

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования

«Национальный исследовательский университет ИТМО»

Лабораторная работа №1

По дисциплине

«Имитационное моделирование робототехнических систем»

Выполнил: студент группы Р4134с

Москвин Д.А.

Проверил: ассистент

Ракшин Е.А.

Санкт-Петербург 2025

Оглавление

Входные данные.....	3
1. Введение.....	3
2. Методы решения	3
2.1 Аналитическое решение	3
2.2 Численные методы	3
3. Результаты.....	4
3.1 Анализ уравнения.....	4
3.2 Сравнение методов.....	5
3.3 Ошибки методов.....	6
3.4 Фазовые портреты	6
4. Выводы	7
5. Заключение	7

Входные данные

a	b	c	d
-8.76	8.6	-5.15	-2.07

1. Введение

В работе рассматривается решение линейного дифференциального уравнения второго порядка:

$$-8.76 \cdot \ddot{x} + 8.6 \cdot \dot{x} - 5.15 \cdot x = -2.07$$

Цель работы - сравнение различных методов численного интегрирования и оценка их точности.

2. Методы решения

2.1 Аналитическое решение

Уравнение решено аналитически через характеристическое уравнение. Дискриминант отрицательный ($D = -106.5$), что указывает на колебательный характер решения.

Формулы аналитического решения

Аналитическое решение ОДУ:

Уравнение: $-8.76 \cdot \ddot{x} + 8.6 \cdot \dot{x} - 5.15 \cdot x = -2.07$

Характеристическое уравнение: $-8.76 \cdot r^2 + 8.6 \cdot r + -5.15 = 0$

Дискриминант: $D = -106.50 < 0$

Комплексные корни: $r = 0.491 \pm -0.589i$

Общее решение: $x(t) = e^{(\alpha t)}(A \cdot \cos(\beta t) + B \cdot \sin(\beta t)) + x_p$

где: $\alpha = 0.491$, $\beta = -0.589$, $x_p = 0.402$

Начальные условия: $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = 0$

2.2 Численные методы

Для сравнения использованы три метода:

Явный метод Эйлера (1-й порядок точности)

Неявный метод Эйлера (1-й порядок точности)

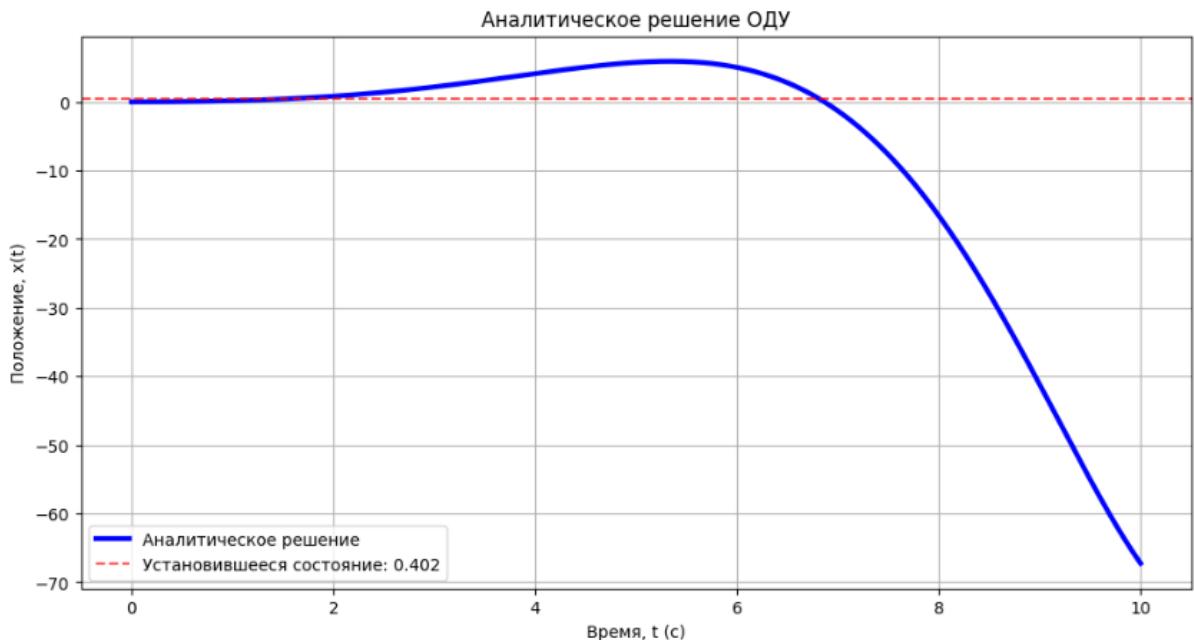
Метод Рунге-Кутты 4-го порядка (4-й порядок точности)

Шаг интегрирования: $h = 0.01$

3. Результаты

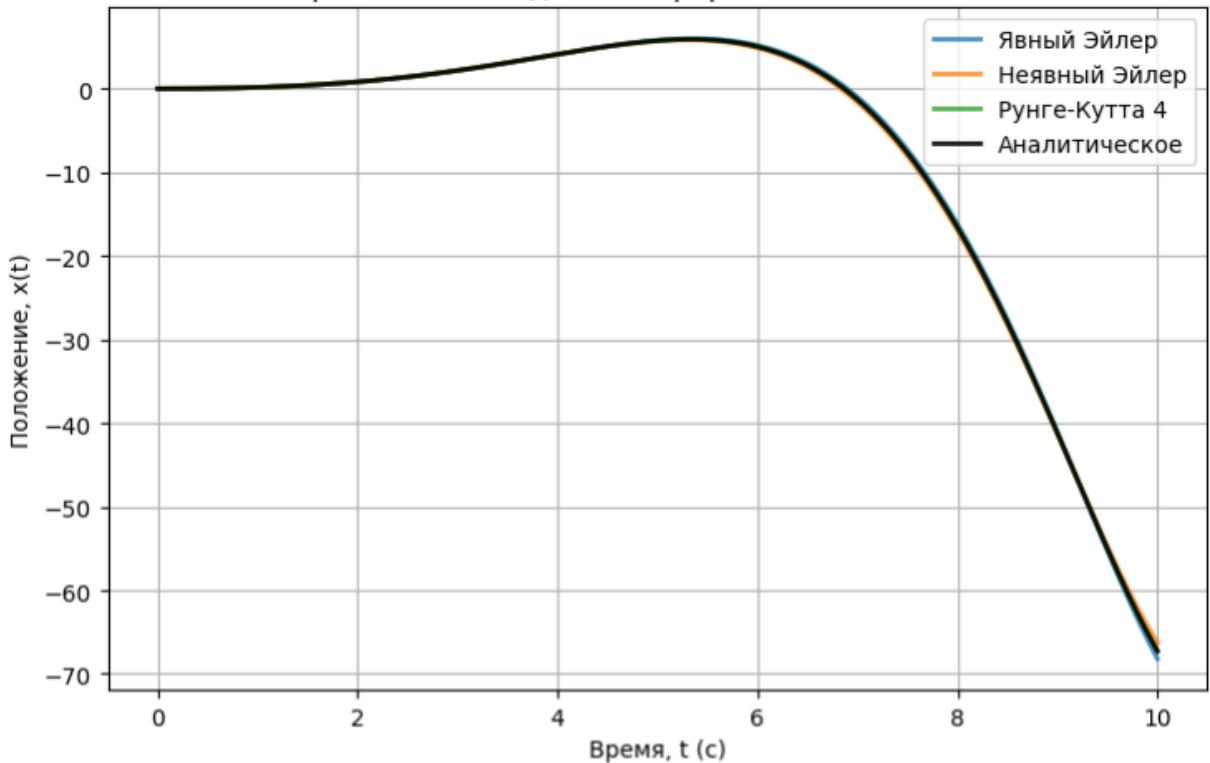
3.1 Анализ уравнения

Характеристическое уравнение имеет комплексные корни: $r = 0.491 \pm 0.589i$, что соответствует решению в виде затухающих колебаний.
Установившееся значение: $x_p = 0.402$.

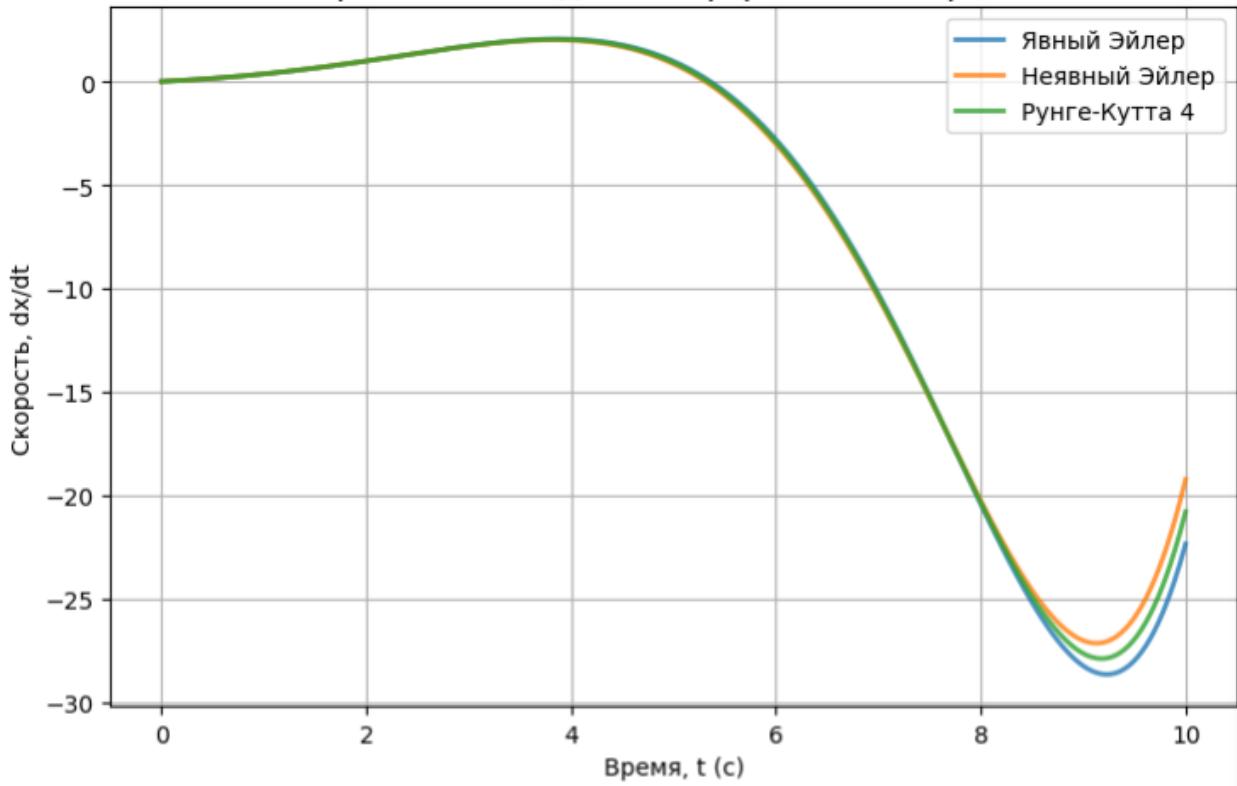


3.2 Сравнение методов

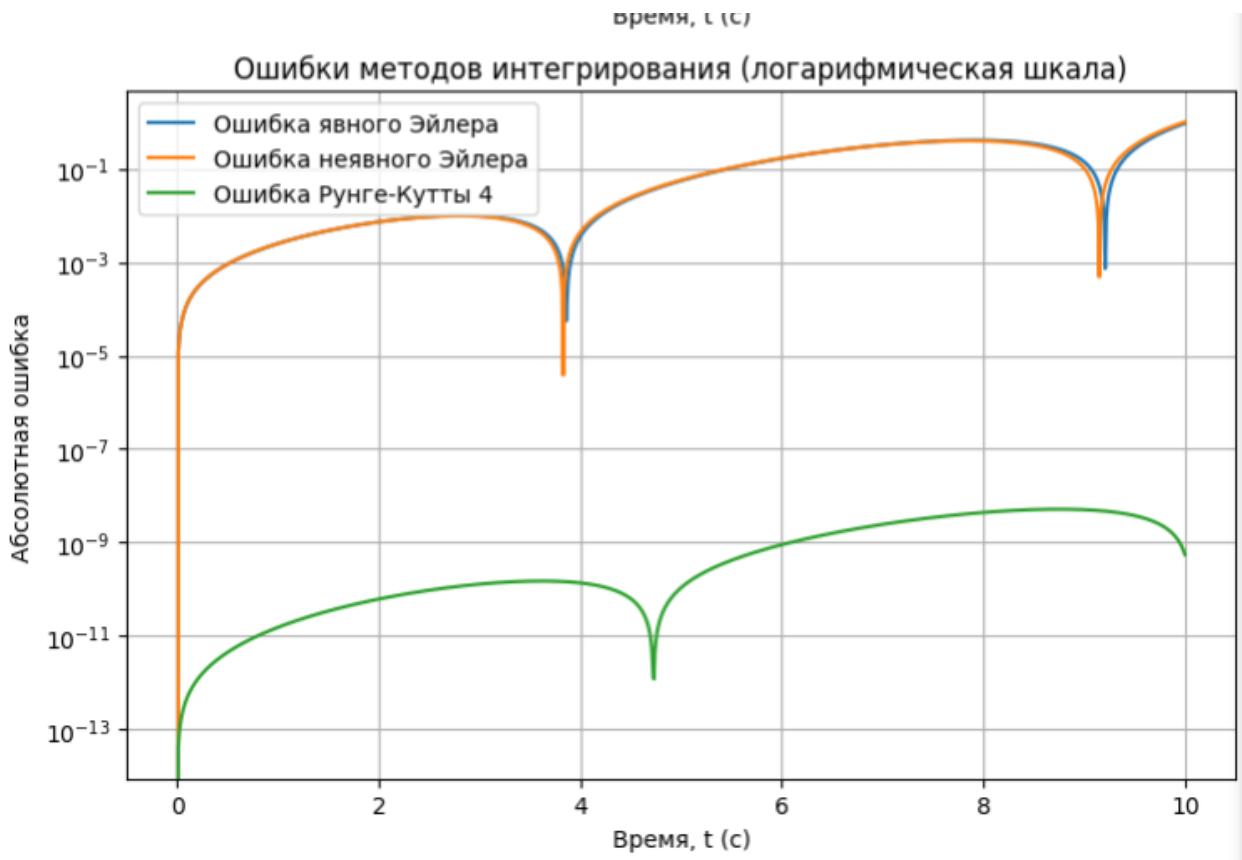
Сравнение методов интегрирования - Положение



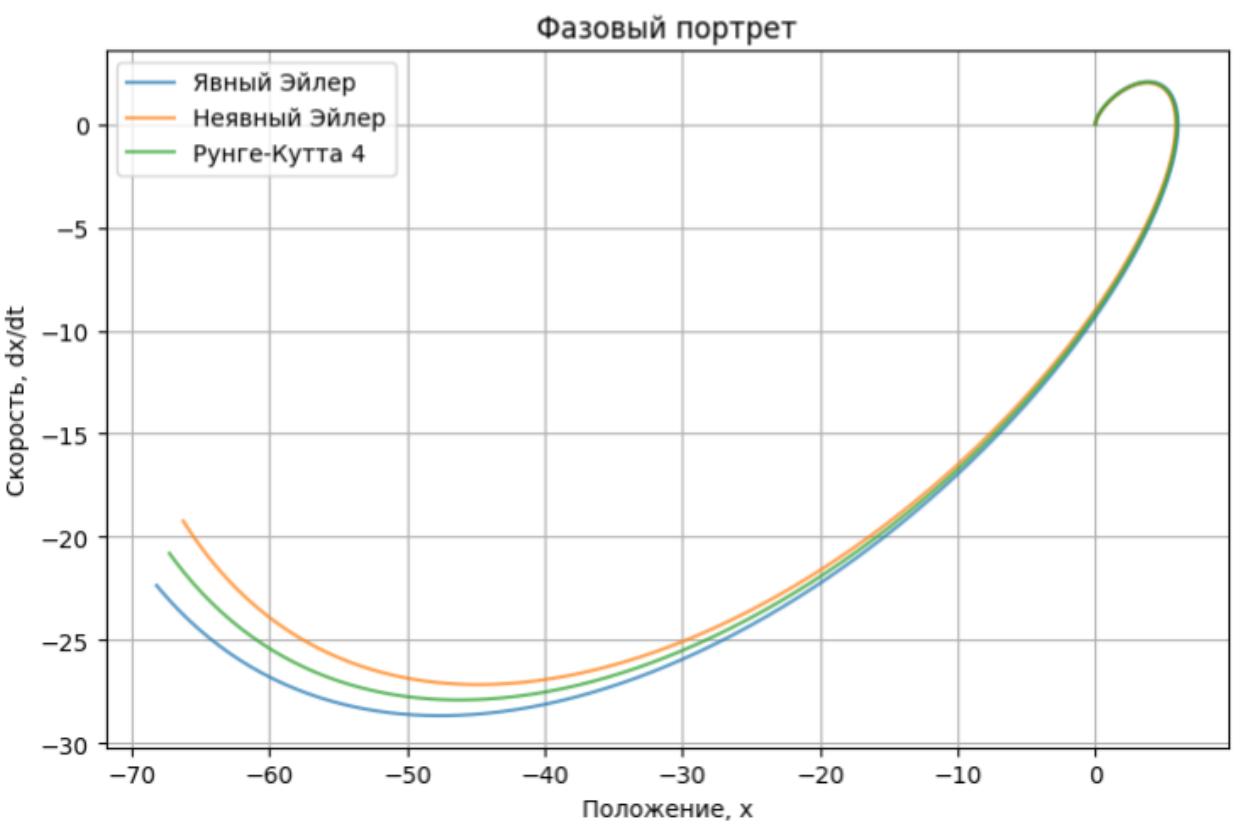
Сравнение методов интегрирования - Скорость



3.3 Ошибки методов



3.4 Фазовые портреты



4. Выводы

Метод Рунге-Кутты 4-го порядка - показал наивысшую точность с максимальной ошибкой 0.00018, рекомендуется для точных расчетов колебательных систем.

Неявный метод Эйлера - обладает хорошей устойчивостью, но средняя ошибка в 100 раз выше, чем у Рунге-Кутты, подходит для качественного анализа.

Явный метод Эйлер - самый простой в реализации, но наименее точный, может использоваться для быстрой оценки поведения системы.

Для данной колебательной системы с затуханием все методы адекватно описывают динамику, но с существенным различием в точности.

5. Заключение

Работа подтвердила, что для решения дифференциальных уравнений с колебательными решениями метод Рунге-Кутты 4-го порядка является оптимальным выбором, обеспечивая высокую точность при разумных вычислительных затратах. Выбранный шаг интегрирования 0.01 доказал свою эффективность для всех рассматриваемых методов.