Семинар 14 (12.12.2022)

Краткое содержание

Обсудили эквивалентное определение ранга матрицы как наибольшего порядка ненулевого минора, решили номер П613.

Следующий сюжет — алгоритм нахождения ОСЛУ, множеством решений которой является линейная оболочка заданного набора векторов. Алгоритм следующий:

1. берем эти заданные нам векторы $v_1, \ldots, v_m$ и укладываем их по столбцам в матрицу B. Транспонируем матрицу B, получаем B^T.
2. находим ФСР у ОСЛУ $B^T x = 0$. Обозначим полученные векторы как $a_1, \ldots, a_q$.
3. кладем полученные векторы по столбцам в матрицу A. Транспонируем ее, получаем A^T. Ответ: ОСЛУ $A^T x = 0$.

Применили этот алгоритм к векторам $(1, 1, 0, 2)$, $(3, -3, 2, 0), (2, -1, 1, 1)$.

Дальше разобрали описание всех базисов конечномерного векторного пространства в терминах одного базиса. Обсудили матрицы перехода и формулу для преобразования координат вектора при замене базиса. Если $(e_1, \ldots, e_n)$ и $(e'_1, \ldots, e'_n)$ — два базиса одного векторного пространства, то матрица перехода C между ними определяется из соотношения

$$(e'_1, \ldots, e'_n) = (e_1, \ldots, e_n)C, \tag{1}$$

то есть в j-м столбце матрицы C стоят координаты вектора e'_j в базисе $(e_1, \ldots, e_n)$. Если один и тот же вектор v имеет координаты $(x_1, \ldots, x_n)$ в базисе $(e_1, \ldots, e_n)$ и координаты $(x'_1, \ldots, x'_n)$ в базисе $(e'_1, \ldots, e'_n)$, то эти наборы координат связаны друг с другом соотношением

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} x'_1 \\ \vdots \\ x'_n \end{pmatrix}. \tag{2}$$

(Обратите внимание, что в формулах (1) и (2) штрихи стоят с разных сторон от знака равенства!) Таким образом, чтобы пересчитать координаты вектора из одного базиса в другой, нужно решить СЛУ.

♡

Домашнее задание к семинару 15. Дедлайн 9.01.2023

Номера с пометкой П даны по задачнику Проскурякова, с пометкой К – Кострикина.

1. К35.16
2. К34.10
3. К34.11
4. К34.12
5. К34.13

♡