Семинар 3 (23.09.2022)

Краткое содержание Повторили определение системы линейных уравнений (СЛУ) и разобрали число решений СЛУ в самом простом случае. Так,
$0 \cdot x = 1 \implies$ нет решений.
$1 \cdot x = 1 \implies$ 1 решение.
$0 \cdot x = 0 \implies \infty$ решений.
Решили СЛУ $\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & -1 & 2 & 1 \end{array}\right)$. Привели ее к ул. ступ. виду $\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 0 & 7/3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 1/3 & 1 \end{array}\right)$. Столбцы со ступеньками соответствуют главным переменным. Если переписывать это на лад уравнения, получаем

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + \frac{7}{3}x_4 = 4, \\ x_3 + \frac{1}{3}x_4 = 1 \end{cases} \iff \begin{cases} x_1 = 4 - x_2 - \frac{7}{3}x_4, \\ x_3 = 1 - \frac{1}{3}x_4 \end{cases}$$

Можно заметить, что в каждом уравнении главная переменная только одна – x_1 в первом, x_3 во втором. И каждая главная переменная выражается через свободные переменные и свободные члены. Решение СЛУ можно записать в трех видах

- $x_2 = a \in \mathbb{R}, x_4 = b \in \mathbb{R}$
$$(x_1, x_2, x_3, x_4) = \left(4 - a - \frac{7}{3}b, a, 1 - \frac{1}{3}b, b\right)$$
ite

$$\left(A \mid b\right) = \left(\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & b_m \end{array}\right) \tag{1}$$

TBD
Разобрали элементарные преобразования строк матрицы и приведение матрицы к ступенчатому и улучшенному ступенчатому виду.

♡

Домашнее задание к семинару 4 (4.10.2022)
Номера с пометкой П даны по задачнику Проскурякова, с пометкой К – Кострикина.
В заданиях 1. – 6. требуется решить СЛУ методом Гаусса.

1. П76
2. П83
3. П85
4. П567
5. П578
6. П580
7. Найдите число решений СЛУ из номера П89 в зависимости от значений параметров.
8. П715
9. П718

10. Докажите, что элементарное преобразование второго типа можно выразить через преобразования первого и третьего типов.

11. По мотивам обсуждения на семинаре про целочисленные вычисления в методе Гаусса. Докажите, что всякую целочисленную матрицу можно привести к ступенчатому виду целочисленными элементарными преобразованиями строк только первого типа.

♡