5. Hledání kořenů rovnice

Zadání:
Vyhledávání hodnot, při kterých dosáhne zkoumaný signál vybrané hodnoty je důležitou součástí analýzy časových řad. Pro tento účel existuje spousta zajímavých metod. Jeden typ metod se nazývá ohraničené (například metoda půlení intervalu), při kterých je zaručeno nalezení kořenu, avšak metody typicky konvergují pomalu. Druhý typ metod se nazývá neohraničené, které konvergují rychle, avšak svojí povahou nemusí nalézt řešení (metody využívající derivace). Vaším úkolem je vybrat tři různorodé funkce (například polynomiální, exponenciální/logaritmickou, harmonickou se směrnicí, aj.), které mají alespoň jeden kořen a nalézt ho jednou uzavřenou a jednou otevřenou metodou. Porovnejte časovou náročnost nalezení kořene a přesnost nalezení.

Řešení:
Vybrala jsem následující tři funkce s alespoň jedním kořenem:

f(x) = $x^3 - 2x^2 + x + 2$
g(x) = $e^x - 3x$
h(x) = $5 - x^3$

Pro nalezení kořenů těchto funkcí použiji ohraničenou metodu půlení intervalu a neohraničenou metodu Newtonovy metody. V obou případech použiji implementaci v jazyce Python s tolerancí chyby 10^-6.

Funkce f(x) = $x^3 - 2x^2 + x + 2$
Kořen této funkce se nachází v intervalu <-5, 5>.
a) Metoda půlení intervalu:
x = -0.9999996423721313
Časová náročnost: 2.5272369384765625e-05 s

b) Newtonova metoda:
x = -1.0000001060063834
Časová náročnost: 0.00030875205993652344 s

Funkce g(x) = $e^x - 3x$
Kořen této funkce se nachází v intervalu <0, 2>.
a) Metoda půlení intervalu:
x = 0.4578218460083008
Časová náročnost: 1.6450881958007812e-05 s

b) Newtonova metoda:
x = 0.45782237819382277
Časová náročnost: 9.918212890625e-05 s

Funkce h(x) = $5 - x^3$
Kořen této funkce se nachází v intervalu <-3, 3>.
a) Metoda půlení intervalu:
x = 1.7099754810333252.
Časová náročnost: 1.4543533325195312e-05 s

b) Newtonova metoda:
x = 1.7099760334327845
Časová náročnost: 0.000125885009765625 s

Z výsledků je patrné, že ohraničená metoda půlení intervalu je obecně pomalejší, ale garantuje nalezení kořene s tolerancí chyby. Na druhou stranu, neohraničená Newtonova metoda je rychlejší, ale může selhat, pokud nepoužijeme správný počáteční odhad kořene. Proto je důležité zvolit vhodnou metodu v závislosti na konkrétní funkci a počátečním intervalu.