{-4} \times \frac{1}{2}$ خطای مطلق

خطای عملیات: در عملیات ضرب و تقسیم خطا داریم و سطح به توان 10^{-3} می رود عددی رند می شود و ضرب آن ها خطای ایجاد می کند

Accuracy / Precision اعداد: ۱۲, ۳۴, ۵۶, ۷۸, ۹۰

چه مقدار به عدد نزدیک است

چه مقدار اعداد به هم نزدیک هستند
دلتا و ماکزیمم عدد نزدیک هستند

۱۴, ۲۵, ۱۳, ۱۲, ۱۱, ۱۰ → صحت

۱۳, ۱۲, ۱۱, ۱۰, ۹, ۸ → دقت

۲ محاسبه خطای مطلق، درصدی، و انحراف

$$f(x) = x^r + y^r$$

$$f(1.234, 1.567)$$

$$x = 1.234 \pm e_x, \quad e_x \leq \frac{1}{r} \times 10^{-r}$$

$$y = 1.567 \pm e_y, \quad e_y \leq \frac{1}{r} \times 10^{-r}$$

(I)

$$x, y > 0 \rightarrow e(\bar{x}^r, \bar{y}^r) \leq \underbrace{e(\bar{x}, \bar{x}) + e(\bar{y}, \bar{y})}_{\leq r(\bar{x} \cdot e_x)} \leq r(\bar{y} \cdot e_y)$$

$$e(\bar{x}^r, \bar{y}^r) \leq r(\bar{x} \cdot e_x) + r(\bar{y} \cdot e_y) = r, 10 \times 10^{-r} \rightarrow \text{سایز درصدی خطا}$$

$$10^{-r} \rightarrow \frac{1}{r} \times 10^{-r} \rightarrow \frac{1}{r} \times 10^{-r} \times r = 10^{-r}$$

$$= 3, 9 \times 10^{-r}$$

(II) $x, y > 0 \rightarrow x^r + y^r = (x+y)^r - rxy$

$$e_{(x+y)^r - rxy} \leq e_{(x+y)^r} + e_{rxy}$$

$$e_{(x+y)^r} \leq (x+y) \cdot e_{(x+y)} + e_{(x+y)} (x+y)$$

$$\leq r(x+y)(e_x + e_y) = 8, 902 \times 10^{-r}$$

$$\leq r(x+y)(e_x + e_y) + y e_x + e_y x \approx 40, 2 \times 10^{-r}$$

نکات (I) خطای نسبی

$$\frac{1}{r}x^r - \frac{1}{r}x^r + \frac{1}{q} = 0 \rightarrow x_1 = 9.1, 1.882 \times 10^{-4} \text{ V} \quad \text{and} \quad x_r = 0.1002 \text{ V} \cdot 10^{-4}$$

$$x_1' = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{\frac{1}{r} \pm \sqrt{\frac{1}{19} - \frac{1}{19}}}{2/r} = \frac{1.0 \times 10^{-4} \pm \sqrt{9.8 \times 10^{-9}}}{2 \times 10^{-4}} = \frac{-1.0 \times 10^{-4} \pm 1.0 \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-4}}$$

$$\rightarrow 9.1, 1.88 \times 10^{-4} = x_{11}'$$

$$\rightarrow 9 \times 10^{-4} = x_{1r}'$$

$$x_r' = \frac{-rc}{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}} = \frac{-1/c}{-1/r \pm \sqrt{\frac{1}{19} - \frac{1}{19}}} = \frac{-1.1 \times 10^{-4}}{-1.0 \times 10^{-4} \pm \sqrt{9.8 \times 10^{-9}}}$$

$$= \frac{-1.1 \times 10^{-4}}{-1.0 \times 10^{-4} \pm 1.0 \times 10^{-4}}$$

$$\rightarrow 1.1 \times 10^{-4} = x_{r1}'$$

$$\rightarrow 2.1 \times 10^{-4} = x_{rr}'$$

$x_1, x_r > 0$

$$x_1' \Rightarrow \frac{|x_1 - x_{11}'|}{|x_1|} = \frac{|x_1 - 9.1, 1.88 \times 10^{-4}|}{x_1} = 9.1, 1.88 \times 10^{-4}$$

نسبت کوچک است

$$\Rightarrow \frac{|x_r - x_{1r}'|}{|x_r|} = \frac{|9 \times 10^{-4} - x_r|}{x_r} = 1.044 \times 10^{-1}$$

$$x_r' \Rightarrow \frac{|x_1 - x_{r1}'|}{|x_1|} = \frac{|1.1 \times 10^{-4} - x_1|}{x_1} = 9.421 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow \frac{|x_r - x_{rr}'|}{|x_r|} = \frac{|2.1 \times 10^{-4} - x_r|}{x_r} = 1.341 \times 10^{-2}$$

نسبت کوچک است

$\omega > d_{k+1} \geq 0 \quad \textcircled{I}$
 $\omega \leq d_{k+1} \leq 9 \quad \textcircled{II}$

$\left| \frac{y - \bar{y}}{\bar{y}} \right| \leq \frac{\omega \times 10^{-k+1}}{\bar{y}}, \quad y = 0, d_1 \dots d_k d_{k+1} \dots \times 10^n$
 $\bar{y} \rightarrow 0, d_1 \dots d_k \times 10^n$
 $\bar{y} \rightarrow 0, d_1 \dots d_k \times 10^{n+1} = 0, d_1 \dots d_k \times 10^n$

$\textcircled{I} \left| \frac{y - \bar{y}}{\bar{y}} \right| = \left| \frac{0, d_1 \dots d_k d_{k+1} \times 10^n - 0, d_1 \dots d_k \times 10^n}{0, d_1 \dots d_k d_{k+1} \times 10^n} \right| = \left| \frac{0, 0 \dots 0 d_{k+1} \times 10^n}{0, d_1 \dots d_k d_{k+1} \times 10^n} \right|$
 $= \left| \frac{0, d_{k+1} \dots \times 10^{n-k}}{0, d_1 d_2 \dots \times 10^n} \right| = \frac{0, \overbrace{d_{k+1} d_{k+2} \dots}^{\omega}}{0, d_1 d_2 \dots} \times 10^{-k} \leq \frac{0, \omega}{0, 1} \times 10^{-k} = \frac{\omega \times 10^{-k}}{0, 1 \times 10^{-k+1}}$
 $\omega > \dots \geq 1 \dots \geq 0, 1$

$\textcircled{II} \left| \frac{0, d_1 \dots d_k d_{k+1} \dots \times 10^n - 0, d_1 \dots d_k \times 10^{n+1}}{0, d_1 \dots d_k d_{k+1} \dots \times 10^n} \right|$
 $= \left| \frac{0, d_1 \dots d_k d_{k+1} \dots \times 10^n - (0, d_1 \dots d_k + 10^{-k}) \times 10^n}{0, d_1 d_2 \dots \times 10^n} \right|$
 $= \left| \frac{\overbrace{0, 0 \dots 0 d_{k+1} \dots}^{k-1 \textcircled{1}} - \overbrace{0, 0 \dots 0 d_k}^{k-1 \textcircled{2}}}{0, d_1 d_2 \dots} \right|$
 $\xrightarrow{\textcircled{1} < \textcircled{2}} \leq \frac{0, \overbrace{0 \dots 0 \omega}^{k-1}}{0, 1} = \frac{0, \omega \times 10^{-k}}{0, 1}$
 \textcircled{I}
 $= \omega \times 10^{-k} = 0, \omega \times 10^{-k+1}$

$$x^3 - 4x^2 + 2x - 2,2 = f(x)$$

الف) ۳ ریشه، ۱ قطع کردن، ۲ ریشه، ۱ قطع کردن، ۱ ریشه، ۱ قطع کردن
 $x = 2,41$ خطای بی

$$x^3 - (2,41 \times 2,41) \times 2,41 = 13,997521$$

$$-4x^2 = (-4 \times 2,41) \times 2,41 = -23,8324$$

$$+2x = 2 \times 2,41 = 4,82$$

$$-2,2 \rightarrow -2,2$$

$$13,997521 - 23,8324 = -9,834879 \rightarrow \text{قطع} -9,834$$

خط

$$-9,834 + 4,82 = -5,014$$

$$-5,014 - 2,2 = -7,214$$

$$\rightarrow -7,214 \times 10^{-2} = 7,214 \times 10^{-2}$$

$$-2,2 + 4,82 = 2,62$$

$$2,62 - 23,8324 = -21,2124 \rightarrow -21,212$$

خطای بارش الی تفاوت ندارد

$$-21,212 + 13,997521 = -7,214479 \rightarrow \text{قطع} -7,214$$

$$x^3 - 4x^2 + 2x + 1 = (x-1)(x^2 - 3x - 1) - 2,2 = -7,214$$

تعداد ضرب ها و عملیات را می بینیم، دهات کمتر می گیریم