

İki girişli dijital bir sistemde girişlerin farklı olduğu durumlarda çıkışın '1' olmasını sağlayacak lojik devreyi tasarlayalım ve tasarlanan devreyi temel lojik elemanları ile gerçekleştirelim.

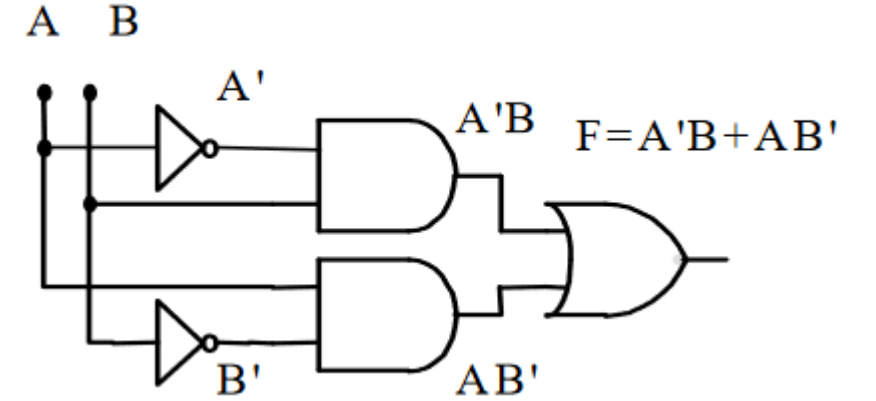
A	B	Q
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

F_1
 F_2

$$F_1 = A'B$$

$$F_2 = AB'$$

$$F = F_1 + F_2 = A'B + AB'$$

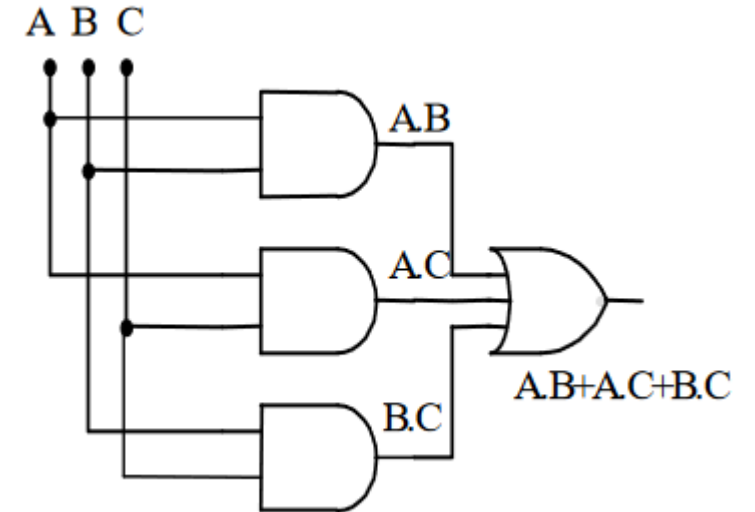


Örnek : Üç girişli bir sistemde, girişlerin birden fazlasının lojik '1' olduğu durumlarda çıkışın '1' olmasını sağlayacak lojik devreyi, lojik tasarımda kullanılan işlem sırasına göre gerçekleştirelim.

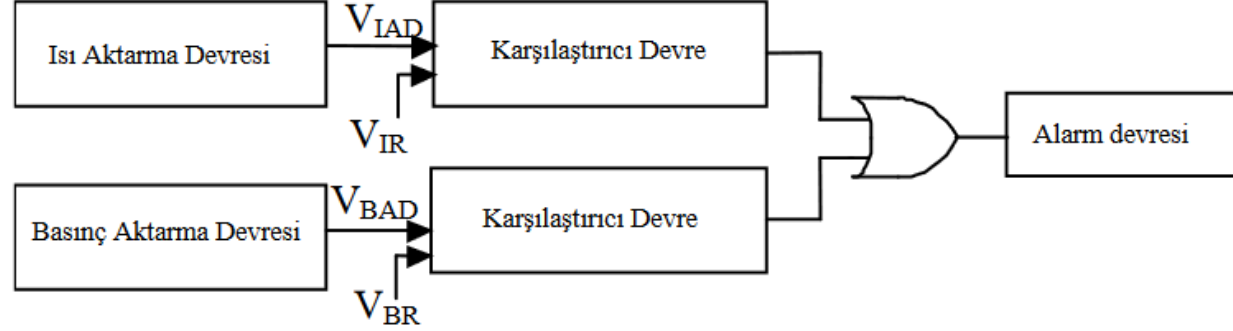
A	B	C	Q
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$$F = BC(\underbrace{A+A'}_1) + AC(\underbrace{B+B'}_1) + AB(\underbrace{C+C'}_1)$$

$$= BC + AC + AB$$



Örnek 1 : Bir kimyasal işlem ünitesinde ısıнын belirli bir seviyenin üzerine çıkması veya basıncın bir limitin altına düşmesi durumlarında bir alarm sisteminin çalışması istenmektedir.



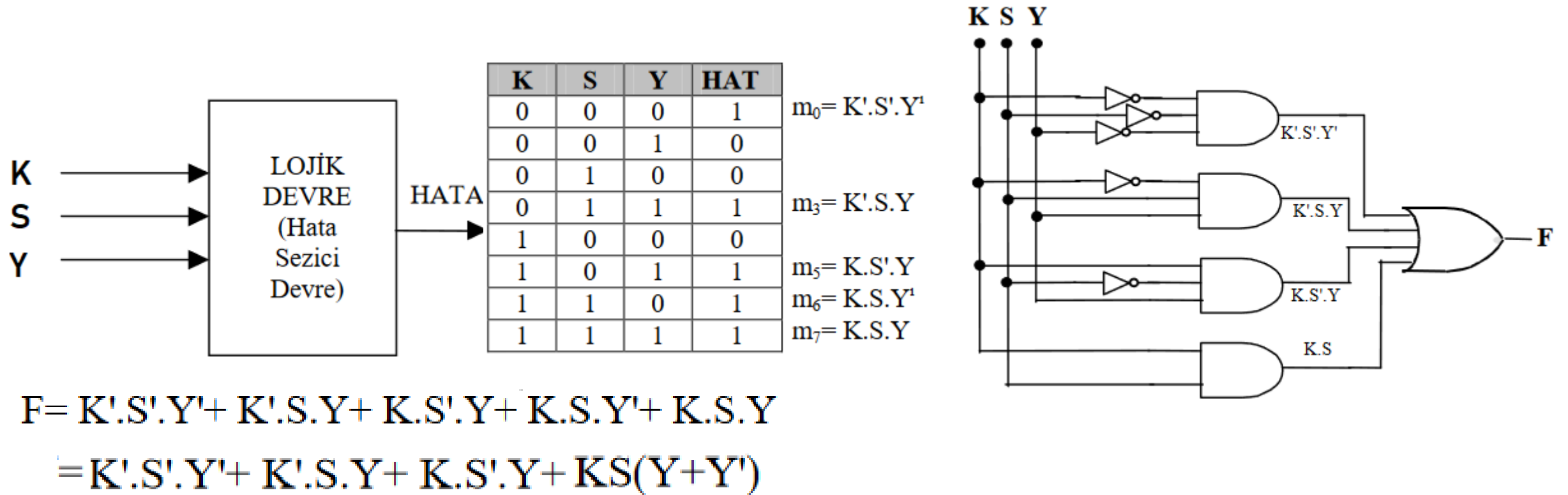
Isı aktarıcı devre, ısı ile orantılı bir gerilim üretir (V_{IAD}). Üretilen gerilim ile referans olarak kullanılan V_{IR} değeri karşılaştırıcı devrede karşılaştırılır. Normalde lojik '0' seviyesinde olan karşılaştırıcı devre çıkışı, V_{IAD} gerilim değerinin V_{IR} (ısı referans) değerinden büyük olması durumunda lojik '1' değerini alır. Benzer bir işlem basınç aktarma devresi içinde uygulanırsa, basıncın belirlenen limitin altına düşmesi durumunda karşılaştırıcı devre çıkışı 0'dan 1'e değişir.


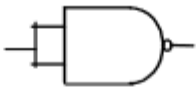


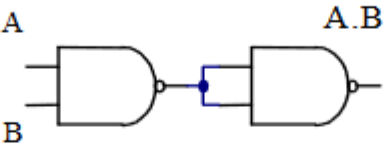
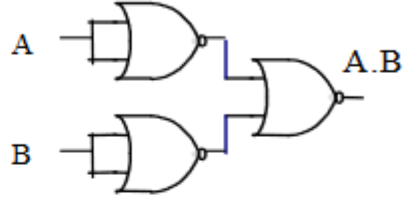
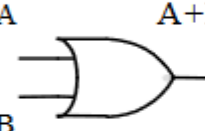
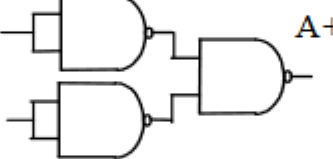
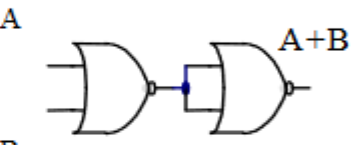
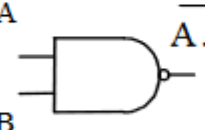
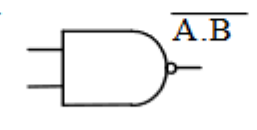
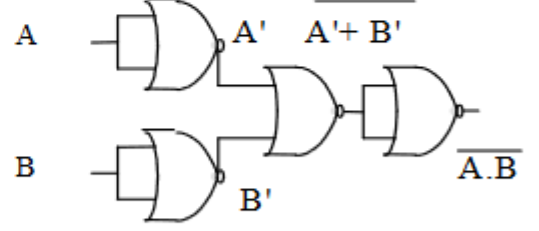
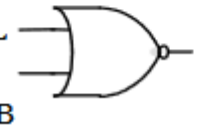
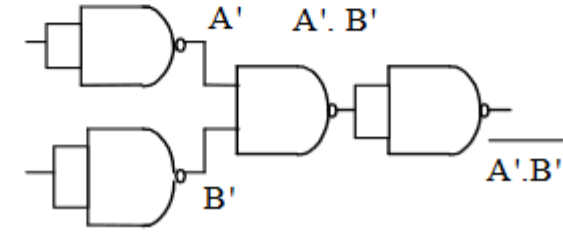
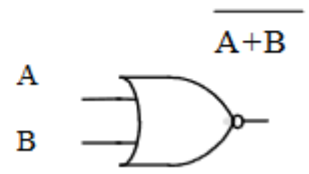
Isı veya basınç işlemlerinde kullanılan karşılaştırıcılardan birisinin çıkışının '1' olması durumunda alarm devresinin çalışmasını istiyorsak, karşılaştırıcı devrelerin çıkışlarını 'VEYA' kapısına uygulayarak istediğimiz sonucu elde edebiliriz. Alarm koşullarından birisinin gerçekleşmesi durumunda 'VEYA' kapısının çıkışı '1' olacağından, alarm devresi aktif hale gelir. Alarm koşullarının daha fazla olması durumunda, daha fazla girişli 'VEYA' kapısı kullanılmasıyla problem çözülebilir.

Girişlerin alacağı durumlara göre çıkışlarda oluşacak değerler grafiksel olarak gösterilebilir. Girişlerdeki değişimlerin belirli zaman dilimlerinde incelendiği grafiksel gösterimler, işlemlerin anlaşılmasına yardım eder.

Örnek : K (Kırmızı), Y (Yeşil), S (Sarı) bir trafik işaretindeki lambalar olsun. Bu trafik işaretinde hatalı bileşenleri sezen bir lojik devre tasarlayalım.

Oluşturulacak sistemde aynı anda yalnızca bir lambanın yanması öngörülmektedir. Lamba yanmaması durumu veya aynı anda birden fazla lambanın yanması durumu hata olarak algılanmaktadır.

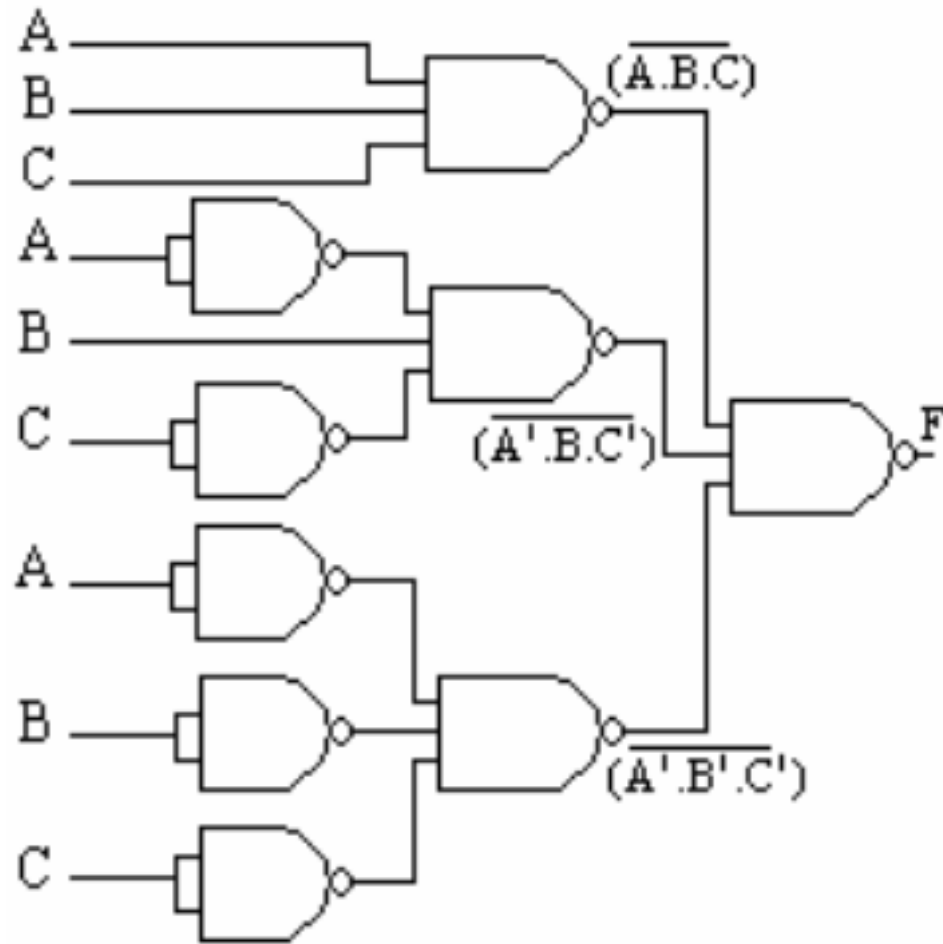


KAPI ADI	SEMBOLÜ	NAND EŞDEĞERİ	NOR EŞDEĞERİ
DEĞİL KAPISI			
VE KAPISI			
VEYA KAPISI			
VEDEĞİL KAPISI			
VEYADEĞİL KAPISI			

‘VEYADEĞİL’ ve ‘VEDEĞİL’ kapı devreleri ile temel lojik kapıların oluşturulması.

Örnek : $F=A.B.C+A^1.B.C^1+A^1.B^1.C^1$ ifadesini ‘VEDEĞİL’ kapıları ile gerçekleştirmek

$$F = A.B.C+A^1.B.C^1+A^1.B^1.C^1 = \overline{\overline{A.B.C+A^1.B.C^1+A^1.B^1.C^1}} = \overline{(\overline{A.B.C}).(\overline{A^1.B.C^1}) + \overline{A^1.B^1.C^1}}$$



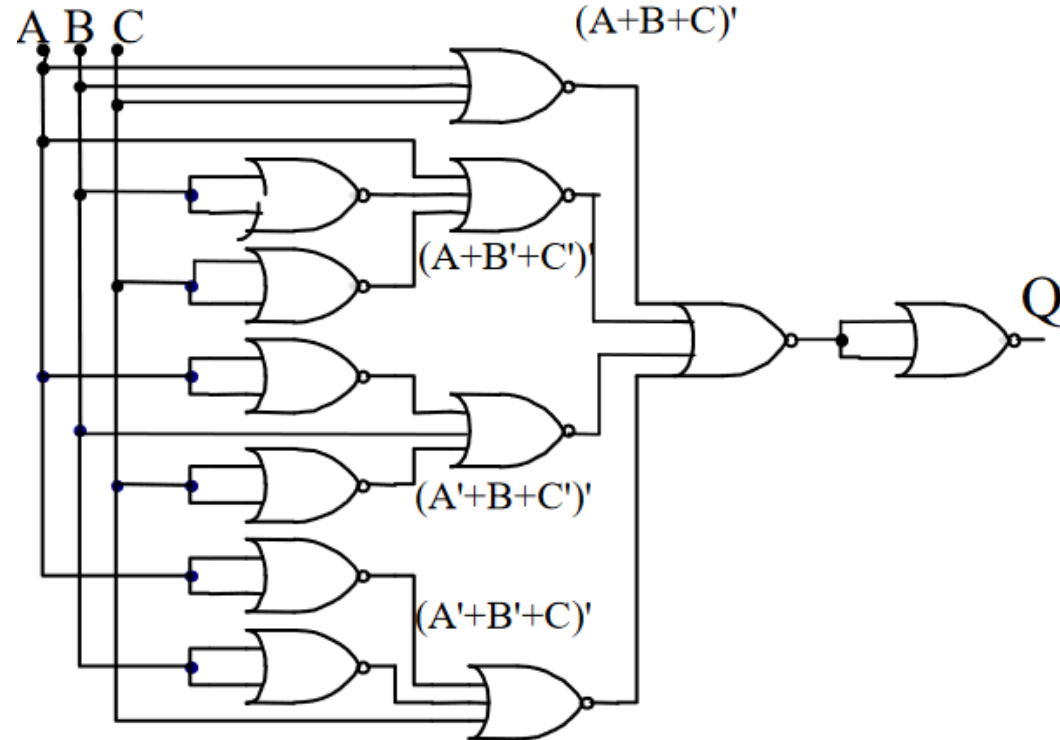
Örnek : Üç anahtar kullanılan bir sistemde anahtarlardan herhangi ikisinin (yalnızca iki) aynı anda kapatılması durumunda bir lambanın yanmasını sağlayacak devreyi ‘VEDEĞİL’ kapıları ile gerçekleştirelim.

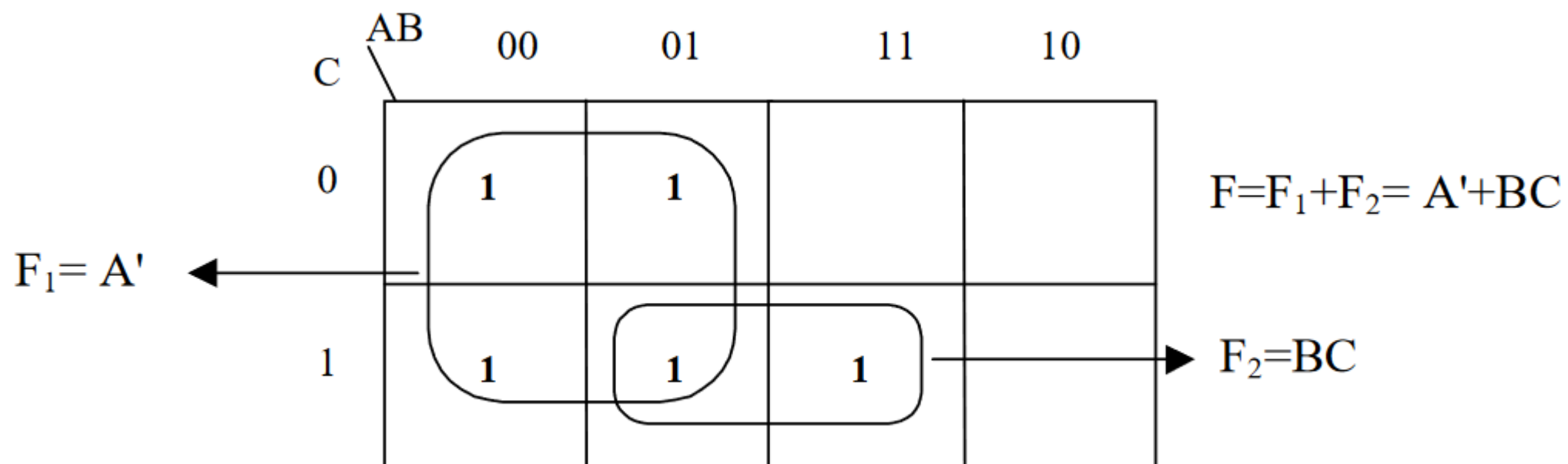
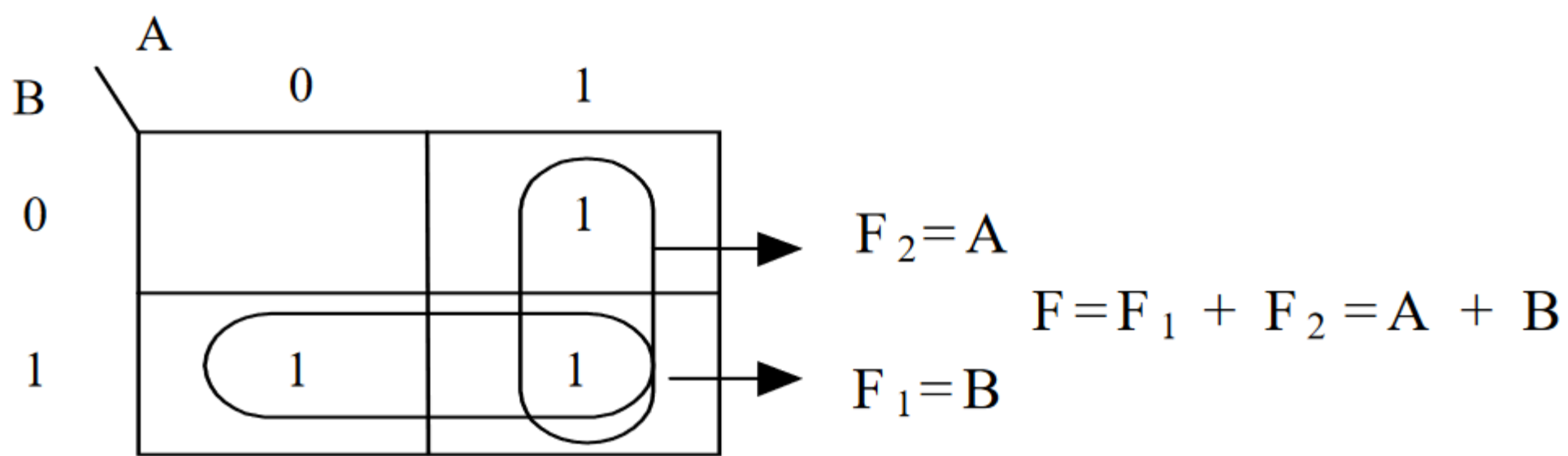
A	B	C	Q
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

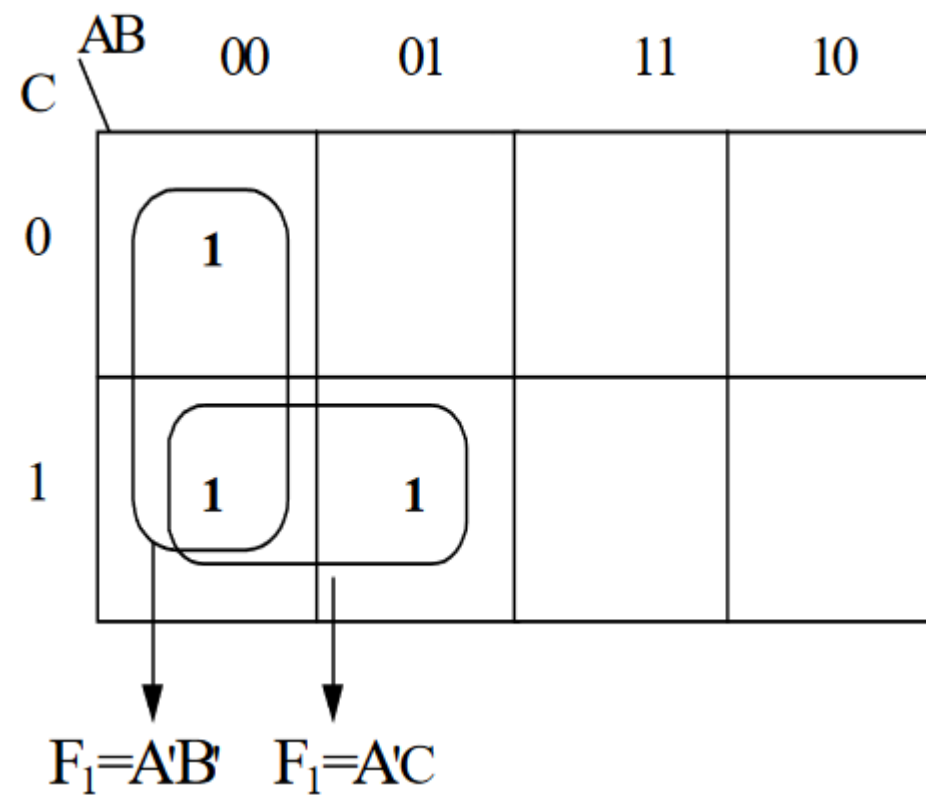
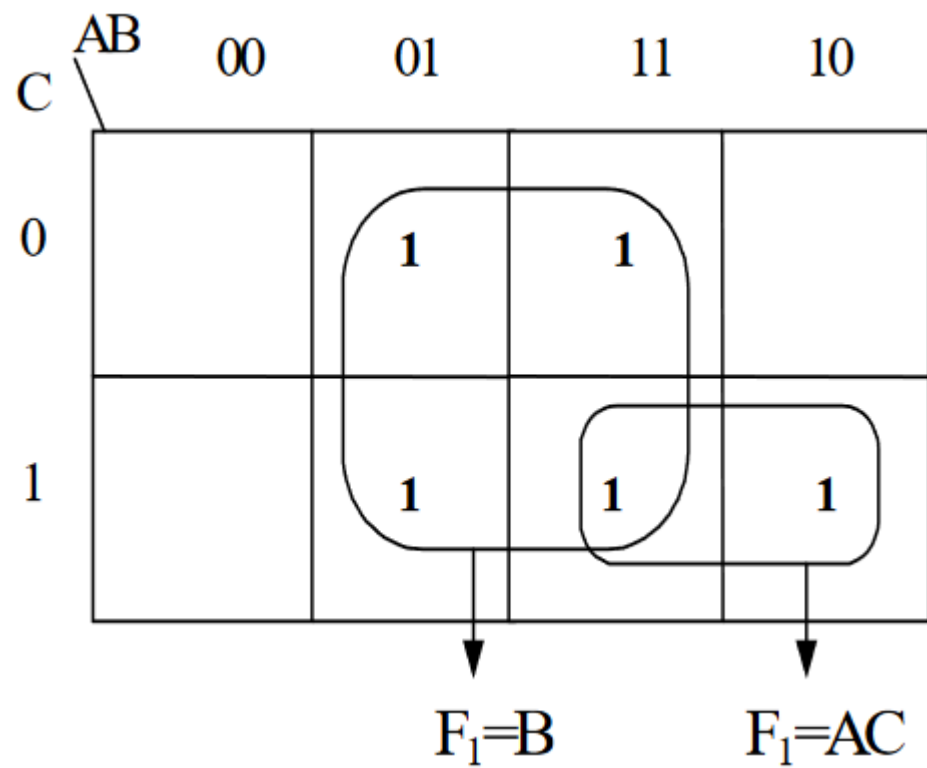
$$Q = \Pi (0,3,6,7) = (A+B+C).(A+B'+C').(A'+B+C').(A'+B'+C)$$

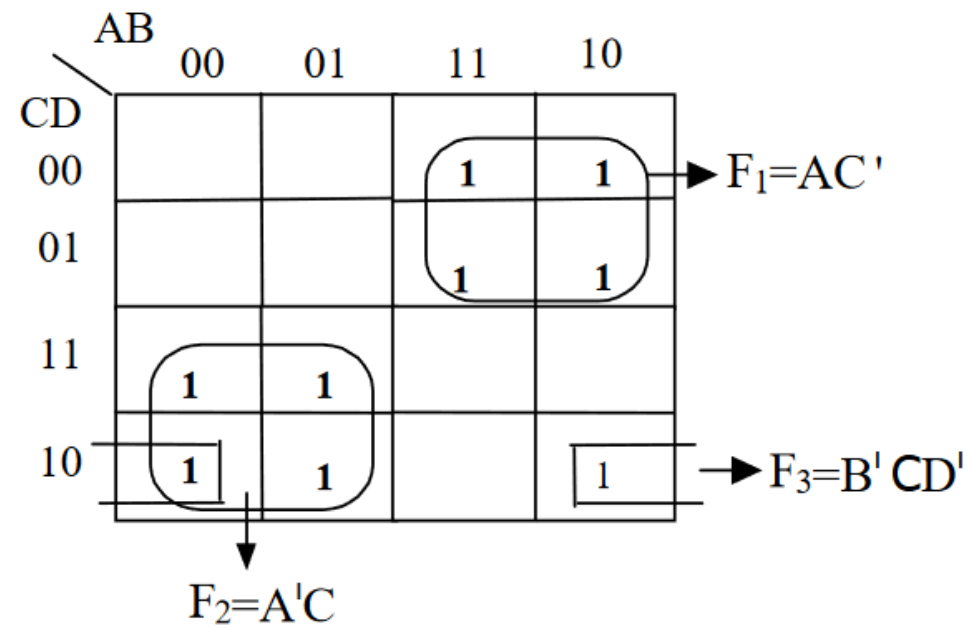
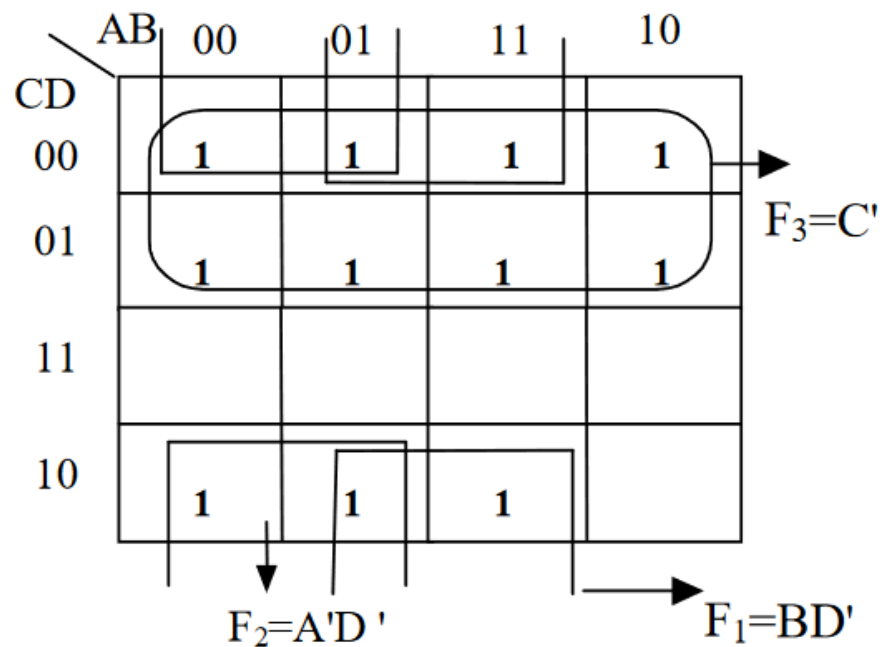
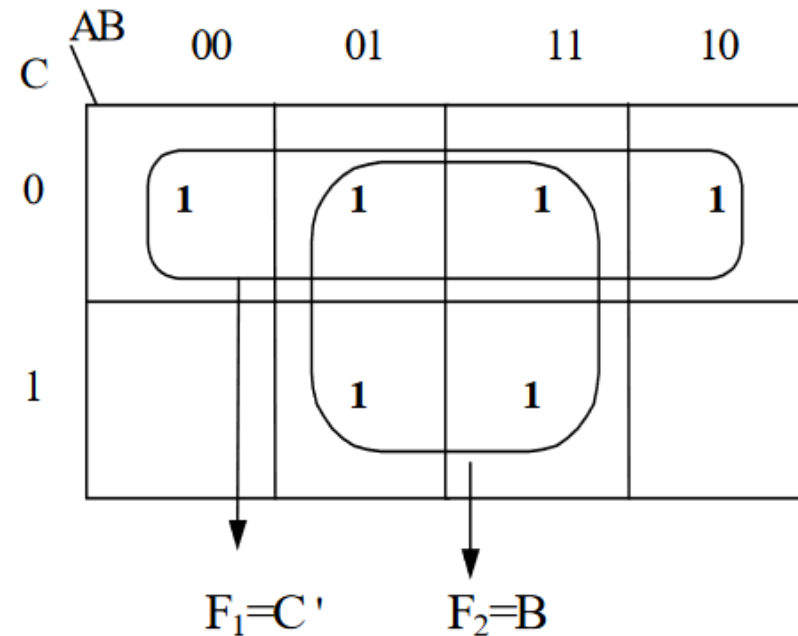
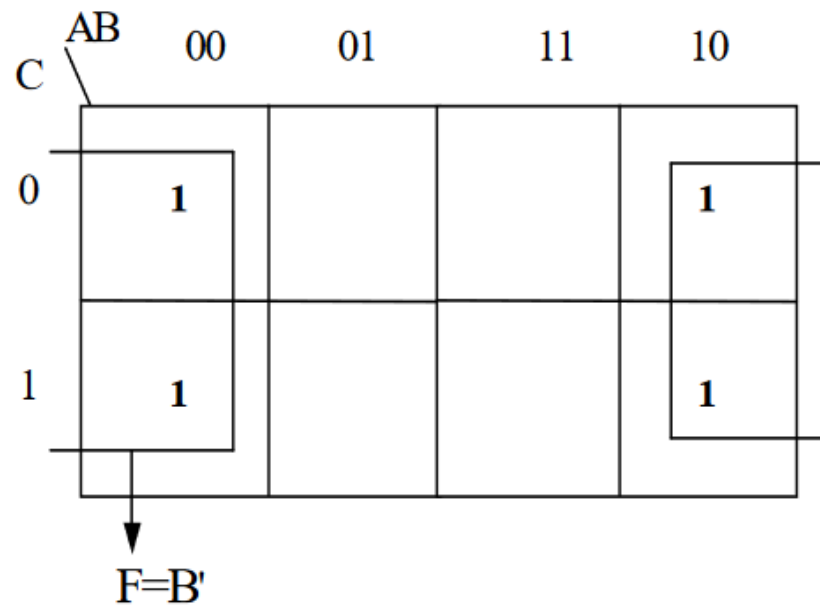
$$Q' = (A+B+C).(A+B'+C').(A'+B+C').(A'+B'+C)$$

$$Q' = (A+B+C)' + (A+B'+C')' + (A'+B+C')' + (A'+B'+C)'$$

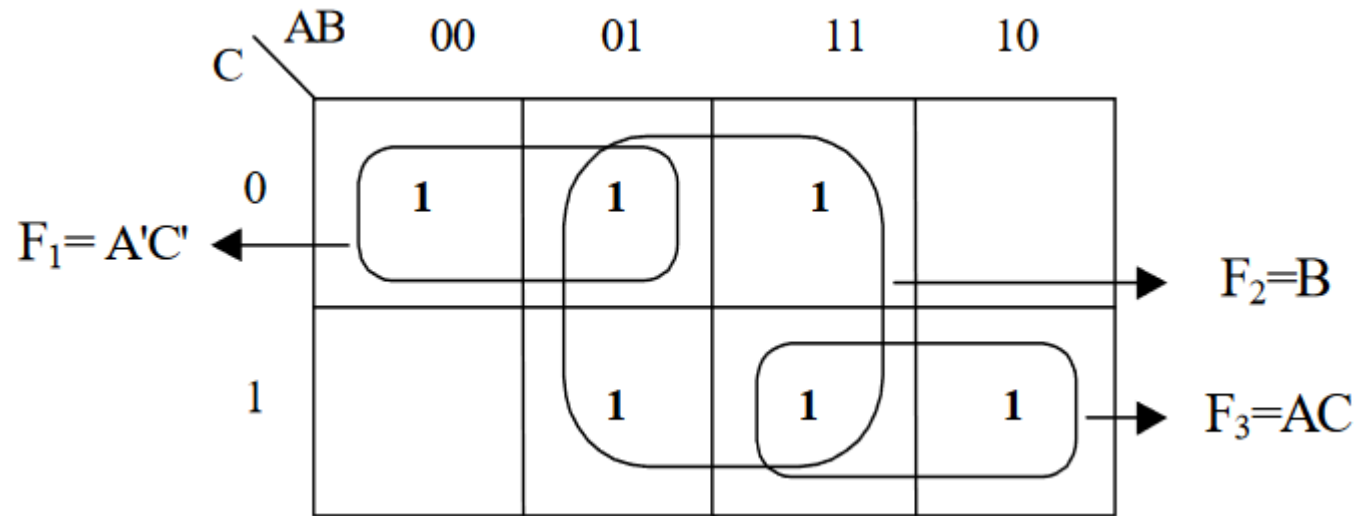








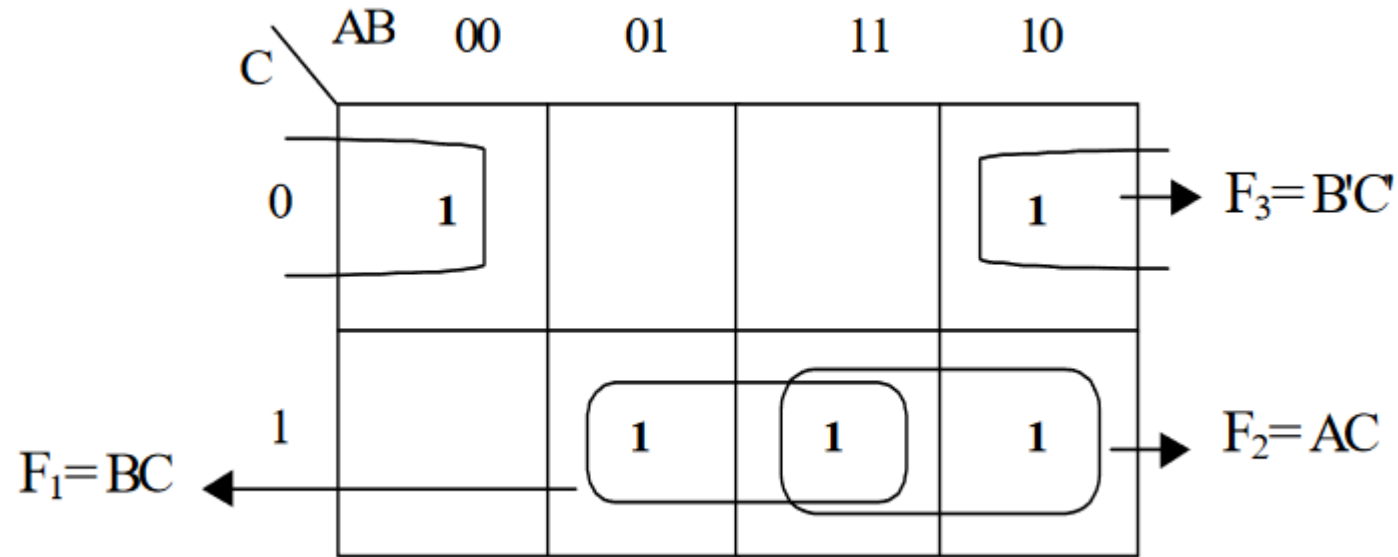
Örnek: $F=A'B'C'+A'BC'+ABC'+A'BC+ABC+AB'C$ lojik eşitliğini Karnaugh haritası yardımıyla sadeleştirelim.



$$F = F_1 + F_2 + F_3$$

$$F = A'C' + B + AC$$

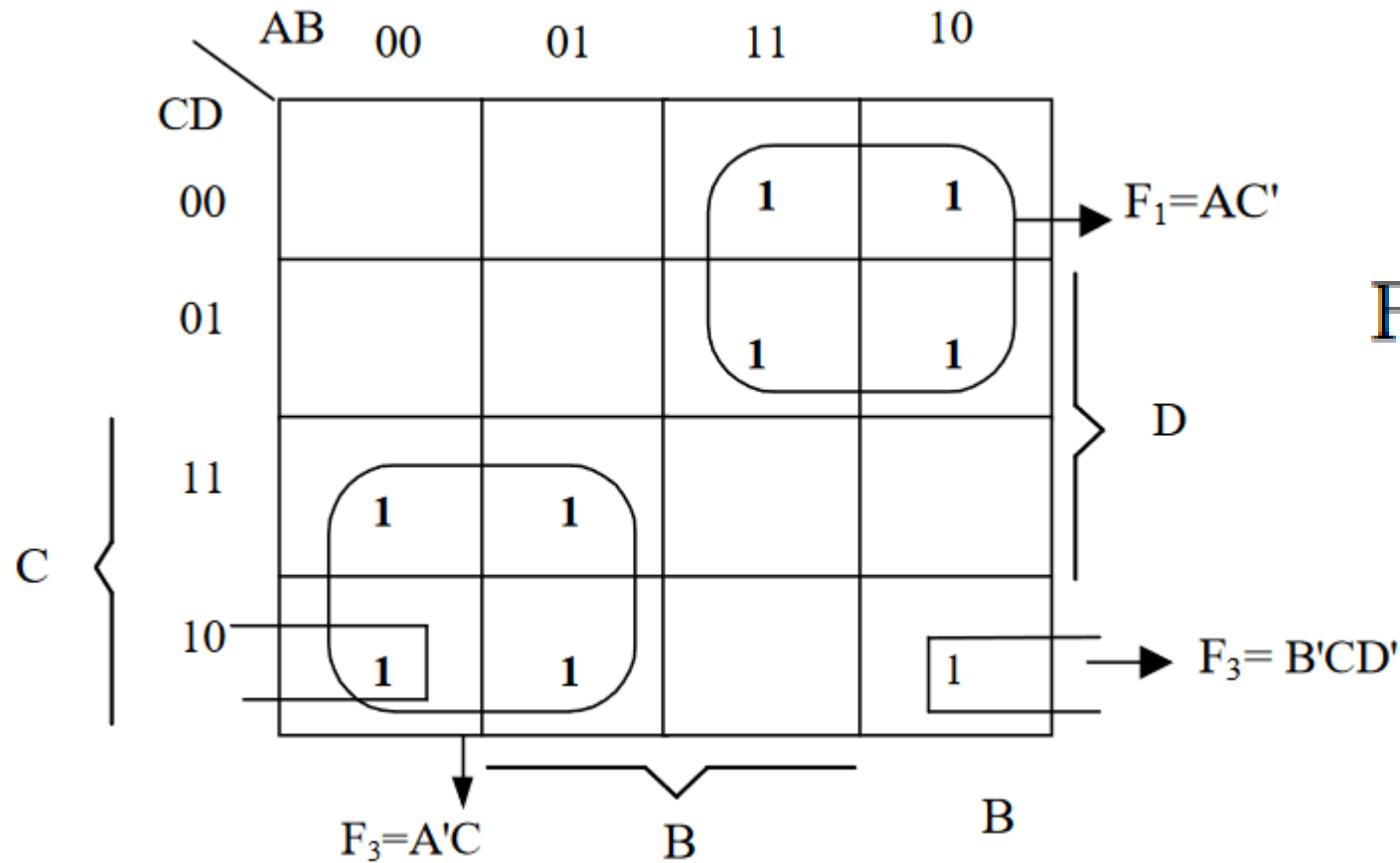
Örnek: $F = A'B'C' + AB'C' + A'BC + AB'C + ABC$ eşitliğini Karnaugh haritası yardımıyla basitleştirelim.



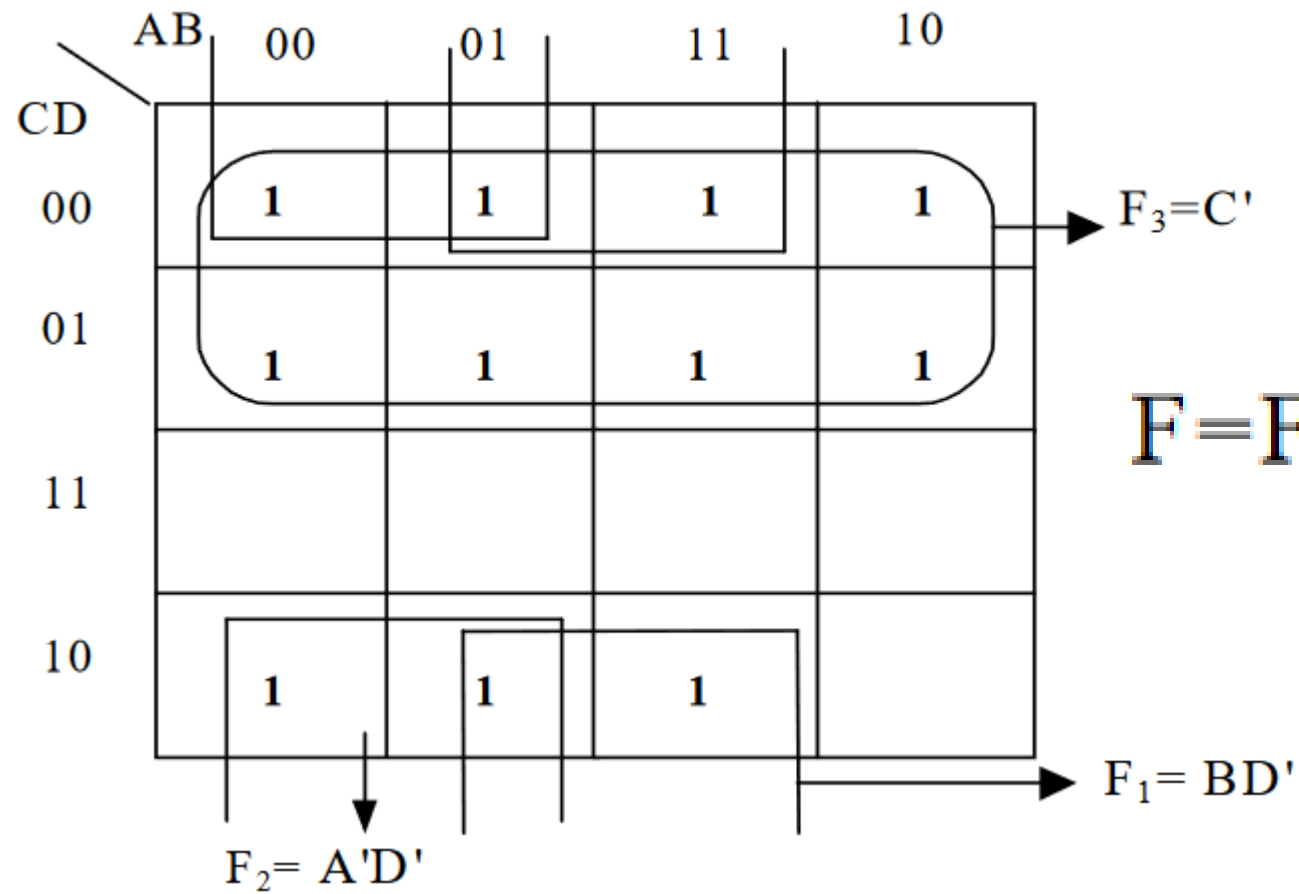
$$F = BC + AC + B'C'$$

Örnek : Aşağıda verilen Boolean eşitliğini Karnaugh haritası kullanarak sadeleştirelim.

$$F = ABC'D' + AB'C'D' + ABC'D + AB'C'D + \cancel{A'B'CD} + \cancel{A'BCD} + A'B'CD' + A'BCD' + AB'CD'$$

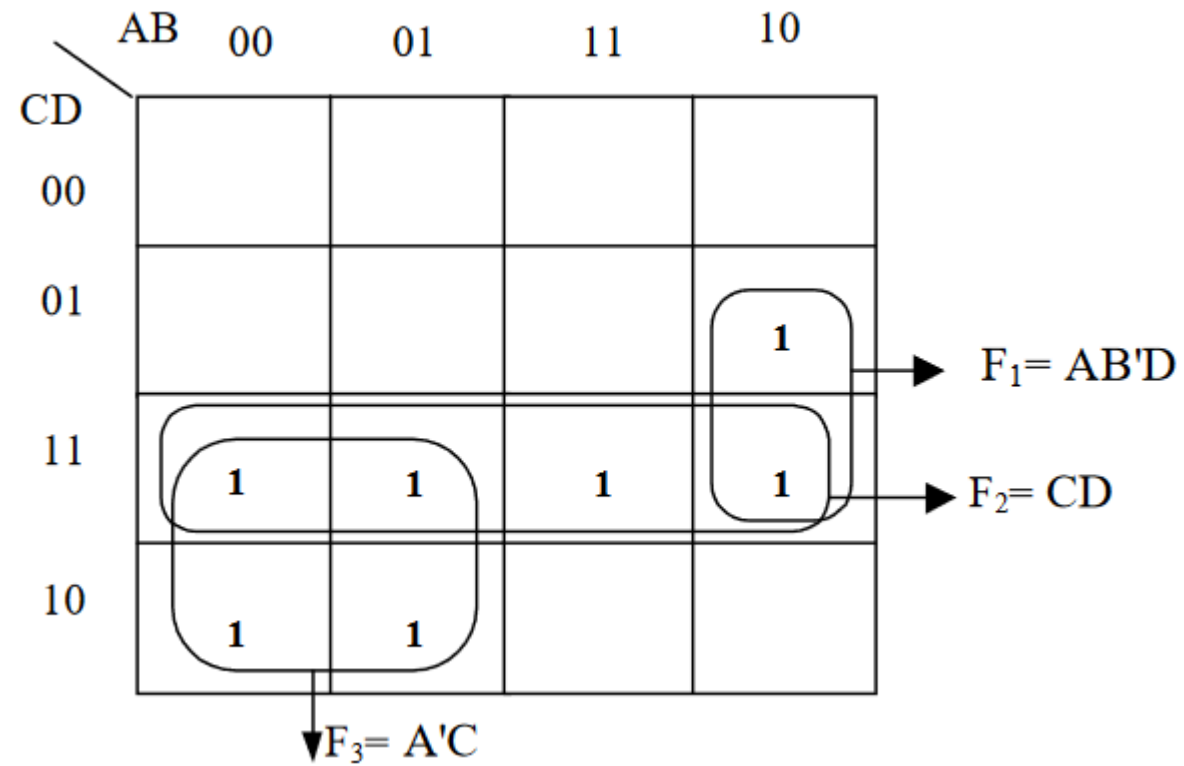


$$F = \sum(0,1,2,4,5,6,8,9,12,13,14)$$



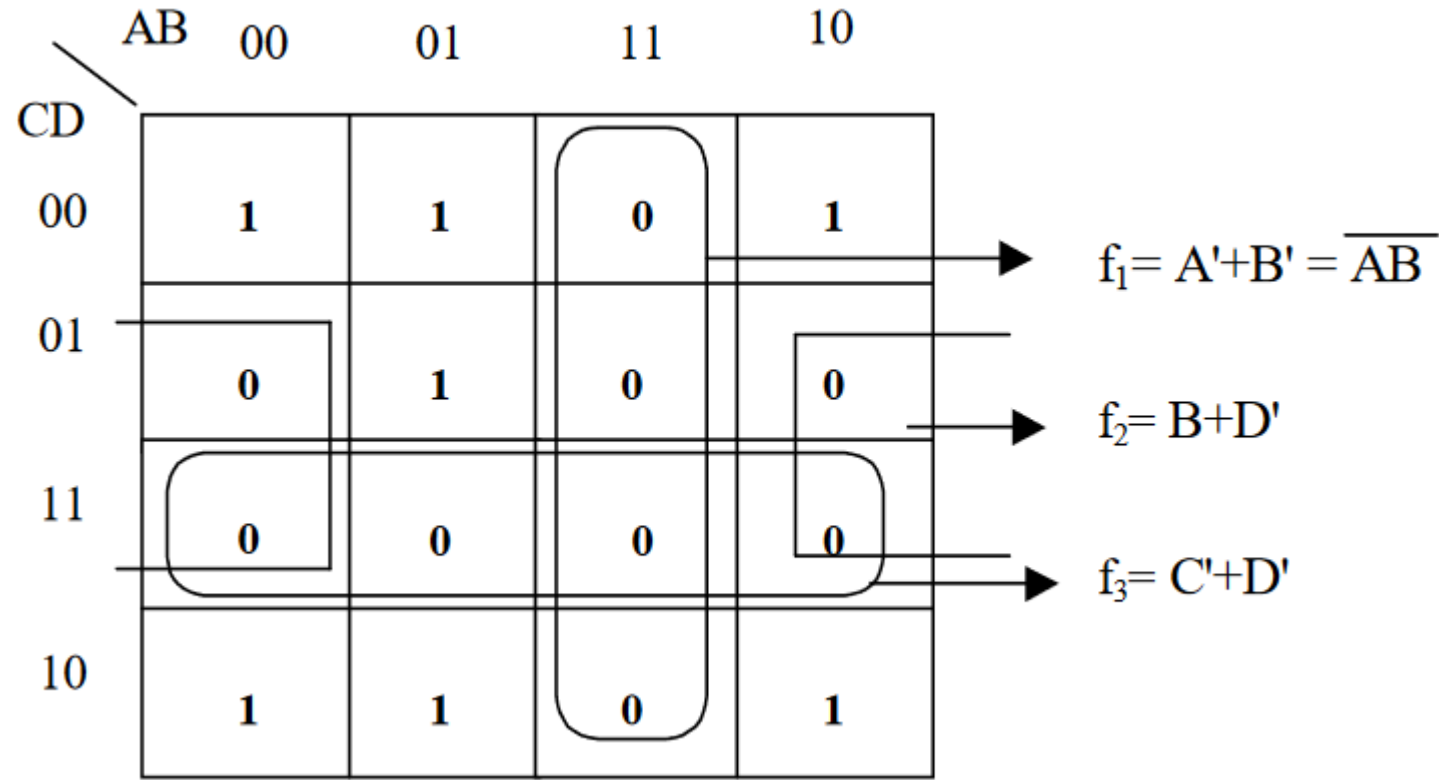
$$F = F_1 + F_2 + F_3 = BD' + A'D' + C'$$

$$F = A'B'CD + ABCD + A'CD' + A'CD + AB'D$$



$$F = F_1 + F_2 + F_3 = AB'D + CD + A'C$$

Örnek : $F(A,B,C,D) = \Sigma(0, 2, 4, 5, 6, 8, 10)$ minterm ifadesini Karnaugh haritasındaki 0'ları kullanarak sadeleştirilmiş eşitlik olarak yazalım.



$$F = F_1 + F_2 + F_3 = (A' + B') \times (B + D') \times (C' + D')$$

Beş değişkenli Karnaugh haritası:

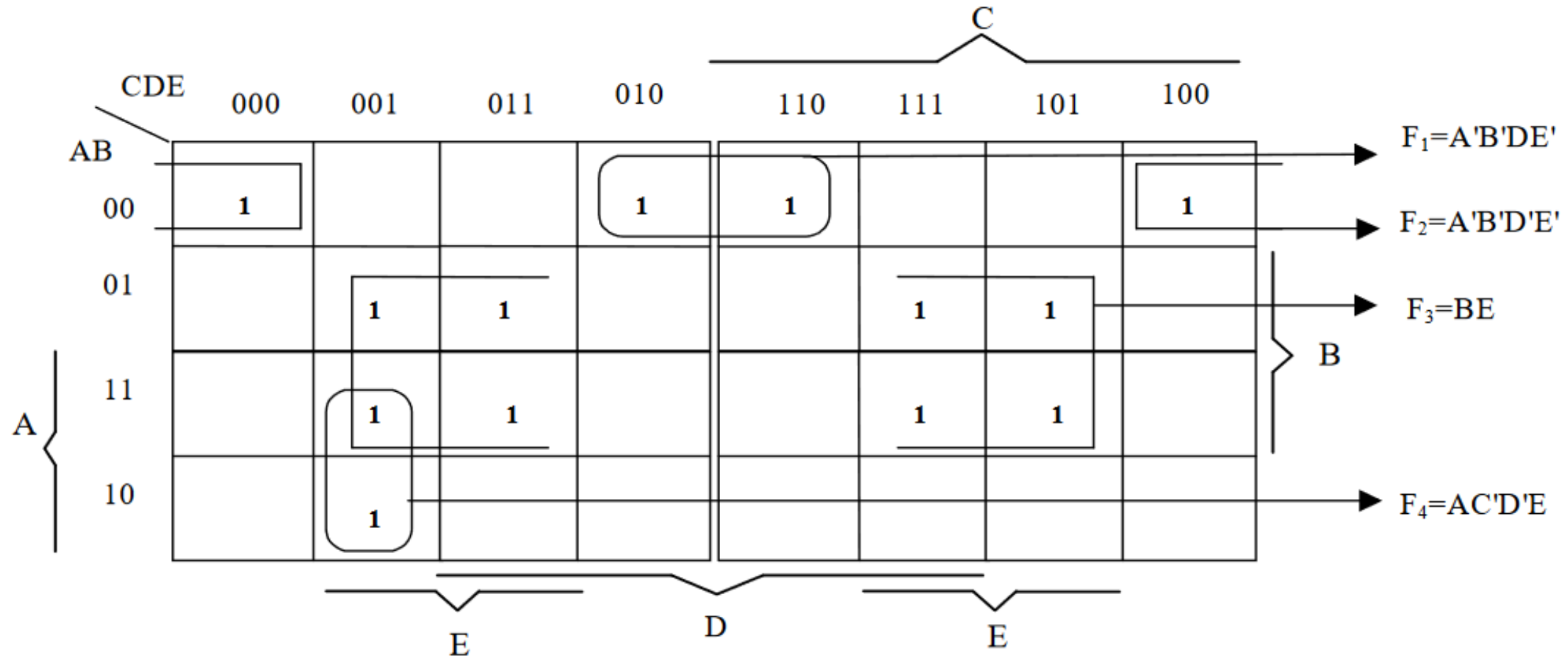
		C							
		CDE							
		000	001	011	010	110	111	101	100
A	AB								
	00	0	1	3	2	6	7	5	4
	01	8	9	11	10	14	15	13	12
	11	24	25	27	26	30	31	29	28
A	10	16	17	19	18	22	23	21	20
		E				D			
						E			

B

Altı değişkenli Karnaugh haritası

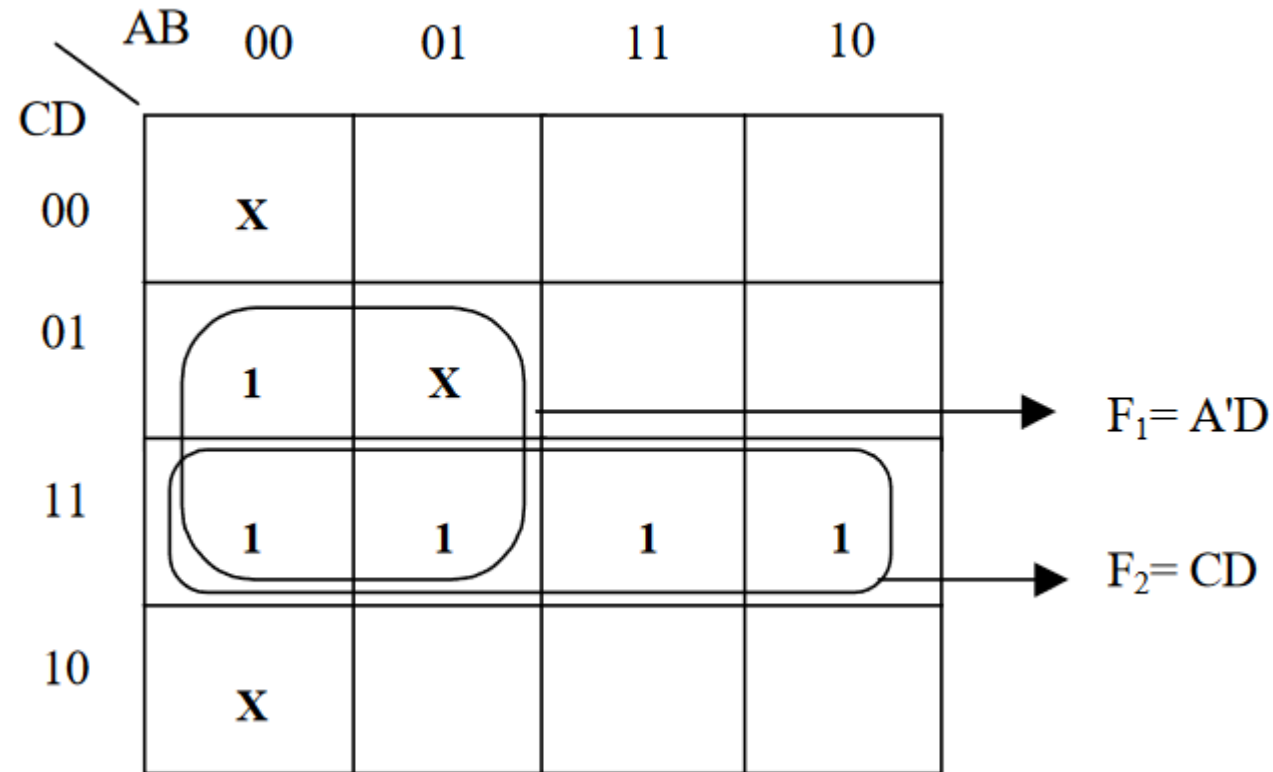
		D							
		DEF							
		000	001	011	010	110	111	101	100
A	ABC								
	000	0	1	3	2	6	7	5	4
	001	8	9	11	10	14	15	13	12
	011	24	25	27	26	30	31	29	28
	010	16	17	19	18	22	23	21	20
	110	48	49	51	50	54	55	53	52
	111	56	57	59	58	62	63	61	60
	101	40	41	43	42	46	47	45	44
	100	32	33	35	34	38	39	37	36
		F				E			

$F_{(A,B,C,D,E)} = \Sigma(0,2,4,6,9,11,13,15,17,25,27,29,31)$ minterm ifadesi



$$F = A'B'DE' + A'B'D'E' + BE + AC'D'E$$

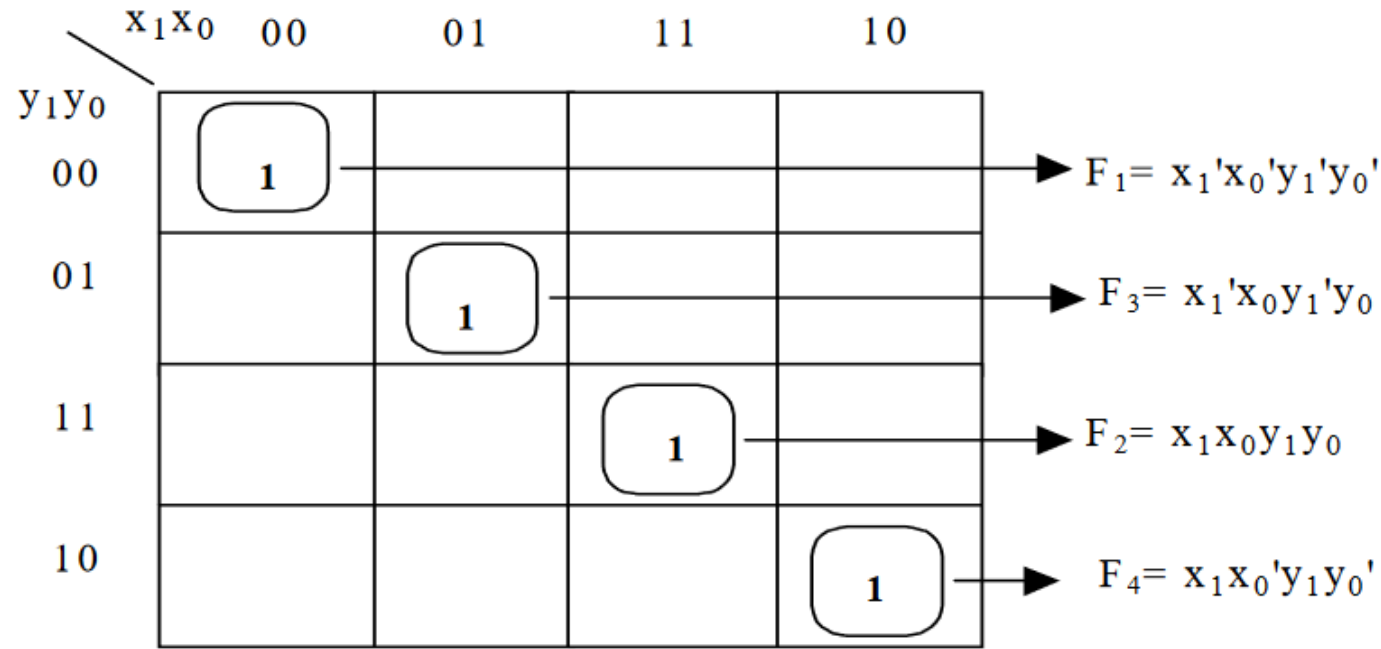
$F = \Sigma(1,3,7,11,15)$ ve farketmez durumları $d = \Sigma(0,2,5)$



$$F = F_1 + F_2 = A'D + CD$$

x_1	x_0	y_1	y_0	Q
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

Örnek: x_1x_0 iki bitlik bir sayıyı temsil etmektedir. y_1y_0 değişkenleri ise diğer iki bitlik bir sayıyı göstermektedir. x_1, x_0, y_1, y_0 değerlerini giriş olarak kullanan ve x_1x_0 ile y_1y_0 sayılarının eşit olduğu durumlarda çıkışın 1 olmasını sağlayan lojik devreyi Karnaugh haritası kullanarak tasarlayalım.

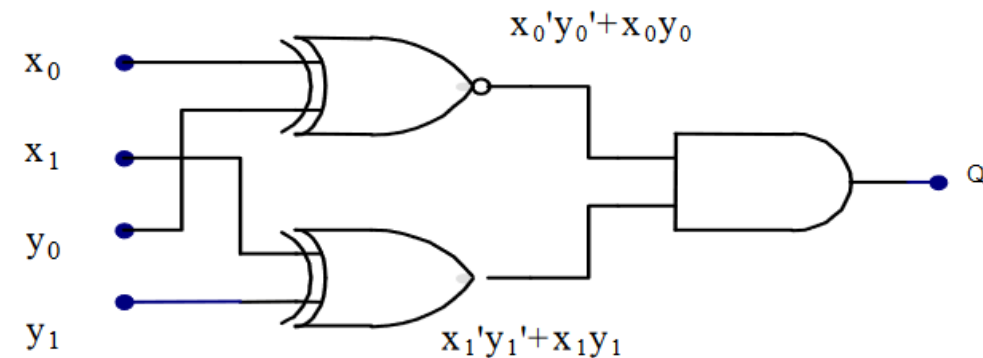


$$F = \Sigma(0, 5, 10, 15)$$

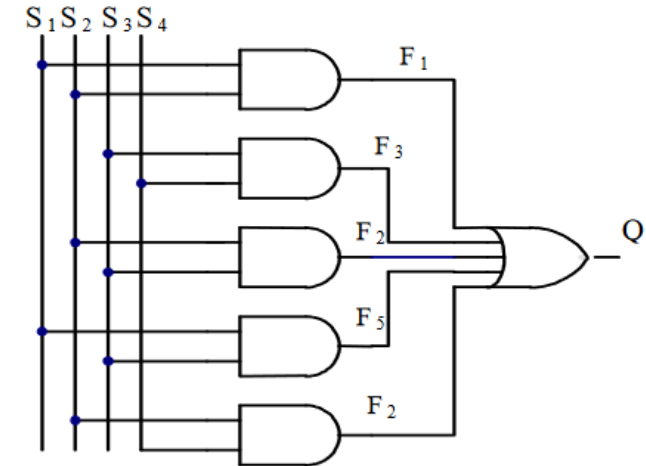
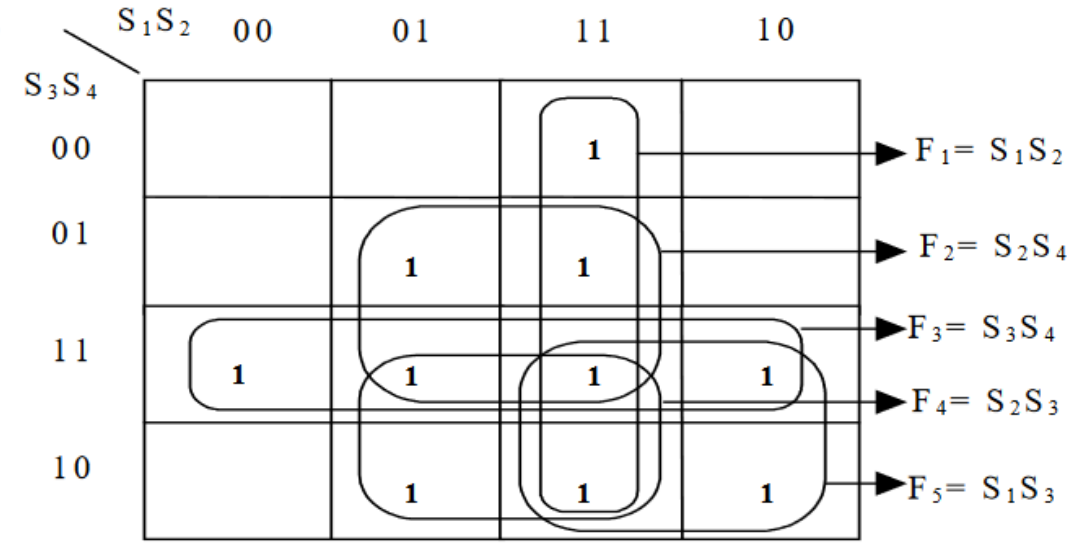
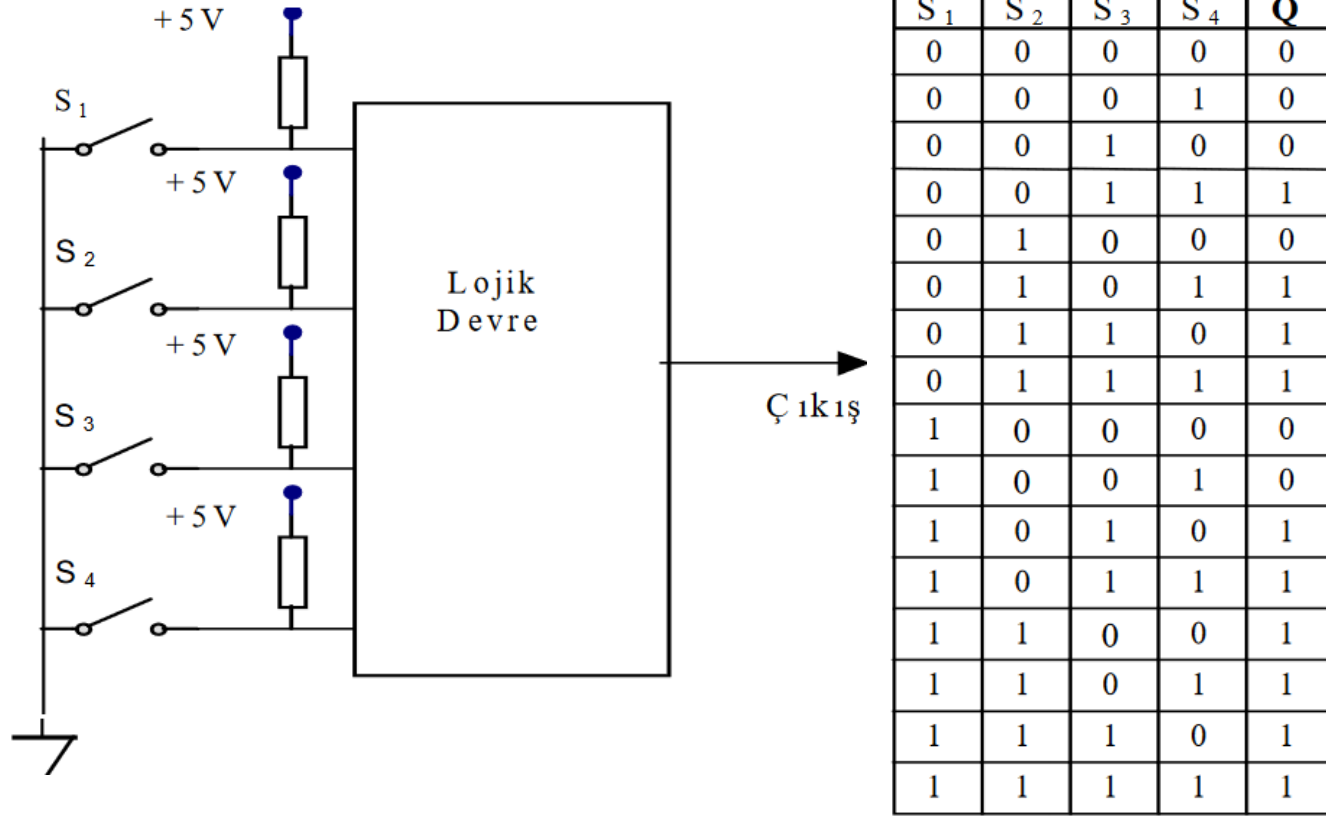
$$F = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = x_1'x_0'y_1'y_0' + x_1x_0y_1y_0 + x_1'x_0y_1'y_0 + x_1x_0'y_1y_0'$$

EXNOR

EXOR



Örnek : Şekilde görülen devre bir fotokopi makinesinin kontrol devresidir. Makinenin içerisinde kağıdın yolu üzerinde 4 tane anahtar bulunmaktadır. Anahtarlar normalde açıktır ve kağıt geçerken anahtarları kapatmaktadır. Herhangi iki anahtarın kapatılması durumunda çıkışta '1' oluşmasını sağlayan lojik devreyi tasarlayalım.



$$Q = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5 = S_1S_2 + S_2S_4 + S_3S_4 + S_2S_3 + S_1S_3$$

Örnek: Bir sendikanın yönetim kurulunda dört temsilci bulunmakta ve her temsilci sendikaya kayıtlı 560 üyeden belirli sayıdaki üyeyi temsil etmektedir. Kararların alınması için salt çoğunluğun gerekli olduğu yönetim kurulunda, temsilcilerin birer düğmeye basması ile sonucun geçerli olup olmadığını hesaplayarak, geçerli ise bir lambanın yanmasını sağlayacak devreyi Karnaugh haritası kullanarak NAND kapılarıyla tasarlayalım.

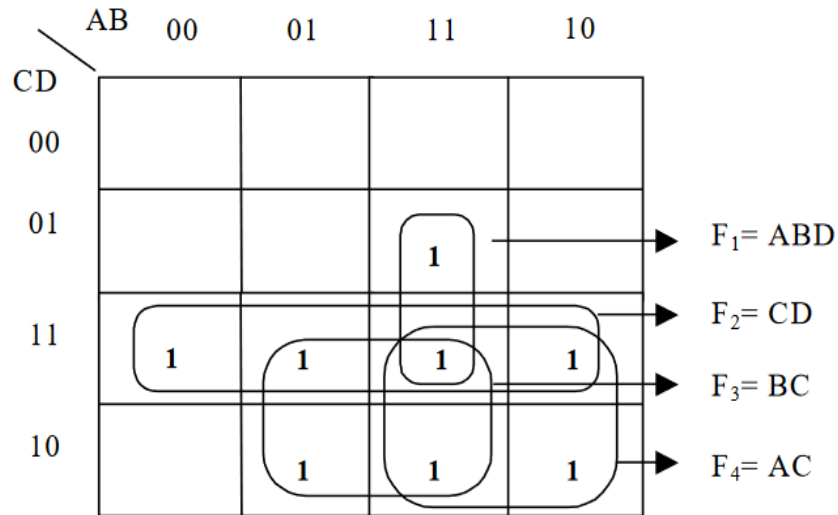
Temsilciler:

A temsilcisi: 105,

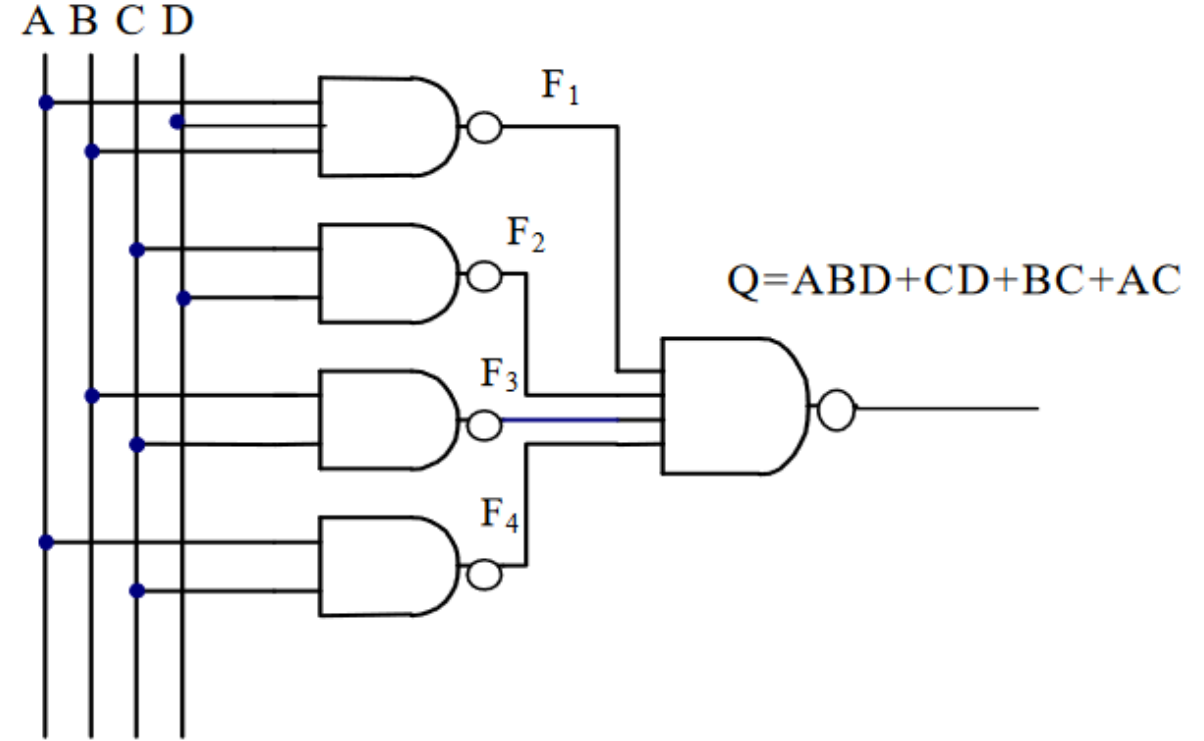
B temsilcisi: 125,

C temsilcisi: 202,

D temsilcisi: 128 üye



A	B	C	D	Q
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1



$$Q = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = ABD + CD + BC + AC$$

Örnek . Bir elektrik motorunun akım, gerilim ve gövde sıcaklığı kontrol edilecektir. Bu değişkenlerden herhangi ikisi istenen sınır değerleri aştığında ikaz, her üçü beraber istenen sınır değeri aşarsa devre dışı butonları devreye girecektir. İlgili devrenin kontrol ünitesini minimum terimler kanonik biçimi (çarpımların toplamı çözümü) kullanarak gerçekleştirelim.

	A	V	T	i	DD
0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0
2	0	1	0	0	0
3	0	1	1	1	0
4	1	0	0	0	0
5	1	0	1	1	0
6	1	1	0	1	0
7	1	1	1	1	1

$$DD = AVT$$

$$m_3 = \bar{A}VT$$

$$m_5 = A\bar{V}T$$

$$m_6 = AV\bar{T}$$

$$m_7 = AVT$$

$$i(A, V, T) = \sum (3, 5, 6, 7)$$

$$i = \bar{A}VT + A\bar{V}T + AV\bar{T} + AVT = \sum (m_3 + m_5 + m_6 + m_7)$$

Birinci yol: Burada önce gerçekleştirilecek fonksiyonun tersi alınır.

$$\bar{i}(A, V, T) = \sum (0, 1, 2, 4)$$

$$\bar{i} = \bar{A}\bar{V}\bar{T} + \bar{A}\bar{V}T + \bar{A}V\bar{T} + A\bar{V}\bar{T}$$

$$\overline{(\bar{i})} = \overline{\bar{A}\bar{V}\bar{T} + \bar{A}\bar{V}T + \bar{A}V\bar{T} + A\bar{V}\bar{T}}$$

$$i = (A + V + T) \cdot (A + V + \bar{T}) \cdot (A + \bar{V} + T) \cdot (\bar{A} + V + T)$$

İkinci yol: Tersini almaya gerek yoktur. Doğrudan fonksiyonun sıfır olduğu yerlere bakılır.

$$i = (A + V + T) \cdot (A + V + \bar{T}) \cdot (A + \bar{V} + T) \cdot (\bar{A} + V + T)$$

$$i = (M_0 \cdot M_1 \cdot M_2 \cdot M_4) = \prod (M_0, M_1, M_2, M_4) = \prod (0, 1, 2, 4)$$

Örnek Bir başkan, bir başkan yardımcısı ve iki üyeden oluşan bir komisyonun alacağı kararları gösteren bir oylama sistemi yapılacaktır. Başkanın oyu 3, başkan yardımcısının oyu 2, üyelerin oyu ise 1 ağırlığındadır. EVET oylarının ağırlık katsayıları fazla ise “EVET”, HAYIR oylarının ağırlık katsayıları yüksek ise “HAYIR”, eşitlik halinde başkan yardımcısı ve üyelerin verdiği çoğunluk oylarına göre karar alınacaktır. Bütün üyeler oy kullanmak zorundadır. EVET oyu Lojik1’ dir. Bu oylama sistemine ait lojik fonksiyonun doğruluk tablosunu çıkararak, fonksiyonu Karnaugh diyagramı ile sadeleştirerek tasarlanan devreyi çiziniz.

<i>B</i>	<i>BY</i>	<i>Ü1</i>	<i>Ü2</i>	<i>F</i>
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Ü1Ü2 BBY	00	01	11	10
00				
01			1	
11	1	1	1	1
10		1	1	1

$$F = BBY + BÜ1 + BÜ2 + BYÜ1Ü2$$