① الف) باید همه‌ی حالات را در نظر بگیریم یعنی $\binom{8}{2}$ تا خانه را هر بار

با نقیض بقیه خانه‌ها and کنیم این به این معنی است که آن دو خانه دارای

بمب و بقیه بدون بمب هستند

$(x_{0,0} \wedge x_{0,1} \wedge \sim x_{0,2} \wedge \sim x_{1,0} \wedge \sim x_{1,2} \wedge \sim x_{2,0} \wedge \sim x_{2,1} \wedge \sim x_{2,2}) \vee (x_{0,0} \wedge x_{0,2} \wedge \sim x_{0,1} \wedge \sim x_{1,0} \wedge \sim x_{1,2} \wedge \sim x_{2,0} \wedge \sim x_{2,1} \wedge \sim x_{2,2}) \vee \dots$

و به همین ترتیب تمام ۲۸ حالت را با یک دیگر or می‌کنیم.

این گزاره زمانی درست است که تنها یکی از گزاره‌های ترکیبی and ، True

شده باشند و بقیه چون قطعا یکی از زوج x ها در آن False می‌شود کل جمله

False می‌شود. پس دقیقا دو تا خانه‌ی ما True و بقیه False هستند.

ب)

برای هر k در نظر می‌گیریم که اگر بخواهد دقیقا k تا از n تا بمب باشد پس

از حداقل k تا از n تا بمب ، و حداکثر k تا از n تا بمب باشد ، این خاصیت

برقرار است. حالا برای اینکه حداکثر k تا بمب داشته باشیم می‌دانیم اگر هر k+1 ای

خانه از n خانه را انتخاب کنیم و بین نقیض آنها or بگیریم یعنی از بین این خانه‌ها

یکی حتما باید بمب نداشته باشد و k تای بعدی حتما بمب دارد.

پس برای این حالت داریم : $(\sim x_{x,y} \vee \sim x_{a,b} \vee \dots) \wedge (\sim x_{i,j} \vee \sim x_{p,q} \vee \dots)$

که یک CNF است.

برای اینکه از بین n خانه حداقل k تا داشته باشیم پس باید بین $n-k+1$

انتخاب کنیم و or بگیریم و بین همه‌ی آنها and بگیریم در این صورت

یعنی هر $n-k+1$ حتما یکی از خانه‌ها دارای مین است.

پس برای این حالت داریم $(x_{x,y} \vee x_{a,b} \vee \dots) \wedge (x_{i,j} \vee \dots)$

که یک CNF است و بین قسمت CNF حداکثر و حداقل and گرفته.

۲

مقدمات:

* $p \vee q$
* $q \Rightarrow B$
* $p \Rightarrow G$
* $\sim G$

هدف → $B = True$

① مرحله: $G = False$

② مرحله: طبق $p \Rightarrow G = True$ پس $p = False$

③ مرحله: طبق $p \vee q = True$ & $p = False$
پس $q = True$

④ مرحله: طبق $q \Rightarrow B$ & $q = true$ پس
$B = True$

(۳)

P (سکه سوم را برداشتیم | دو بار اول شیر بار سوم خط) =

(p = سکه سوم را برداشتیم ، q = دو بار اول شیر بار سوم خط)

$$P(p \mid q) = \frac{P(p \wedge q)}{P(q)} =$$

$$P(p \wedge q) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4}$$

$$P(q) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow P(p \mid q) = \frac{9}{25}$$

۴

$y \backslash x$	۱	۲	۳
۱	$\frac{۱}{۴}$	$\frac{۱}{۶}$	$\frac{۱}{۱۲}$
۲	$\frac{۱}{۱۶}$	$\frac{۱}{۲۴}$	$\frac{۱}{۴۸}$
۳	$\frac{۳}{۱۶}$	$\frac{۱}{۸}$	$\frac{۳}{۴۸}$

① $P(x=۱) \times P(y=۱) = \frac{۱}{۴}$

② $P(x=۱) \times P(y=۲) = \frac{۱}{۱۶}$

③ $P(x=۲) \times P(y=۱) = \frac{۱}{۶}$

④ $P(x=۲) \times P(y=۲) = \frac{۱}{۲۴}$

$P(x=۳) = \frac{۱}{۶} \Rightarrow P(x=۲) + P(x=۱) = \frac{۵}{۶}$

$P(x=۲, y=۱) + P(x=۱, y=۱) = (P(x=۱) + P(x=۲))P(y=۱) =$

$\frac{۵}{۶} \times P(y=۱) = \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۶} \longrightarrow P(y=۱) = \frac{۵}{۱۲} \times \frac{۶}{۵} = \frac{۱}{۲}$

$P(y=۱, x=۳) = \frac{۱}{۲} - (\frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۶}) = \frac{۱}{۱۲}$

$P(x=۲, y=۲) + P(x=۱, y=۲) = (P(x=۱) + P(x=۲))P(y=۲) =$

$\frac{۵}{۶}(P(y=۲)) = \frac{۱}{۱۶} + \frac{۱}{۲۴} \Rightarrow P(y=۲) = \frac{۶}{۵} \times \frac{۵}{۴۸} = \frac{۱}{۸}$

$P(y=۲, x=۳) = \frac{۱}{۸} - (\frac{۱}{۱۶} + \frac{۱}{۲۴}) = \frac{۱}{۴۸}$

$P(y=۳, x=۳) = \frac{۱}{۶} - (\frac{۱}{۴۸} + \frac{۱}{۱۲}) = \frac{۳}{۴۸}$

④ $\Rightarrow P(x=۲) = \frac{۱}{۲۴} \times ۸ = \frac{۱}{۳}$

$$P(x=۲, y=۳) = \frac{۱}{۳} - \frac{۵}{۲۴} = \frac{۱}{۸}$$

$$P(y=۳, x=۱) = ۱ - \left(\frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۶} + \frac{۱}{۱۶} + \frac{۱}{۲۴} + \frac{۱}{۶} + \frac{۱}{۲۴} + \frac{۱}{۸} + \frac{۱}{۱۲} + \frac{۱}{۴۸} + \frac{۳}{۴۸}\right) = \frac{۳}{۱۶}$$