

**Семинар 10 (14.11.2022)****Краткое содержание**

Обсудили понятия линейной зависимости и независимости набора векторов. Выяснили, что для пространства  $F^n$  вопрос о линейной зависимости/независимости конечного набора векторов сводится к составлению ОСЛУ и вопросу о наличии у неё ненулевого решения.

Дальше обсудили, почему в пространстве всех функций  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  система функций  $\sin x, \sin^2 x, \dots, \sin^n x$  линейно независима при любом  $n$ . Это можно свести к определителю Вандермонда, выбрав  $n$  точек, в которых принимаются попарно различные ненулевые значения. Затем поговорили про систему функций  $e^{a_1 x}, \dots, e^{a_n x}$  при попарно различных  $a_1, \dots, a_n$ , разобрали два разных доказательства линейной независимости (оба сводятся к определителю Вандермонда): один способ – взять значения в точках  $0, 1, \dots, n-1$ ; второй способ – последовательно дифференцировать приравненную к нулю линейную комбинацию (достаточно дифференцировать  $n-1$  раз) и каждый раз брать значения в точке 0 (для удобства).

Следующая тема – базис и размерность векторного пространства. Нашли базис и размерность подпространств из номера К35.2(а,б). Нашли базис и размерность для пространства симметричных квадратных матриц произвольного порядка.

**Домашнее задание к семинару 11. Дедлайн 21.11.2022**

Номера с пометкой П даны по задачку Проскурякова, с пометкой К – Кострикина.

1. П641, 642
2. К34.2(а)
3. П649, П650
4. П652
5. П1825 (считать областью определения функций множество  $x > 0$ )
6. П1826(а,б)
7. П1828
8. Найдите базис и размерность для подпространств из номера К35.2(в,г). Ответы обоснуйте.
9. Пусть  $\mathbb{R}[x]_{\leq n}$  – векторное пространство всех многочленов степени не выше  $n$  с действительными коэффициентами. Пусть  $U \subseteq \mathbb{R}[x]_{\leq n}$  – подмножество, состоящее из всех многочленов, имеющих корень  $c \in \mathbb{R}$ . Докажите, что  $U$  является подпространством, а также найдите его базис и размерность (тоже с доказательством!).

