1. მოცემულია მატრიცა:

$$A = \begin{bmatrix} 0.5 & 2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & -0.5 & 1 \end{bmatrix}$$

შექმენით მატლაბის სკრიპტი, რომელიც დააბრუნებს (დაპრინტავს):

ა. A მატრიცის მეორე სტრიქონს;

ბ. A მატრიცის მესამე სვეტის მეორე და მესამე წევრებისგან შემდგარ ვექტორს;

გ. მატრიცის წევრების ჯამს;

დ. მატრიცას, რომელიც შედგება A მატრიცის მხოლოდ დადებითი წევრებისგან.

უნდა დააბრუნოს შემდეგი მატრიცა:

$$\begin{bmatrix} 0.5 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ე. იპოვის და დააბრუნებს x ვექტორს, რომელიც მოცემულია განტოლებით

$$A\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

2. აფრენისას რაკეტის სიჩქარის მნიშვნელობის გამოთვლა შემდეგი ფორმულით არის შესაძლებელი:

$$v = u \ln\left(\frac{m_0}{m_0 - qt}\right) - gt,$$

სადაც v სიჩქარის მნიშვნელობაა, u რაკეტიდან გამოტყორცნილი საწვავის სიჩქარეა რაკეტის მიმართ, m_0 რაკეტის საწყისი მასაა $t = 0$ დროს, q საწვავის მოხმარების ტემპი, g კი გრავიტაციული აჩქარება ($g = 9.81\ მ/წმ^2$).

თუ $u = 2000\ მ/წმ$, $m_0 = 200000\ კგ$, და $q = 2800\ კგ/წმ$, დაწერეთ სკრიპტი, რომელიც შუაკვეთის მეთოდის გამოყენებით გამოითვლის აფრენისას რა დროს იქნება რაკეტის სიჩქარე $v = 800\ მ/წმ$. თქვენი გამოთვლილი შედეგი ნამდვილი მნიშვნელობიდან 0.1%-ში უნდა იყოს.

3. მოცემულია ფუნქცია $f(x) = \tanh(x-3)$ და მისი წარმოებული $f'(x) = 1 - \tanh^2(x-3)$. შექმენით სკრიპტი, რომელიც იპოვის ამ ფუნქციის ფესვებს ნიუტონ-რაფსონის და შუაკვეთის მეთოდების გამოყენებით.

   ა. ნიუტონის მეთოდის გამოყენებისას მიუთითედ საწყისი წერტილი $x_r = 100$. **აღწერეთ** მიღებული შედეგი ნიუტონის მეთოდის გამოყენებისას. **განიხილეთ** დაბრუნებული ფესვი, ფუნქციის მნიშვნელობა, მიახლოებული ცდომილება და იტერაციების რაოდენობა. რატომ ვიღებთ ასეთ შედეგს?

   ბ. შუაკვეთის მეთოდის გამოყენებისას მიუთითეთ საწყისი ზედა და ქვედა ზღვრები: $x_l = -100; x_u = +200$. **აღწერეთ** მიღებული შედეგი,

განიხილეთ დაბრუნებული ფესვი, ფუნქციის მნიშვნელობა, მიახლოებული ცდომილება და იტერაციების რაოდენობა. შეადარეთ მიღებული შედეგი ნიუტონ-რაფსონის მეთოდის შედეგს. რომელი მეთოდის გამოყენებაა მართებული ამ შემთხვევაში? რატომ?

4. შემდეგი ფუნქცია განსაზღვრავს მრუდს, რომელსაც არაერთი ექსტრემუმი გააჩნია შუალედში $1 \le x \le 30$,

$$f(x) = \sin(4x) + \sin\left(\frac{2}{3}x\right).$$

შექმენით MATLAB სკრიპტი, რომელიც

ა. ააგებს ფუნქციის გრაფიკს მოცემულ შუალედზე.

ბ. იპოვის და დაპრინტავს ფუნქციის ყველა ექსტრემუმს მოცემულ შუალედზე. ექსტრემუმის x-კოორდინატის გარდა, ასევე უნდა დაპრინტოს ექსტრემუმის ტიპის შესაბამისი რიცხვითი მნიშვნელობა (მაქსიმუმია (1) თუ მინიმუმია (-1)) და ექსტრემუმზე ფუნქციის მნიშვნელობა.

5. შექმენით ფესვის პოვნის ფუნქცია, რომელიც დანერგავს ფესვის პოვნის შებრუნებული კვადრატულ ინტერპოლაციის ან წრფივი ინტერპოლაციის (სეკანტის მეთოდს) მეთოდს:

[root, fx, ea, iter] = rootInterp(func, x1, x2, es, maxIter, method)

მეთოდი არგუმენტად იღებს ფუნქციას (func), საწყისი წერტილების წყვილს (x1 და x2), მინიმუმ ცდომილებას (es), მაქსიმალური იტერაციების რაოდენობას (maxIter) და ფესვის პოვნისას გამოყენებული მეთოდის შესაბამის რიცხვით მნიშვნელობას (method).

თუ method=1, ფესვის პოვნისთვის თქვენი ფუნქცია უნდა იყენებდეს სეკანტის მეთოდს;

თუ method=2, ფესვის პოვნისთვის მითითებისას თქვენი ფუნქცია უნდა იყენებდეს შებრუნებული კვადრატული ინტერპოლაციის მეთოდს;

ფუნქცია აბრუნებს ფესის მნიშვნელობას (root), ფუნქციის მნიშვნელობას ნაპოვნ ფესვზე (fx), მიახლოებულ ცდომილებას (ea) და ფესვის პოვნისას გამოყენებული იტერაციების რაოდენობას (iter).

კვადრატული ინტერპოლაციის შემთხვევაში შემომავალი ორი წერტილის გამოყენებით გამოთვალეთ მესამე წერტილი (შეგიძლიათ გამოიყენოთ x1 და x2 წერტილების საშუალო).

შებრუნებული კვადრატული ინტერპოლაციისას, x_{i+1} საპოვნელად გამოიყენეთ შემდეგი გამოსახულება:

$$x_{i+1} = \frac{y_{i-1}y_i}{(y_{i-2} - y_{i-1})(y_{i-2} - y_i)}x_{i-2} + \frac{y_{i-2}y_i}{(y_{i-1} - y_{i-2})(y_{i-1} - y_i)}x_{i-1}$$

$$+\frac{y_{i-2}y_{i-1}}{(y_i-y_{i-2})(y_i-y_{i-1})}x_i$$