# 填空题（每空三分，30 分）

1. 简单二分搜索，考察搜索次数
   ——一维搜索技术

2. 共轭梯度下降方向及其公式
   ——共轭梯度与最速下降法

3. 三次最佳逼近
   ——最佳一致逼近与最佳平方逼近

4. 辛普森公式求积分
   ——梯形公式与辛普森公式

5. 考察式子的误差传播的影响大小比较及其原因
   ——误差传播及其原因

6. 拉格朗日插值公式转化（如下图）
   ——拉格朗日插值/牛顿插值/ppt

当插值点增加到$n$+1个时，我们可以利用Lagrange插值方法写出$n$次插值多项式$p_n(x)$，如下所示：

$$
\begin{aligned}
p_n(x) &= y_0 l_0(x) + y_1 l_1(x) + \cdots + y_n l_n(x) \\
&= \sum_{k=0}^{n} y_k l_k(x) \\
&= \sum_{k=0}^{n} \Big( \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq k}}^{n} \frac{x - x_j}{x_k - x_j} \Big) y_k
\end{aligned}
$$

7. SOR 迭代收敛（看 w 的范围）判定条件及高斯塞德尔迭代
   ——牛顿迭代/SOR 迭代
   第一问要求矩阵正定，求未知参数的范围
   第二问求关于未知参数（大于 0）的牛顿迭代式

### 5. SOR方法的收敛性

当$\omega=1$时，SOR方法就是Seidel迭代格式。当 $0<\omega<1$时，称为低松弛方法，当$\omega>1$时，称为超松弛方法。适当选取松弛因子$\omega$的值，可以得到比G-S方法更快的收敛格式。

关于方法的收敛性有以下结论：

（1） SOR方法收敛的必要条件是$0<\omega<2$。

（2）若系数矩阵$A$ 对称正定，且 $0<\omega<2$，则SOR方法收敛。

（3）若系数矩阵$A$ 严格对角占优，且$0<\omega\le 1$，则SOR方法收敛。

# 计算题（40 分）

1. LU 矩阵分解（四阶矩阵）－（10 分）
2. 最小二乘，曲线拟合一次函数－（15 分）
3. 非线性方程迭代，根据给定式子分别列出三个迭代方程，判断其在某一个点处的收敛性，并选取其中一个进行计算，迭代至少三次，保留小数点后三位－（15 分，这道题要用到计算器）

# 算法应用题（两道，30 分）

1. 考察单纯形法，题目有细节，方程需自己列出（三个变量），列出后有现成单位阵－（15 分）

   一般还需掌握大 M 法与两阶段法

**1. 数学模型标准化**

假设目标是最小化成本：$\min Z = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3$
约束为：

1. $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 \le b_1$ （引入松弛变量 $s_1$）
2. $a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 \le b_2$ （引入松弛变量 $s_2$）
3. $a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 \le b_3$ （引入松弛变量 $s_3$）

**2. 初始单纯形表（计算格式）**

| 基变量 | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $s_1$ | $s_2$ | $s_3$ | 解 ($b$) | 检验比 $\theta$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $s_1$ | $a_{11}$ | $a_{12}$ | $a_{13}$ | 1 | 0 | 0 | $b_1$ | $b_1/a_{1j}$ |
| $s_2$ | $a_{21}$ | $a_{22}$ | $a_{23}$ | 0 | 1 | 0 | $b_2$ | $b_2/a_{2j}$ |
| $s_3$ | $a_{31}$ | $a_{32}$ | $a_{33}$ | 0 | 0 | 1 | $b_3$ | $b_3/a_{3j}$ |
| **检验层 ($\sigma$)** | $-c_1$ | $-c_2$ | $-c_3$ | 0 | 0 | 0 | 0 | -- |

2. 遗传算法求解最优化问题（最小成本问题，难度较大）—（15 分）
题目给定两辆车，与五件商品，需要将五件商品（重量各不相同）分别在对应时间窗口送到对应客户手中，客户地理位置用坐标表示，两辆车都从早上八点半出发，行驶时间与载货重量都有限制，若未按时间准时送达则扣费，提前于时间窗口则等待；行驶最长时间不超过 4 个小时，两辆车 A,B 载货重量分别不超过 8kg 和 4kg；最小成本由油费（1 元/km）与时间窗口扣费（每迟到一分钟则扣费 1 元）组成。

具体细节记不清了，给出以下模板……

## 表1：基础数据录入表（输入已知条件）

| 商品编号 | 坐标 $(x, y)$ | 重量 (kg) | 时间窗口 $(T_{start} - T_{end})$ |
|---|---|---|---|
| **商品 1** | ( , ) | | |
| **商品 2** | ( , ) | | |
| **商品 3** | ( , ) | | |
| **商品 4** | ( , ) | | |
| **商品 5** | ( , ) | | |
| **出发点** | ( , ) | 0 | 08:30 出发 |

## 表2：车辆约束与参数表

| 参数项 | 车辆 A | 车辆 B |
|---|---|---|
| **最大载重** | 8 kg | 4 kg |
| **最大行驶时间** | 240 分钟 | 240 分钟 |
| **行驶速度** | (请填写) km/h | (请填写) km/h |
| **油费单价** | 1 元/km | 1 元/km |
| **延时扣费** | 1 元/分钟 | 1 元/分钟 |

**表3：配送方案成本核算表（用于对比不同路径）**

你可以根据不同的配送顺序（如：方案一：A车送1-2-3，B车送4-5）来填写此表，寻找**总成本**最低的方案。

| 车辆 | 配送路径顺序 | 总重量 (kg) | 总里程 (km) | 延迟分钟数 | 油费成本 (元) | 延迟扣费 (元) | 车辆总成本 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **车辆 A** | 起点→( )→( )→起点 | | | | | | |
| **车辆 B** | 起点→( )→( )→起点 | | | | | | |
| **合计** | **全队总成本** | -- | -- | -- | -- | -- | **¥ (求和)** |

## 第 1 步：染色体编码（Encoding）

采用**自然数排列编码**。将 5 件商品编号为 *1,2,3,4,5*
再加上一个车辆分隔符 0，**编码示例**： [1,3,0,2,4,5]

## 第 2 步：适应度函数构造（Fitness Function）

适应度函数旨在最小化总成本，通常取总成本的倒数。

1. **计算路径长度**： $D = \sum_{i=0}^{n} d_{i,i+1}$
   $d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$
2. **计算时间扣费**：
   设到达客户 $i$的时间为 $T_i$
   若 $T_i > T_{end,i}$
   则扣费$P_i = (T_i - T_{end,i}) \times 1$
3. **总成本函数**：

$$Cost = D \times 1 + \sum P_i + Penalty$$

*注：* 若路径超过 240 分钟限制，需在 $Penalty$项加入巨大的惩罚值（罚金）。

4. **适应度**：

$$f = \frac{1}{Cost}$$

## 第 3 步：遗传算子设计（Genetic Operators）

**经历轮盘赌算法，顺序交叉，交换变异**

## 第 4 步：约束校验与迭代（Iteration）

1. **载重检查：** 每次产生新后代，立即校验各车负载。
   - 车辆 A 载重：

     $$\sum w_i \leq 8$$

     车辆 B 载重：

     $$\sum w_j \leq 4$$

2. **时间检查：** 从 08:30 开始累加行驶时间与等待时间，校验总时长是否$\leq 240$分钟。
3. **终止条件：** 设置最大迭代次数（如 100–500 次）或种群最优解在连续多代不再变化