



**DEPARTAMENTO
DE COMPUTACION**

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA

Trabajo Práctico

17 de julio de 2018

Investigación Operativa

Integrante	LU	Correo electrónico
Castro, Sabrina Elizabeth	572/01	sabrinaecastro@gmail.com



Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Universidad de Buenos Aires

Ciudad Universitaria - (Pabellón I/Planta Baja)

Intendente Güiraldes 2160 - C1428EGA

Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Rep. Argentina

Tel/Fax: (54 11) 4576-3359

<http://www.fcen.uba.ar>

Índice

1. Fabricación de alimentos	2
1.1. Enunciado 12-1	2
1.2. Modelo	3
1.3. Modelo CPLEX	4
1.4. Solucion CPLEX	7
2. Fabricación de alimentos extensión	8
2.1. Enunciado 12-2	8
2.2. Modelo 12-2	8
2.3. Optimización de refinería	10
2.3.1. Enunciado	10
2.3.2. Modelo	12
2.3.3. Modelo CPLEX	13
2.3.4. Solucion CPLEX	15
3. Mercado compartido	16
3.1. Enunciado	16
3.2. Modelo	17
4. Generación de energía	24
4.1. Enunciado 12.5	24
4.2. Modelo 12.5	25
4.3. Modelo CPLEX 12-15	28
4.4. Solucion en CPLEX	31
5. Energía hidroeléctrica	33
5.1. Enunciado 12.6	33
5.2. Modelo	33
6. Generación de energía	36
6.1. Enunciado 12.5	36
6.2. Modelo 12.5	37
6.3. Modelo CPLEX 12-15	40
6.4. Solucion en CPLEX	43
7. Energía hidroeléctrica	45
7.1. Enunciado 12.6	45
7.2. Modelo	45
8. Colección de leche	48
8.1. Enunciado	48

1. Fabricación de alimentos

1.1. Enunciado 12-1

Un alimento se fabrica refinando aceites crudos y mezclandolos. Los aceites crudos son de dos categorias:

Aceites vegetales	Veg 1
	Veg 2
	Oil 1
Aceites no vegetales	Oil 2
	Oil 3

Cada aceite puede comprarse para entrega inmediata (enero) o comprarse en el mercado para una entrega futura en un mes posterior. Los precios se indican a continuacion (£/ton):

	Veg 1	Veg 2	Oil 1	Oil 2	Oil 3
Enero	110	120	130	110	115
Febrero	130	130	110	90	115
Marzo	110	140	130	100	95
Abril	120	110	120	120	125
Mayo	100	120	150	110	105
Junio	90	100	140	80	135

El producto final se vende a £150 por tonelada.

Los aceites vegetales y los aceites no vegetales requieren diferentes lineas de producción para refinar. En cualquier mes, no es posible refinar mas de 200 toneladas de aceites vegetales y mas de 250 toneladas de aceites no vegetales. No hay perdida de peso en el proceso de refinación y el costo de refinacion puede ser ignorado.

Es posible almacenar hasta 1000 toneladas de cada aceite crudo para su uso posterior. El costo de almacenamiento para el aceite vegetal y no vegetal es de £25 por tonelada por mes. El producto final no se puede almacenar, ni se pueden almacenar aceites refinados.

Hay una restricción tecnologica de dureza en el producto final. En las unidades de las que se mide la dureza, esta debe estar entre 3 y 6. Se supone que la dureza se combina linealmente y que las durezas de los aceites crudos son:

Veg 1	8.8
Veg 2	6.1
Oil 1	2.0
Oil 2	4.2
Oil 3	5.0

¿Que políticas de compras y fabricación debería seguir la empresa para maximizar los beneficios?

En la actualidad hay 500 toneladas de cada tipo de aceite crudo almacenado. Se requiere que estas existencias también existan a fines de junio.

1.2. Modelo

$Cv_{i,j}$: cantidad de toneladas de aceite vegetal crudo VEG i comprado en el mes j
 $Co_{t,j}$: cantidad de toneladas de aceite no vegetal crudo OIL t comprado en el mes j
 $Rv_{i,j}$: cantidad de toneladas de aceite vegetal crudo VEG i refinado en el mes j
 $Ro_{t,j}$: cantidad de toneladas de aceite no vegetal crudo IOL t refinado en el mes j
 $Av_{i,j}$: cantidad de toneladas de aceite vegetal crudo VEG i almacenado en el mes j
 $Ao_{t,j}$: cantidad de toneladas de aceite no vegetal crudo IOL t almacenado en el mes j
 $i = 1, 2 \quad t = 1, 2, 3 \quad j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

donde j representa los meses 1 es enero, 2 es febrero, y así.

$$\begin{aligned}
 & \text{maxizar } 150 \left(\sum_{j=1}^6 Rv_{1,j} + Rv_{2,j} + Ro_{1,j} + Ro_{2,j} + Ro_{3,j} \right) \\
 & \quad - 25 \left(\sum_{j=1}^6 Av_{1,j} + Av_{2,j} + Ao_{1,j} + Ao_{2,j} + Ao_{3,j} \right) \\
 & \quad - (110Cv_{1,1} + 130Cv_{1,2} + 110Cv_{1,3} + 120Cv_{1,4} + 100Cv_{1,5} + 90Cv_{1,6}) \\
 & \quad - (120Cv_{2,1} + 130Cv_{2,2} + 140Cv_{2,3} + 110Cv_{2,4} + 120Cv_{2,5} + 100Cv_{2,6}) \\
 & \quad - (130Co_{1,1} + 110Co_{1,2} + 130Co_{1,3} + 120Co_{1,4} + 150Co_{1,5} + 140Co_{1,6}) \\
 & \quad - (110Co_{2,1} + 90Co_{2,2} + 100Co_{1,3} + 120Co_{1,4} + 110Co_{1,5} + 80Co_{1,6}) \\
 & \quad - (115Co_{3,1} + 115Co_{3,2} + 95Co_{1,3} + 125Co_{1,4} + 105Co_{1,5} + 135Co_{1,6})
 \end{aligned}$$

s.a

No se pude refinar mas de 200 toneladas de aceite vegetales

$$Rv_{1,j} + Rv_{2,j} \leq 200 \quad (1)$$

No se pude refinar mas de 250 toneladas de aceite no vegetales

$$Ro_{1,j} + Ro_{2,j} + Ro_{3,j} \leq 250 \quad (2)$$

No se puede almacenar mas de 1000 toneledas de aceite vegetal

$$Av_{i,j} \leq 1000 \quad (3)$$

No se puede almacenar mas de 1000 toneledas de aceite no vegetal

$$Ao_{t,j} \leq 1000 \quad (4)$$

La dureza en el producto final debe ser mayor que 3 y menor que 6

$$\frac{8,8Rv_{1,j} + 6,1Rv_{2,j} + 2,0Ro_{1,j} + 4,2Ro_{2,j} + 5,0Ro_{3,j}}{Rv_{1,j} + Rv_{2,j} + Ro_{1,j} + Ro_{2,j} + Ro_{3,j}} \geq 3 \quad (5)$$

$$\frac{8,8Rv_{1,j} + 6,1Rv_{2,j} + 2,0Ro_{1,j} + 4,2Ro_{2,j} + 5,0Ro_{3,j}}{Rv_{1,j} + Rv_{2,j} + Ro_{1,j} + Ro_{2,j} + Ro_{3,j}} \leq 6 \quad (6)$$

Lo comprado + lo almacenado - lo refinado en el mes j , es lo almacenado para el mes $j+1$, para $j=1,2,3,4,5$

$$Cv_{i,j} + Av_{i,j} - Rv_{i,j} = Av_{i,j+1} \quad (7)$$

$$Co_{t,j} + Ao_{t,j} - Ro_{t,j} = Ao_{t,j} \quad (8)$$

Lo comprado + lo almacenado - lo refinado en el mes de junio, es lo almacenado despues de junio

$$Cv_{i,6} + Av_{i,6} - Rv_{i,6} = Av_{i,7} \quad (9)$$

$$Co_{t,6} + Ao_{t,6} - Ro_{t,6} = Ao_{t,7} \quad (10)$$

En enero se comienza con 500 toneladas de cada aceite almacenado y se quiere terminar junio con la misma cantidad

$$Av_{1,1} = 500 \quad (11)$$

$$Av_{2,1} = 500 \quad (12)$$

$$Ao_{1,1} = 500 \quad (13)$$

$$Ao_{2,1} = 500 \quad (14)$$

$$Ao_{3,1} = 500 \quad (15)$$

$$Av_{1,7} = 500 \quad (16)$$

$$Av_{2,7} = 500 \quad (17)$$

$$Ao_{1,7} = 500 \quad (18)$$

$$Ao_{2,7} = 500 \quad (19)$$

$$Ao_{3,7} = 500 \quad (20)$$

1.3. Modelo CPLEX

```

maximize    150 Rv1_1 + 150 Rv2_1 + 150 Ro1_1 + 150 Ro2_1 + 150 Ro3_1
            + 150 Rv1_2 + 150 Rv2_2 + 150 Ro1_2 + 150 Ro2_2 + 150 Ro3_2
            + 150 Rv1_3 + 150 Rv2_3 + 150 Ro1_3 + 150 Ro2_3 + 150 Ro3_3
            + 150 Rv1_4 + 150 Rv2_4 + 150 Ro1_4 + 150 Ro2_4 + 150 Ro3_4
            + 150 Rv1_5 + 150 Rv2_5 + 150 Ro1_5 + 150 Ro2_5 + 150 Ro3_5
            + 150 Rv1_6 + 150 Rv2_6 + 150 Ro1_6 + 150 Ro2_6 + 150 Ro3_6
            - 25 Av1_1 - 25 Av2_1 - 25 Ao1_1 - 25 Ao2_1 - 25 Ao3_1
            - 25 Av1_2 - 25 Av2_2 - 25 Ao1_2 - 25 Ao2_2 - 25 Ao3_2
            - 25 Av1_3 - 25 Av2_3 - 25 Ao1_3 - 25 Ao2_3 - 25 Ao3_3
            - 25 Av1_4 - 25 Av2_4 - 25 Ao1_4 - 25 Ao2_4 - 25 Ao3_4
            - 25 Av1_5 - 25 Av2_5 - 25 Ao1_5 - 25 Ao2_5 - 25 Ao3_5
            - 25 Av1_6 - 25 Av2_6 - 25 Ao1_6 - 25 Ao2_6 - 25 Ao3_6
            - 110 Cv1_1 - 130 Cv1_2 - 110 Cv1_3 - 120 Cv1_4 - 100 Cv1_5 - 90 Cv1_6
            - 120 Cv2_1 - 130 Cv2_2 - 140 Cv2_3 - 110 Cv2_4 - 120 Cv2_5 - 100 Cv2_6
            - 130 Co1_1 - 110 Co1_2 - 130 Co1_3 - 120 Co1_4 - 150 Co1_5 - 140 Co1_6
            - 110 Co2_1 - 90 Co2_2 - 100 Co1_3 - 120 Co1_4 - 110 Co1_5 - 80 Co1_6
            - 115 Co3_1 - 115 Co3_2 - 95 Co1_3 - 125 Co1_4 - 105 Co1_5 - 135 Co1_6
subject to
rVeg1:Rv1_1 + Rv2_1 <= 200
rVeg2:Rv1_2 + Rv2_2 <= 200
rVeg3:Rv1_3 + Rv2_3 <= 200
rVeg4:Rv1_4 + Rv2_4 <= 200
rVeg5:Rv1_5 + Rv2_5 <= 200
rVeg6:Rv1_6 + Rv2_6 <= 200
roil1:Ro1_1 + Ro2_1 + Ro3_1 <= 250
roil2:Ro1_2 + Ro2_2 + Ro3_2 <= 250
roil3:Ro1_3 + Ro2_3 + Ro3_3 <= 250
roil4:Ro1_4 + Ro2_4 + Ro3_4 <= 250
roil5:Ro1_5 + Ro2_5 + Ro3_5 <= 250
roil6:Ro1_6 + Ro2_6 + Ro3_6 <= 250
aVeg11:Av1_1 <= 1000
aVeg12:Av1_2 <= 1000
aVeg13:Av1_3 <= 1000
aVeg14:Av1_4 <= 1000
aVeg15:Av1_5 <= 1000
aVeg16:Av1_6 <= 1000
aVeg17:Av1_7 = 500
aVeg21:Av2_1 <= 1000
aVeg22:Av2_2 <= 1000
aVeg23:Av2_3 <= 1000
aVeg24:Av2_4 <= 1000
aVeg25:Av2_5 <= 1000
aVeg26:Av2_6 <= 1000
aVeg27:Av2_7 = 500
aOil11:Ao1_1 <= 1000
aOil12:Ao1_2 <= 1000
aOil13:Ao1_3 <= 1000
aOil14:Ao1_4 <= 1000
aOil15:Ao1_5 <= 1000
aOil16:Ao1_6 <= 1000
aOil17:Ao1_7 = 500
aOil21:Ao2_1 <= 1000
aOil22:Ao2_2 <= 1000
aOil23:Ao2_3 <= 1000
aOil24:Ao2_4 <= 1000
aOil25:Ao2_5 <= 1000
aOil26:Ao2_6 <= 1000
aOil27:Ao2_7 = 500
aOil31:Ao3_1 <= 1000
aOil32:Ao3_2 <= 1000
aOil33:Ao3_3 <= 1000
aOil34:Ao3_4 <= 1000
aOil35:Ao3_5 <= 1000
aOil36:Ao3_6 <= 1000

```

```

aOil37:Ao3_7 = 500
d31:8.8 Rv1_1 + 6.1 Rv2_1 + 2.0 Ro1_1 + 4.2 Ro2_j + 5.0 Ro3_1 - 3 (Rv1_1 +
Rv2_1 + Ro1_1 + Ro2_1 + Ro3_1) >= 0
d32:8.8 Rv1_2 + 6.1 Rv2_2 + 2.0 Ro1_2 + 4.2 Ro2_2 + 5.0 Ro3_2 - 3 (Rv1_2 +
Rv2_2 + Ro1_2 + Ro2_2 + Ro3_2) >= 0
d33:8.8 Rv1_3 + 6.1 Rv2_3 + 2.0 Ro1_3 + 4.2 Ro2_3 + 5.0 Ro3_3 - 3 (Rv1_3 +
Rv2_3 + Ro1_3 + Ro2_3 + Ro3_3) >= 0
d34:8.8 Rv1_4 + 6.1 Rv2_4 + 2.0 Ro1_4 + 4.2 Ro2_4 + 5.0 Ro3_4 - 3 (Rv1_4 +
Rv2_4 + Ro1_4 + Ro2_4 + Ro3_4) >= 0
d35:8.8 Rv1_5 + 6.1 Rv2_5 + 2.0 Ro1_5 + 4.2 Ro2_5 + 5.0 Ro3_5 - 3 (Rv1_5 +
Rv2_5 + Ro1_5 + Ro2_5 + Ro3_5) >= 0
d36:8.8 Rv1_6 + 6.1 Rv2_6 + 2.0 Ro1_6 + 4.2 Ro2_6 + 5.0 Ro3_6 - 3 (Rv1_6 +
Rv2_6 + Ro1_6 + Ro2_6 + Ro3_6) >= 0
d61:8.8 Rv1_1 + 6.1 Rv2_1 + 2.0 Ro1_1 + 4.2 Ro2_j + 5.0 Ro3_1 - 6 (Rv1_1 +
Rv2_1 + Ro1_1 + Ro2_1 + Ro3_1) <= 0
d62:8.8 Rv1_2 + 6.1 Rv2_2 + 2.0 Ro1_2 + 4.2 Ro2_2 + 5.0 Ro3_2 - 6 (Rv1_2 +
Rv2_2 + Ro1_2 + Ro2_2 + Ro3_2) <= 0
d63:8.8 Rv1_3 + 6.1 Rv2_3 + 2.0 Ro1_3 + 4.2 Ro2_3 + 5.0 Ro3_3 - 6 (Rv1_3 +
Rv2_3 + Ro1_3 + Ro2_3 + Ro3_3) <= 0
d64:8.8 Rv1_4 + 6.1 Rv2_4 + 2.0 Ro1_4 + 4.2 Ro2_4 + 5.0 Ro3_4 - 6 (Rv1_4 +
Rv2_4 + Ro1_4 + Ro2_4 + Ro3_4) <= 0
d65:8.8 Rv1_5 + 6.1 Rv2_5 + 2.0 Ro1_5 + 4.2 Ro2_5 + 5.0 Ro3_5 - 6 (Rv1_5 +
Rv2_5 + Ro1_5 + Ro2_5 + Ro3_5) <= 0
d66:8.8 Rv1_6 + 6.1 Rv2_6 + 2.0 Ro1_6 + 4.2 Ro2_6 + 5.0 Ro3_6 - 6 (Rv1_6 +
Rv2_6 + Ro1_6 + Ro2_6 + Ro3_6) <= 0
rMenorVeg11: Cv1_1 + Av1_1 - Rv1_1 - Av1_2 = 0
rMenorVeg12: Cv1_2 + Av1_2 - Rv1_2 - Av1_3 = 0
rMenorVeg13: Cv1_3 + Av1_3 - Rv1_3 - Av1_4 = 0
rMenorVeg14: Cv1_4 + Av1_4 - Rv1_4 - Av1_5 = 0
rMenorVeg15: Cv1_5 + Av1_5 - Rv1_5 - Av1_6 = 0
rMenorVeg16: Cv1_6 + Av1_6 - Rv1_6 - Av1_7 = 0
rMenorVeg21: Cv2_1 + Av2_1 - Rv2_1 - Av2_2 = 0
rMenorVeg22: Cv2_2 + Av2_2 - Rv2_2 - Av2_3 = 0
rMenorVeg23: Cv2_3 + Av2_3 - Rv2_3 - Av2_4 = 0
rMenorVeg24: Cv2_4 + Av2_4 - Rv2_4 - Av2_5 = 0
rMenorVeg25: Cv2_5 + Av2_5 - Rv2_5 - Av2_6 = 0
rMenorVeg26: Cv2_6 + Av2_6 - Rv2_6 - Av2_7 = 0
rMenorOil11: Co1_1 + Ao1_1 - Ro1_1 - Ao1_2 = 0
rMenorOil12: Co1_2 + Ao1_2 - Ro1_2 - Ao1_3 = 0
rMenorOil13: Co1_3 + Ao1_3 - Ro1_3 - Ao1_4 = 0
rMenorOil14: Co1_4 + Ao1_4 - Ro1_4 - Ao1_5 = 0
rMenorOil15: Co1_5 + Ao1_5 - Ro1_5 - Ao1_6 = 0
rMenorOil16: Co1_6 + Ao1_6 - Ro1_6 - Ao1_7 = 0
rMenorOil21: Co2_1 + Ao2_1 - Ro2_1 - Ao2_2 = 0
rMenorOil22: Co2_2 + Ao2_2 - Ro2_2 - Ao2_3 = 0
rMenorOil23: Co2_3 + Ao2_3 - Ro2_3 - Ao2_4 = 0
rMenorOil24: Co2_4 + Ao2_4 - Ro2_4 - Ao2_5 = 0
rMenorOil25: Co2_5 + Ao2_5 - Ro2_5 - Ao2_6 = 0
rMenorOil26: Co2_6 + Ao2_6 - Ro2_6 - Ao2_7 = 0
rMenorOil31: Co3_1 + Ao3_1 - Ro3_1 - Ao3_2 = 0
rMenorOil32: Co3_2 + Ao3_2 - Ro3_2 - Ao3_3 = 0
rMenorOil33: Co3_3 + Ao3_3 - Ro3_3 - Ao3_4 = 0
rMenorOil34: Co3_4 + Ao3_4 - Ro3_4 - Ao3_5 = 0
rMenorOil35: Co3_5 + Ao3_5 - Ro3_5 - Ao3_6 = 0
rMenorOil36: Co3_6 + Ao3_6 - Ro3_6 - Ao3_7 = 0
aEneroVeg1:Av1_1 = 500
aEneroVeg2:Av2_1 = 500
aEneroOil1:Ao1_1 = 500
aEneroOil2:Ao2_1 = 500
aEneroOil3:Ao3_1 = 500
end

```

1.4. Solucion CPLEX

¿Que políticas de compras y fabricación debería seguir la empresa para maximizar los beneficios?

```

root@sabri-300E5EV-300E4EV-270E5EV-270E4EV: /opt/ibm/ILOG/CPLEX_Studio126/cplex/bin/x86-64_linux
Archivo Editar Ver Buscar Terminal Ayuda
root@sabri-300E5EV-300E4EV-270E5EV-270E4EV: /opt/ibm/ILOG/CPLEX_Studio126/cplex/bin/x86-64_linux#
./cplex

Welcome to IBM(R) ILOG(R) CPLEX(R) Interactive Optimizer 12.6.0.0
  with Simplex, Mixed Integer & Barrier Optimizers
5725-A06 5725-A29 5724-Y48 5724-Y49 5724-Y54 5724-Y55 5655-Y21
Copyright IBM Corp. 1988, 2013. All Rights Reserved.

Type 'help' for a list of available commands.
Type 'help' followed by a command name for more
information on commands.

CPLEX> read fabricaAlimentos.lp
Problem 'fabricaAlimentos.lp' read.
Read time = 0.00 sec. (0.01 ticks)
CPLEX> optimize
Tried aggregator 1 time.
LP Presolve eliminated 46 rows and 25 columns.
Aggregator did 6 substitutions.
Reduced LP has 42 rows, 77 columns, and 132 nonzeros.
Presolve time = 0.00 sec. (0.07 ticks)
Initializing dual steep norms . . .

Iteration log . . .
Iteration:   1   Dual infeasibility =          2250.000000
Iteration:   9   Dual objective     =         342500.000000

Dual simplex - Optimal: Objective = 7.95000000000e+04
Solution time = 0.00 sec. Iterations = 43 (8)
Deterministic time = 0.19 ticks (146.78 ticks/sec)

CPLEX>

```

Figura 1: Solución

```

root@sabri-300E5EV-300E4EV-270E5EV-270E4EV: /opt/ibm/ILOG/CPLEX_Studio126/cplex/bin/x86-64_linux
Archivo Editar Ver Buscar Terminal Ayuda
  with Simplex, Mixed Integer & Barrier Optimizers
5725-A06 5725-A29 5724-Y48 5724-Y49 5724-Y54 5724-Y55 5655-Y21
Copyright IBM Corp. 1988, 2013. All Rights Reserved.

Type 'help' for a list of available commands.
Type 'help' followed by a command name for more
information on commands.

CPLEX> read fabricaAlimentos.lp
Problem 'fabricaAlimentos.lp' read.
Read time = 0.00 sec. (0.01 ticks)
CPLEX> optimize
Tried aggregator 1 time.
LP Presolve eliminated 46 rows and 25 columns.
Aggregator did 6 substitutions.
Reduced LP has 42 rows, 77 columns, and 132 nonzeros.
Presolve time = 0.00 sec. (0.07 ticks)
Initializing dual steep norms . . .

Iteration log . . .
Iteration:   1   Dual infeasibility =          2250.000000
Iteration:   9   Dual objective     =         342500.000000

Dual simplex - Optimal: Objective = 7.95000000000e+04
Solution time = 0.00 sec. Iterations = 43 (8)
Deterministic time = 0.19 ticks (146.78 ticks/sec)

CPLEX> display solution variables C*
Variable Name      Solution Value
Cv1_6              700.000000
Cv2_6              500.000000
Co2_5              250.000000
Co2_6              750.000000
Co3_6              500.000000
All other variables matching 'C*' are 0.

CPLEX>

```

Figura 2: Políticas de compras


```

root@sabri-300E5EV-300E4EV-270E5EV-270E4EV: /opt/lbm/ILOG/CPLEX_Studio126/cplex/bin/x86-64_linux
Archivo Editar Ver Buscar Terminal Ayuda
CPLEX> read fabricaAlimentos.lp
Problem 'fabricaAlimentos.lp' read.
Read time = 0.00 sec. (0.01 ticks)
CPLEX> optimize
Tried aggregator 1 time.
LP Presolve eliminated 46 rows and 25 columns.
Aggregator did 6 substitutions.
Reduced LP has 42 rows, 77 columns, and 132 nonzeros.
Presolve time = 0.00 sec. (0.07 ticks)
Initializing dual steep norms . . .

Iteration log . . .
Iteration: 1 Dual infeasibility = 2250.000000
Iteration: 9 Dual objective = 342500.000000

Dual simplex - Optimal: Objective = 7.9500000000e+04
Solution time = 0.00 sec. Iterations = 43 (8)
Deterministic time = 0.19 ticks (177.00 ticks/sec)

CPLEX> display solution variables R*
Variable Name      Solution Value
RV2_1              200.000000
Ro3_1              250.000000
RV2_2              200.000000
Ro3_2              250.000000
RV1_3              100.000000
RV2_3              100.000000
Ro2_3              250.000000
RV1_4              200.000000
Ro2_4              250.000000
RV1_5              200.000000
Ro2_5              250.000000
RV1_6              200.000000
Ro2_6              250.000000
All other variables matching 'R*' are 0.
CPLEX>

```

Figura 3: Políticas de fabricacion

2. Fabricación de alimentos extensión

2.1. Enunciado 12-2

El problema y el problema posterior se basan en un modelo mas grande construido para el productor de margarina.

Se desea imponer las siguientes condiciones adicionales al problema de la fabricación de alimentos.

- La comida nunca puede estar compuesta de mas de tres aceites en un mes.
- Si se usa un aceite en un mes, se deben usar al menos 20 toneladas.
- Si se utiliza Veg 1 o Veg 2 en un mes, también se deben utilizar oil 3.

2.2. Modelo 12-2

$$Xv_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{si } Rv_{i,j} > 0 \\ 0 & \text{sino} \end{cases}$$

$$Xo_{t,j} = \begin{cases} 1 & \text{si } Ro_{i,j} > 0 \\ 0 & \text{sino} \end{cases}$$

s.a

$$Xv_{1,j} + Xv_{2,j} + Xo_{1,j} + Xo_{2,j} + Xo_{3,j} \leq 3 \quad (21)$$

$$Rv_{i,j} \geq 20 \times Xv_{i,j} \quad (22)$$

$$Ro_{t,j} \geq 20 \times Xo_{t,j} \quad (23)$$

$$Rv_{1,j} \leq Ro_{3,j} \quad (24)$$

$$Rv_{2,j} \leq Ro_{3,j} \quad (25)$$

2.3. Optimización de refinería

2.3.1. Enunciado

Una refinería de aceite compra dos aceites crudos (crudo 1 y crudo 2). Estos aceites crudos se someten a cuatro procesos: destilación, reforma, craqueo y mezclado, para producir gasolinas y combustibles que se venden.

Destilación La destilación separa cada aceite crudo en fracciones conocidas como nafta liviana, nafta media, nafta pesada, aceite liviano, aceite pesado y residuos según sus puntos de ebullición. Las naftas ligeras, medianas y pesadas tienen números de octano de 90, 80 y 70, respectivamente. Cada barril crudo produce:

	Nafta liviana	Nafta media	Nafta pesada	Aceite liviano	Aceite pesado	Residuos
Crudo 1	0.1	0.2	0.2	0.12	0.2	0.13
Crudo 2	0.15	0.25	0.18	0.08	0.19	0.12

Reforma Las naftas pueden usarse inmediatamente para mezclarse en diferentes grados de gasolina o pueden pasar por un proceso conocido como reforma. La reforma produce un producto conocido como gasolina reformada con un índice de octano de 115. Los rendimientos de gasolina reformada de cada barril de las diferentes naftas se dan de la siguiente manera:

- El barril de nafta liviana produce 0.6 barriles de gasolina reformada.
- El barril de nafta mediana produce 0.52 barriles de gasolina reformada.
- El barril de nafta pesada produce 0.45 barriles de gasolina reformada.

Craqueo Los aceites (livianos y pesados) se pueden usar directamente para mezclarlos en combustible para aviones o aceite combustible mediante un proceso conocido como craqueo catalítico. El craqueador catalítico produce aceite craqueado y gasolina craqueada. La gasolina craqueada tiene un octanaje de 105.

- El barril de aceite liviano produce 0,68 barriles de aceite craqueado y 0,28 barriles de gasolina craqueada;
- El barril de aceite pesado produce 0,75 barriles de aceite craqueado y 0,20 barriles de gasolina craqueada

El aceite craqueado se usa para mezclar aceite combustible y combustible para aviones; gasolina craqueada se utiliza para mezclar gasolina.

Residuo se puede usar para producir aceite lubricante o mezclarlo en combustible para aviones y aceite combustible:

- El barril de residuos produce 0.5 barriles de aceite lubricante.

Mezcla

Gasolinas(combustible de motor) Hay dos tipos de gasolina, regular y premium, obtenidos mezclando la nafta, la gasolina reformada y la gasolina crakeada. Las únicas restricciones que deben cumplir es que la gasolina regular debe tener un octanaje de al menos 84 y la premium al menos 94. Se supone que los números de octano se mezclan linealmente por volumen.

Combustible para aviones La restricción con respecto al combustible para aviones es que su presión de vapor no debe exceder 1 kg cm². Las presiones de vapor para aceites ligeros, pesados, craquedos y residuos son 1.0, 0.6, 1.5 y 0.05 kg cm², respectivamente. Se puede suponer nuevamente que las presiones de vapor se mezclan linealmente por volumen.

Aceite combustible Para producir aceite combustible, aceite craqueado, aceite liviano, aceite pesado y residuo se deben mezclar en una proporción de 10: 4: 3: 1. Existen limitaciones de disponibilidad y capacidad en las cantidades y procesos utilizados de la siguiente manera:

1. La disponibilidad diaria de crudo 1 es de 20000 barriles.
2. La disponibilidad diaria de crudo 2 es de 30000 barriles.
3. Como máximo 45000 barriles de crudo se pueden destilar por día.
4. Como máximo se pueden reformar 10000 barriles de nafta por día.
5. Como máximo 8000 barriles de aceite pueden ser craqueados por día.
6. La producción diaria de aceite lubricante debe estar entre 500 y 1000 barriles.
7. La gasolina premium debe ser al menos el 40 % de la producción de la gasolina regular.

Las contribuciones de ganancias de la venta de los productos finales son (en peniques por barril) de la siguiente manera:

Gasolina premium	700
Gasolina regular	600
Combustible para aviones	400
Aceite combustible	350
Aceite lubricante	150

¿Cómo deberían planificarse las operaciones de la refinería para maximizar el beneficio total?

2.3.2. Modelo

C_i : cantidad de barriles de crudo i

D_i : cantidad destilado de barriles de crudo i

NL : cantidad de nafta liviana obtenida en el proceso de destilacion

NM : cantidad de nafta mediana obtenida en el proceso de destilacion

NP : cantidad de nafta pesada obtenida en el proceso de destilacion

NL_t : cantidad de nafta liviana usada para mezclar gasolina en t

NM_t : cantidad de nafta mediana usada para mezclar gasolina en t

NP_t : cantidad de nafta pesada usada para mezclar gasolina en t

NLR : cantidad de nafta liviana que se puede refinar

NMR : cantidad de nafta mediana que se puede refinar

NPR : cantidad de nafta pesada que se puede refinar

GR_t : cantidad de gasolina reformada usada para mezclar gasolina en t

AL : cantidad de aceite liviano obtenida en el proceso de destilacion

AP : cantidad de aceite pesado obtenida en el proceso de destilacion

AL_s : cantidad de aceite liviano usado para mezclar en s

AP_s : cantidad de aceite pesado usado para mezclar en s

ALC : cantidad de aceite liviano que se puede craquear

APC : cantidad de aceite pesado que se puede craquear

GC_t : cantidad de gasolina crakeada usada para mezclar gasolina en t

AC_s : cantidad de aceite crakeado para mezclar en s

R_q : cantidad de residuo para mezclar en q

$GPrem$: cantidad gasolina premiun mezclada

$GRegu$: cantidad gasolina regular mezclada

$CAvion$: cantidad combustible de avion mezclado

$AComb$: cantidad aceite combustible mezclado

ALu : cantidad de aceite lubricante

donde $i = 1, 2$ $t = p, r$ $s = ca, ac$ $q = ca, ac, al$

$$\max 700 GPrem + 600 GRegu + 400 CAvion + 350 AComb + 150 ALu$$

s.a

$$C_1 \leq 20000 \quad (26)$$

$$C_2 \leq 30000 \quad (27)$$

$$D_1 \leq C_1 \quad (28)$$

$$D_2 \leq C_2 \quad (29)$$

$$D_1 + D_2 \leq 45000 \quad (30)$$

$$NL = 0,1D_1 + 0,15D_2 \quad (31)$$

$$NM = 0,2D_1 + 0,25D_2 \quad (32)$$

$$NP = 0,2D_1 + 0,18D_2 \quad (33)$$

$$NL_p + NL_r \leq NL \quad (34)$$

$$NM_p + NM_r \leq NM \quad (35)$$

$$NP_p + NP_r \leq NP \quad (36)$$

$$NLR = NL - (NL_p + NL_r) \quad (37)$$

$$NMR = NM - (NM_p + NM_r) \quad (38)$$

$$NPR = NP - (NP_p + NP_r) \quad (39)$$

$$GR_p + GR_r \leq 0,6NLR + 0,52NMR + 0,45NPR \quad (40)$$

$$NLR + NMR + NPR \leq 10000 \quad (41)$$

$$AL = 0,12D_1 + 0,08D_2 \quad (42)$$

$$AP = 0,19D_1 + 0,12D_2 \quad (43)$$

$$AL_{ca} + AL_{ac} \leq AL \quad (44)$$

$$AP_{ca} + AP_{ac} \leq AP \quad (45)$$

$$ALC = AL - (AL_{ca} + AL_{ac}) \quad (46)$$

$$APC = AP - (AP_{ca} + AP_{ac}) \quad (47)$$

$$ALC + APC \leq 8000 \quad (48)$$

$$AC_{ca} + AC_{ac} \leq 0,68ALC + 0,75APC \quad (49)$$

$$GC_p + GC_r \leq 0,28ALC + 0,20APC \quad (50)$$

$$R_{ca} + R_{ac} + R_{al} \leq 0,13D_1 + 0,12D_2 \quad (51)$$

$$ALu \leq 0,5R_{al} \quad (52)$$

$$ALu \geq 500 \quad (53)$$

$$ALu \leq 1000 \quad (54)$$

$$GPrem \leq NL_p + NM_p + NP_p + GR_p + GC_p \quad (55)$$

$$GReg \leq NL_r + NM_r + NP_r + GR_r + GC_r \quad (56)$$

$$(90NL_p + 80NM_p + 70NP_p + 115GR_p + 105GC_p) \div GPrem \geq 94 \quad (57)$$

$$(90NL_r + 80NM_r + 70NP_r + 115GR_r + 105GC_r) \div GReg \geq 84 \quad (58)$$

$$(GPrem \times 100) \div GReg \leq 40 \quad (59)$$

$$CAvion \leq AL_{ca} + AP_{ca} + AC_{ca} + R_{ca} \quad (60)$$

$$(1,0AL_{ca} + 0,6AP_{ca} + 1,5AC_{ca} + 0,05R_{ca}) \div CAvion \leq 1 \quad (61)$$

$$AComb \leq (1/10)AL_{ac} + (1/4)AP_{ac} + (1/3)AC_{ac} + R_{ac} \quad (62)$$

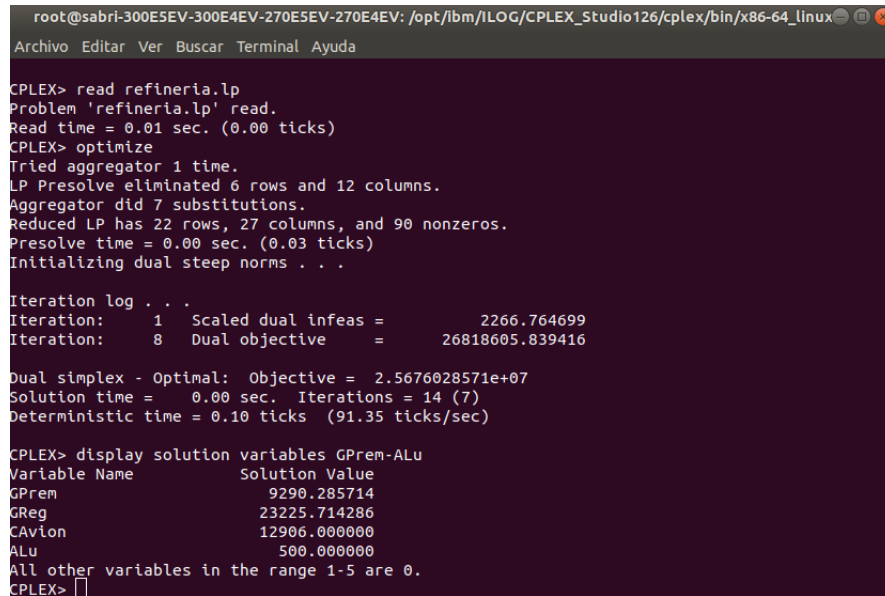
2.3.3. Modelo CPLEX

```

\ENCODING=ISO-8859-1
\Problem name: sabrina
Maximize
  obj: 700 GPrem + 600 GReg + 400 CAVion + 350 Acomb + 150 ALu
Subject To
  c1:C1 <= 20000
  c2:C2 <= 30000
  c3:D1 - C1 <= 0
  c4:D2 - C2 <= 0
  c5:D1 + D2 <= 45000
  c6:NL - 0.1 D1 - 0.15 D2 = 0
  c7:NM - 0.2 D1 - 0.25 D2 = 0
  c8:NP - 0.2 D1 - 0.18 D2 = 0
  c9:NLp + NLR - NL <= 0
  c10:NMp + NMr - NM <= 0
  c11:NPP + NPr - NP <= 0
  c12:NLR - NL + (NLp + NLR) = 0
  c13:NMR - NM + (NMp + NMr) = 0
  c14:NPR - NP - (NPP + NPr) = 0
  c15:GRp + GRr - 0.6 NLR - 0.52 NMR - 0.45 NPR <= 0
  c16:NLR + NMR + NPR <= 10000
  c17:AL - 0.12 D1 - 0.08 D2 = 0
  c18:AP - 0.19 D1 - 0.12 D2 = 0
  c19:ALca + ALac - AL <= 0
  c20:APca + APac - AP <= 0
  c21:ALC - AL + ALca + ALac = 0
  c22:APC - AP + APca + APac = 0
  c23:ALC + APC <= 8000
  c24:ACca + ACac - 0.68 ALC - 0.75 APC <= 0
  c25:GCp + GCr - 0.28 ALC - 0.20 APC <= 0
  c26:Rca + Rac + Ral - 0.13 D1 - 0.12 D2 <= 0
  c27:GPrem - NLp - NMp - NPP - GRp - GCp <= 0
  c28:GReg - NLR - NMr - NPr - GRr - GCr <= 0
  c29:90 NLp + 80 NMp + 70 NPP + 115 GRp + 105 GCp - 94 GPrem >= 0
  c30:90 NLR + 80 NMr + 70 NPr + 115 GRr + 105 GCr - 84 GReg >= 0
  c31:100 GPrem - 40 GReg <= 0
  c32:CAVion - ALca - APca - ACca - Rca <= 0
  c33:(1.0 ALca + 0.6 APca + 1.5 ACca + 0.05 Rca) - CAVion <= 0
  c34:Acomb - 0.1 ALac - 0.25 APac - 0.3 ACac - Rac <= 0
  c35:ALu - 0.5 Ral <= 0
Bounds
  500 <= ALu <= 1000
End

```

2.3.4. Solucion CPLEX



```
root@sabri-300E5EV-300E4EV-270E5EV-270E4EV: /opt/IBM/ILOG/CPLEX_Studio126/cplex/bin/x86-64_linux
Archivo Editar Ver Buscar Terminal Ayuda

CPLEX> read refineria.lp
Problem 'refineria.lp' read.
Read time = 0.01 sec. (0.00 ticks)
CPLEX> optimize
Tried aggregator 1 time.
LP Presolve eliminated 6 rows and 12 columns.
Aggregator did 7 substitutions.
Reduced LP has 22 rows, 27 columns, and 90 nonzeros.
Presolve time = 0.00 sec. (0.03 ticks)
Initializing dual steep norms . . .

Iteration log . . .
Iteration:   1   Scaled dual infeas =          2266.764699
Iteration:   8   Dual objective      =        26818605.839416

Dual simplex - Optimal: Objective =  2.5676028571e+07
Solution time =  0.00 sec. Iterations = 14 (7)
Deterministic time = 0.10 ticks (91.35 ticks/sec)

CPLEX> display solution variables GPrem-ALu
Variable Name      Solution Value
GPrem              9290.285714
GReg               23225.714286
CAVion             12906.000000
ALu                500.000000
All other variables in the range 1-5 are 0.
CPLEX>
```

Figura 4: SolucionRefineria

3. Mercado compartido

3.1. Enunciado

Una compañía grande tiene dos divisiones, D1 y D2. La compañía provee a los minoristas con aceite y alcohol. Esta es una versión mucho más pequeña del problema al que se enfrentaron British Petroleum y Shell cuando se vieron obligados a abandonar, una de las divisiones más grandes de la historia. El modelo original resultó imposible de resolver en 1972.

Se desea asignar a cada minorista una división D1 o D2. Esta división será el proveedor del minorista. En la medida de lo posible, esta división debe realizarse de modo que D1 controle el 40 % del mercado y D2 el 60 % restante. Los minoristas se enumeran a continuación como M1 a M23. Cada minorista tiene un mercado estimado para aceite y alcohol. Los minoristas M1 a M8 están en la región 1; los minoristas M9 a M18 están en la región 2 y los minoristas M19 a M23 están en la región 3. Se considera que algunos minoristas tienen buenas perspectivas de crecimiento y se clasifican en el grupo A y los otros en el grupo B. Cada minorista tiene un cierto número de puntos de entrega, como se indica a continuación. Se desea dividir la división 40/60 entre D1 y D2 en cada uno de los siguientes aspectos:

1. Número total de puntos de entrega
2. Control de mercado de alcohol
3. Control de mercado de aceite en la región 1
4. Control de mercado de aceite en la región 2
5. Control de mercado de aceite en la región 3
6. Numero de minoristas en el grupo A
7. Numero de minoristas en el grupo B

Existe cierta flexibilidad en cuanto a que cualquier acción puede variar en $\pm 5\%$. Esa es la parte puede muy entre los límites 35/65 y 45/55.

El objetivo principal es encontrar una solución factible. Sin embargo, si hay alguna opción, los posibles objetivos son (i) minimizar la suma de las desviaciones porcentuales de la división 40/60 y (ii) minimizar la desviación máxima.

Cree un modelo para ver si el problema tiene una solución viable y, de ser así, encuentre las soluciones óptimas.

Los datos numéricos se dan en la siguiente tabla:

3.2. Modelo

$D1PEM_i$: indica si M_i esta en la división D1 segun el punto de entrega
 $TD1PE$: total de puntos de entrega de los M_i en la división D1
 $PorcPuntoEntregaD1$: pocentaje de puntos de entrega de los M_i en la división D1
 $D2PEaM_i$: indica si M_i esta en la división D2 segun el punto de entrega
 $TD2PE$: total de puntos de entrega de los M_i en la división D2
 $PorcPuntoEntregaD2$: pocentaje de puntos de entrega de los M_i en la división D2
 $D1MAM_i$: indica si M_i esta en la división D1 segun el mercado de alcohol
 $TD1MA$: total de mercado alcohol de los M_i en la división D1
 $PorcMAlcoholD1$: porcentaje de mercado alcohol de los M_i en la división D1
 $D2MAM_i$: indica si M_i esta en la división D2 segun el mercado de alcohol
 $TD2MA$: total de mercado alcohol de los M_i en la división D2
 $PorcMAlcoholD2$: porcentaje de mercado alcohol de los M_i en la división D2
 $D1R1M_i$: indica si M_i esta en la división D1 segun la región 1
 $TD1R1$: total de region 1 de los M_i en la división D1
 $PorcRegion1D1$: porcentaje de region 1 de los M_i en la división D1
 $D2R1M_i$: indica si M_i esta en la división D2 segun la región 1
 $TD2R1$: total de region 1 de los M_i en la división D2
 $PorcRegion1D2$: porcentaje de region 1 de los M_i en la división D2
 $D1R2M_i$: indica si M_i esta en la división D1 segun la región 2
 $TD1R2$: total de region 2 de los M_i en la división D1
 $PorcRegion2D1$: porcentaje de region 2 de los M_i en la división D1
 $D2R2M_i$: indica si M_i esta en la división D2 segun la región 2
 $TD2R2$: total de region 2 de los M_i en la división D2
 $PorcRegion2D2$: porcentaje de region 2 de los M_i en la división D2
 $D1R3M_i$: indica si M_i esta en la división D1 segun la región 3
 $TD1R3$: total de region 3 de los M_i en la división D1
 $PorcRegion3D1$: porcentaje de region 3 de los M_i en la división D1
 $D2R3M_i$: indica si M_i esta en la división D2 segun la región 3
 $TD2R3$: total de region 3 de los M_i en la división D2
 $PorcRegion3D2$: porcentaje de region 3 de los M_i en la división D2
 $D1GAM_i$: indica si M_i esta en la división D1 segun grupo A
 $TD1GA$: total de categoria A de los M_i en la división D1
 $PorcGrupoAD1$: porcentaje de categoria A de los M_i en la división D1
 $D2GAM_i$: indica si M_i esta en la división D2 segun grupo A
 $TD2GA$: total de categoria A de los M_i en la división D2
 $PorcGrupoAD2$: porcentaje de categoria A de los M_i en la división D2
 $D1GBM_i$: indica si M_i esta en la división D1 segun grupo B
 $TD1GB$: total de categoria B de los M_i en la división D1
 $PorcGrupoBD1$: porcentaje de categoria B de los M_i en la división D1
 $D2GBM_i$: indica si M_i esta en la división D2 segun grupo B
 $TD2GB$: total de categoria B de los M_i en la división D2
 $PorcGrupoBD2$: porcentaje de categoria B de los M_i en la división D2

max

sujeto a

Suma total de puntos de entrega de los minoristas M i en D1

$$TD1PE = 11D1PEM_1 + 47D1PEM_2 + 44D1PEM_3 + 25D1PEM_4 + \\ 10D1PEM_5 + 26D1PEM_6 + 26D1PEM_7 + 54D1PEM_8 + \\ 18D1PEM_9 + 51D1PEM_{10} + 20D1PEM_{11} + 105D1PEM_{12} + \\ 7D1PEM_{13} + 16D1PEM_{14} + 34D1PEM_{15} + 100D1PEM_{16} + \\ 50D1PEM_{17} + 21D1PEM_{18} + 11D1PEM_{19} + 19D1PEM_{20} + \\ 14D1PEM_{21} + 10D1PEM_{22} + 11D1PEM_{23}$$

Suma total de puntos de entrega de los minoristas M i en D2

$$TD2PE = 11D2PEM_1 + 47D2PEM_2 + 44D2PEM_3 + 25D2PEM_4 + \\ 10D2PEM_5 + 26D2PEM_6 + 26D2PEM_7 + 54D2PEM_8 + \\ 18D2PEM_9 + 51D2PEM_{10} + 20D2PEM_{11} + 105D2PEM_{12} + \\ 7D2PEM_{13} + 16D2PEM_{14} + 34D2PEM_{15} + 100D2PEM_{16} + \\ 50D2PEM_{17} + 21D2PEM_{18} + 11D2PEM_{19} + 19D2PEM_{20} + \\ 14D2PEM_{21} + 10D2PEM_{22} + 11D2PEM_{23}$$

La suma de los minorista de puntos de entrega en D1 y D2 deben ser 23

$$23 = D1PEM_1 + D1PEM_2 + D1PEM_3 + D1PEM_4 + D1PEM_5 + D1PEM_6 + \\ D1PEM_7 + D1PEM_8 + D1PEM_9 + D1PEM_{10} + D1PEM_{11} + D1PEM_{12} + \\ D1PEM_{13} + D1PEM_{14} + D1PEM_{15} + D1PEM_{16} + D1PEM_{17} + \\ D1PEM_{18} + D1PEM_{19} + D1PEM_{20} + D1PEM_{21} + D1PEM_{22} + \\ D1PEM_{23} + D2PEM_1 + D2PEM_2 + D2PEM_3 + D2PEM_4 + D2PEM_5 + \\ D2PEM_6 + D2PEM_7 + D2PEM_8 + D2PEM_9 + D2PEM_{10} + D2PEM_{11} + \\ D2PEM_{12} + D2PEM_{13} + D2PEM_{14} + D2PEM_{15} + D2PEM_{16} + D2PEM_{17} + \\ D2PEM_{18} + D2PEM_{19} + D2PEM_{20} + D2PEM_{21} + D2PEM_{22} + D2PEM_{23}$$

Suma total de mercado alcohol de los M i en la división D1

$$TD1MA = 34D1MAM_1 + 411D1MAM_2 + 82D1MAM_3 + 157D1MAM_4 + \\ 5D1MAM_5 + 183D1MAM_6 + 14D1MAM_7 + 215D1MAM_8 + \\ 102D1MAM_9 + 21D1MAM_{10} + 54D1MAM_{11} + 0D1MAM_{12} + \\ 6D1MAM_{13} + 96D1MAM_{14} + 118D1MAM_{15} + 112D1MAM_{16} + \\ 535D1MAM_{17} + 8D1MAM_{18} + 53D1MAM_{19} + 28D1MAM_{20} + \\ 69D1MAM_{21} + 65D1MAM_{22} + 27D1MAM_{23}$$

Suma total de mercado alcohol de los M i en la división D2

$$TD2MA = 34D2MAM_1 + 411D2MAM_2 + 82D2MAM_3 + 157D2MAM_4 + 5D2MAM_5 + 183D2MAM_6 + 14D2MAM_7 + 215D2MAM_8 + 102D2MAM_9 + 21D2MAM_{10} + 54D2MAM_{11} + 0D2MAM_{12} + 6D2MAM_{13} + 96D2MAM_{14} + 118D2MAM_{15} + 112D2MAM_{16} + 535D2MAM_{17} + 8D2MAM_{18} + 53D2MAM_{19} + 28D2MAM_{20} + 69D2MAM_{21} + 65D2MAM_{22} + 27D2MAM_{23}$$

La suma de los minorista de mercado alcohol en D1 y D2 deben ser 23

$$23 = D1MAM_1 + D1MAM_2 + D1MAM_3 + D1MAM_4 + D1MAM_5 + D1MAM_6 + D1MAM_7 + D1MAM_8 + D1MAM_9 + D1MAM_{10} + D1MAM_{11} + D1MAM_{12} + D1MAM_{13} + D1MAM_{14} + D1MAM_{15} + D1MAM_{16} + D1MAM_{17} + D1MAM_{18} + D1MAM_{19} + D1MAM_{20} + D1MAM_{21} + D1MAM_{22} + D1MAM_{23} + D2MAM_1 + D2MAM_2 + D2MAM_3 + D2MAM_4 + D2MAM_5 + D2MAM_6 + D2MAM_7 + D2MAM_8 + D2MAM_9 + D2MAM_{10} + D2MAM_{11} + D2MAM_{12} + D2MAM_{13} + D2MAM_{14} + D2MAM_{15} + D2MAM_{16} + D2MAM_{17} + D2MAM_{18} + D2MAM_{19} + D2MAM_{20} + D2MAM_{21} + D2MAM_{22} + D2MAM_{23}$$

Total mercado aceite region 1 de los M i en la división D1

$$TD1R1 = 9D1R1M_1 + 13D1R1M_2 + 14D1R1M_3 + 17D1R1M_4 + 18D1R1M_5 + 19D1R1M_6 + 23D1R1M_7 + 21D1R1M_8$$

Total mercado aceite region 1 de los M i en la división D2

$$TD2R1 = 9D2R1M_1 + 13D2R1M_2 + 14D2R1M_3 + 17D2R1M_4 + 18D2R1M_5 + 19D2R1M_6 + 23D2R1M_7 + 21D2R1M_8$$

Total mercado de aceite region 2 de los M i en la división D1

$$TD1R2 = 9D1R2M_9 + 11D1R2M_{10} + 17D1R2M_{11} + 18D1R2M_{12} + 18D1R2M_{13} + 17D1R2M_{14} + 22D1R2M_{15} + 24D1R2M_{16} + 36D1R2M_{17} + 43D1R2M_{18}$$

Total mercado de aceite region 2 de los M i en la división D2

$$TD2R2 = 9D2R2M_9 + 11D2R2M_{10} + 17D2R2M_{11} + 18D2R2M_{12} + 18D2R2M_{13} + 17D2R2M_{14} + 22D2R2M_{15} + 24D2R2M_{16} + 36D2R2M_{17} + 43D2R2M_{18}$$

Total mercado de aceite region 3 de los M i en la división D1

$$TD1R3 = 6D1R3M_{19} + 15D1R3M_{20} + 15D1R3M_{21} + 25D1R3M_{22} + 39D1R3M_{23}$$

Total mercado de aceite region 3 de los M i en la división D2

$$TD2R3 = 6D2R3M_{19} + 15D2R3M_{20} + 15D2R3M_{21} + 25D2R3M_{22} + 39D2R3M_{23}$$

La suma de los minorista de mercado de aceite de las regiones 1,2 y 3 de los M i en la división en D1 y D2 deben ser 23

$$\begin{aligned} 23 = & D1R1M_1 + D1R1M_2 + D1R1M_3 + D1R1M_4 + D1R1M_5 + D1R1M_6 + D1R1M_7 + D1R1M_8 \\ & + D2R1M_1 + D2R1M_2 + D2R1M_3 + D2R1M_4 + D2R1M_5 + D2R1M_6 + D2R1M_7 + D2R1M_8 \\ & + D1R2M_9 + D1R2M_{10} + D1R2M_{11} + D1R2M_{12} + D1R2M_{13} + D1R2M_{14} + D1R2M_{15} \\ & + D1R2M_{16} + D1R2M_{17} + D1R2M_{18} + D2R2M_9 + D2R2M_{10} + D2R2M_{11} + D2R2M_{12} \\ & + D2R2M_{13} + D2R2M_{14} + D2R2M_{15} + D2R2M_{16} + D2R2M_{17} + D2R2M_{18} + D1R3M_{19} \\ & + D1R3M_{20} + D1R3M_{21} + D1R3M_{22} + D1R3M_{23} + D2R3M_{19} + D2R3M_{20} + D2R3M_{21} \\ & + D2R3M_{22} + D2R3M_{23} \end{aligned}$$

Total de categoria A de los M i en la división D1

$$\begin{aligned} TD1GA = & D1GAM_1 + D1GAM_2 + D1GAM_3 + D1GAM_5 + D1GAM_6 + \\ & D1GAM_{10} + D1GAM_{15} + D1GAM_{20} \end{aligned}$$

Total de categoria A de los M i en la división D2

$$\begin{aligned} TD2GA = & D2GAM_1 + D2GAM_2 + D2GAM_3 + D2GAM_5 + D2GAM_6 + \\ & D2GAM_{10} + D2GAM_{15} + D2GAM_{20} \end{aligned}$$

Total de categoria B de los M i en la división D1

$$\begin{aligned} TD1GB = & D1GAM_4 + D1GAM_7 + D1GAM_8 + D1GAM_9 + D1GAM_{11} + \\ & D1GAM_{12} + D1GAM_{13} + D1GAM_{14} + D1GAM_{16} + D1GAM_{17} + \\ & D1GAM_{18} + D1GAM_{19} + D1GAM_{21} + D1GAM_{22} + D1GAM_{23} \end{aligned}$$

Total de categoria B de los M i en la división D2

$$\begin{aligned} TD2GB = & D2GAM_4 + D2GAM_7 + D2GAM_8 + D2GAM_9 + D2GAM_{11} + \\ & D2GAM_{12} + D2GAM_{13} + D2GAM_{14} + D2GAM_{16} + D2GAM_{17} + \\ & D2GAM_{18} + D2GAM_{19} + D2GAM_{21} + D2GAM_{22} + D2GAM_{23} \end{aligned}$$

La suma de los minorista de la categoria A y B en la división en D1 y D2 deben ser 23

$$\begin{aligned} 23 = & D1GAM_1 + D1GAM_2 + D1GAM_3 + D1GAM_5 + D1GAM_6 + D1GAM_{10} \\ & + D1GAM_{15} + D1GAM_{20} + D2GAM_1 + D2GAM_2 + D2GAM_3 + D2GAM_5 \\ & + D2GAM_6 + D2GAM_{10} + D2GAM_{15} + D2GAM_{20} + D1GAM_4 \\ & + D1GAM_7 + D1GAM_8 + D1GAM_9 + D1GAM_{11} + D1GAM_{12} + D1GAM_{13} \\ & + D1GAM_{14} + D1GAM_{16} + D1GAM_{17} + D1GAM_{18} + D1GAM_{19} \\ & + D1GAM_{21} + D1GAM_{22} + D1GAM_{23} + D2GAM_4 + D2GAM_7 + D2GAM_8 \\ & + D2GAM_9 + D2GAM_{11} + D2GAM_{12} + D2GAM_{13} + D2GAM_{14} \\ & + D2GAM_{16} + D2GAM_{17} + D2GAM_{18} + D2GAM_{19} + D2GAM_{21} \\ & + D2GAM_{22} + D2GAM_{23} \end{aligned}$$

Se desea hacer la división 40/60 entre D1 y D2, flexibilidad en cuanto a que cualquier acción puede variar en $\pm 5\%$, osea los límites 35/65 y 45/55.

Puntos de entrega Obtenemos los porcentajes de los puntos de entrega de D1 y D2.

$$PorcPuntoEntregaD1 = TD1PE \times 100 \div (TD1PE + TD2PE) \quad (63)$$

$$PorcPuntoEntregaD2 = TD2PE \times 100 \div (TD1PE + TD2PE) \quad (64)$$

La suma de los porcentajes tiene que ser igual al 100 %

$$PorcPuntoEntregaD1 + PorcPuntoEntregaD2 = 100 \quad (65)$$

D1 tiene que moverse entre 35 y 45 %

$$PorcPuntoEntregaD1 \geq 35 \quad (66)$$

$$PorcPuntoEntregaD1 \leq 45 \quad (67)$$

D2 tiene que moverse entre 55 y 65 %

$$PorcPuntoEntregaD2 \geq 55 \quad (68)$$

$$PorcPuntoEntregaD2 \leq 65 \quad (69)$$

Mercado de alcohol Obtenemos los porcentajes de los mercados de alcohol de D1 y D2.

$$PorcMAlcoholD1 = TD1MA \times 100 \div (TD1MA + TD2MA) \quad (70)$$

$$PorcMAlcoholD2 = TD2MA \times 100 \div (TD1MA + TD2MA) \quad (71)$$

La suma de los porcentajes tiene que ser igual al 100 %

$$PorcMAlcoholD1 + PorcMAlcoholD2 = 100 \quad (72)$$

D1 tiene que moverse entre 35 y 45 %

$$PorcMAlcoholD1 \geq 35 \quad (73)$$

$$PorcMAlcoholD1 \leq 45 \quad (74)$$

D2 tiene que moverse entre 55 y 65 %

$$PorcMAlcoholD2 \geq 55 \quad (75)$$

$$PorcMAlcoholD2 \leq 65 \quad (76)$$

Región 1 Obtenemos los porcentajes de la región 1 de D1 y D2.

$$PorcRegion1D1 = TD1R1 \times 100 \div (TD1R1 + TD2R1) \quad (77)$$

$$PorcRegion1D2 = TD2R1 \times 100 \div (TD1R1 + TD2R1) \quad (78)$$

La suma de los porcentajes tiene que ser igual al 100 %

$$PorcRegion1D1 + PorcRegion1D2 = 100 \quad (79)$$

D1 tiene que moverse entre 35 y 45 %

$$PorcRegion1D1 \geq 35 \quad (80)$$

$$PorcRegion1D1 \leq 45 \quad (81)$$

D2 tiene que moverse entre 55 y 65 %

$$PorcRegion1D2 \geq 55 \quad (82)$$

$$PorcRegion1D2 \leq 65 \quad (83)$$

Región 2 Obtenemos los porcentajes de la región 2 de D1 y D2.

$$PorcRegion2D1 = TD1R2 \times 100 \div (TD1R2 + TD2R2) \quad (84)$$

$$PorcRegion2D2 = TD2R2 \times 100 \div (TD1R2 + TD2R2) \quad (85)$$

La suma de los porcentajes tiene que ser igual al 100 %

$$PorcRegion2D1 + PorcRegion2D2 = 100 \quad (86)$$

D1 tiene que moverse entre 35 y 45 %

$$PorcRegion2D1 \geq 35 \quad (87)$$

$$PorcRegion2D1 \leq 45 \quad (88)$$

D2 tiene que moverse entre 55 y 65 %

$$PorcRegion2D2 \geq 55 \quad (89)$$

$$PorcRegion2D2 \leq 65 \quad (90)$$

Región 3 Obtenemos los porcentajes de la región 3 de D1 y D2.

$$PorcRegion3D1 = TD1R3 \times 100 \div (TD1R3 + TD2R3) \quad (91)$$

$$PorcRegion3D2 = TD2R3 \times 100 \div (TD1R3 + TD2R3) \quad (92)$$

La suma de los porcentajes tiene que ser igual al 100 %

$$PorcRegion3D1 + PorcRegion3D2 = 100 \quad (93)$$

D1 tiene que moverse entre 35 y 45 %

$$PorcRegion3D1 \geq 35 \quad (94)$$

$$PorcRegion3D1 \leq 45 \quad (95)$$

D2 tiene que moverse entre 55 y 65 %

$$PorcRegion3D2 \geq 55 \quad (96)$$

$$PorcRegion3D2 \leq 65 \quad (97)$$

Grupo A Obtenemos los porcentajes del grupo A de D1 y D2.

$$PorcGrupoAD1 = TD1GA \times 100 \div (TD1GA + TD2GA) \quad (98)$$

$$PorcGrupoAD2 = TD2GA \times 100 \div (TD1GA + TD2GA) \quad (99)$$

La suma de los porcentajes tiene que ser igual al 100 %

$$PorcGrupoAD1 + PorcGrupoAD2 = 100 \quad (100)$$

D1 tiene que moverse entre 35 y 45 %

$$PorcGrupoAD1 \geq 35 \quad (101)$$

$$PorcGrupoAD1 \leq 45 \quad (102)$$

D2 tiene que moverse entre 55 y 65 %

$$PorcGrupoAD2 \geq 55 \quad (103)$$

$$PorcGrupoAD2 \leq 65 \quad (104)$$

Grupo B Obtenemos los porcentajes del grupo B de D1 y D2.

$$PorcGrupoBD1 = TD1GB \times 100 \div (TD1GB + TD2GB) \quad (105)$$

$$PorcGrupoBD2 = TD2GB \times 100 \div (TD1GB + TD2GB) \quad (106)$$

La suma de los porcentajes tiene que ser igual al 100 %

$$PorcGrupoBD1 + PorcGrupoBD2 = 100 \quad (107)$$

D1 tiene que moverse entre 35 y 45 %

$$PorcGrupoBD1 \geq 35 \quad (108)$$

$$PorcGrupoBD1 \leq 45 \quad (109)$$

D2 tiene que moverse entre 55 y 65 %

$$PorcGrupoBD2 \geq 55 \quad (110)$$

$$PorcGrupoBD2 \leq 65 \quad (111)$$

4. Generación de energía

4.1. Enunciado 12.5

Varias centrales eléctricas se comprometen a cumplir las siguientes demandas de carga de electricidad durante un día:

12 pm a 6 am	15000 MW
6 am a 9 am	30000 MW
9 am a 3 pm	25000 MW
3 pm a 6 pm	40000 MW
6 pm a 12 pm	27000 MW

Hay tres tipos de unidades generadoras disponibles: 12 de tipo 1, 10 de tipo 2 y cinco de tipo 3. Cada generador tiene que funcionar entre un nivel mínimo y un nivel máximo. Hay un costo por hora de funcionamiento de cada generador al nivel mínimo. Además, hay un costo adicional por hora por cada megavatio en el que se opera una unidad por encima del nivel mínimo. Iniciar un generador también implica un costo. Toda esta información se da en la tabla 12.6 (con costos en £).

	Nivel Minimo	Nivel Maximo	Costo por hora como minimo	Costo por hora por megavatio > minimo	Costo
Type 1	850 MW	2000 MW	1000	2	2000
Type 2	1250 MW	1750 MW	2600	1.30	1000
Type 3	1500 MW	4000 MW	3000	3	500

Además de cumplir con las demandas de carga estimadas, debe haber suficientes generadores trabajando en todo momento para que sea posible cumplir con un aumento en la carga de hasta 15 %. Este aumento tendría que lograrse ajustando la producción de los generadores que ya operan dentro de sus límites permitidos.

¿Qué generadores deberían estar trabajando en qué períodos del día para minimizar el costo total?

¿Cuál es el costo marginal de producción de electricidad en cada período del día?; es decir, ¿qué aranceles deberían cobrarse?

¿Cuál sería el ahorro de reducir la garantía de reserva del aumento en la carga de hasta el 15 %? es decir, ¿cuánto cuesta esta garantía de reserva de suministro?

4.2. Modelo 12.5

$T12a6_i$: # de generadores tipo i usados desde 12 pm a 6 am
 $C12a6_i$: # de energia proporcionada por generador tipo i desde 12 pm a 6 am
 $F12a6_i$: # de energia con costo adicional generador tipo i desde 12 pm a 6 am
 $P12a6_i$: costo total generador tipo i desde 12 pm a 6 am
 $PF12a6$: costo total 12 pm a 6 am
 $T6a9_i$: # de generadores tipo i usados desde 6 am a 9 am
 $C6a9_i$: # de energia proporcionada por generador tipo i desde 6 am a 9 am
 $F6a9_i$: # de energia con costo adicional generador tipo i desde 6 am a 9 am
 $P6a9_i$: costo total generador tipo i desde 6 am a 9 am
 $PF6a9$: costo total 6 am a 9 am
 $T9a3_i$: # de generadores tipo i usados desde 9 am a 3 pm
 $C9a3_i$: # de energia proporcionada por generador tipo i desde 9 am a 3 pm
 $F9a3_i$: # de energia con costo adicional generador tipo i desde 9 am a 3 pm
 $P9a3_i$: costo total generador tipo i desde 9 am a 3 pm
 $PF9a3$: costo total 9 am a 3 pm
 $T3a6_i$: # de generadores tipo i usados desde 3 pm a 6 pm
 $C3a6_i$: # de energia proporcionada por generador tipo i desde 3 pm a 6 pm
 $F3a6_i$: # de energia con costo adicional generador tipo i desde 3 pm a 6 pm
 $P3a6_i$: costo total generador tipo i desde 3 pm a 6 pm
 $PF3a6$: costo total 3 pm a 6 pm
 $T6a12_i$: # de generadores tipo i usados desde 6 pm a 12 pm
 $C6a12_i$: # de energia proporcionada por generador tipo i desde 6 pm a 12 pm
 $F6a12_i$: # de energia con costo adicional generador tipo i desde 6 pm a 12 pm
 $P6a12_i$: costo total generador tipo i desde 6 pm a 12 pm
 $PF6a12$: costo total 6 pm a 12 pm
donde $i = 1, 2, 3$

$$\min PF12a6 + PF6a9 + PF9a3 + PF3a6 + PF6a12$$

s.a

$$T12a6_1 \leq 12 \quad (112)$$

$$T6a9_1 \leq 12 \quad (113)$$

$$T9a3_1 \leq 12 \quad (114)$$

$$T3a6_1 \leq 12 \quad (115)$$

$$T6a12_1 \leq 12 \quad (116)$$

$$T12a6_2 \leq 10 \quad (117)$$

$$T6a9_2 \leq 10 \quad (118)$$

$$T9a3_2 \leq 10 \quad (119)$$

$$T3a6_2 \leq 10 \quad (120)$$

$$T6a12_2 \leq 10 \quad (121)$$

$$T12a6_3 \leq 5 \quad (122)$$

$$T6a9_3 \leq 5 \quad (123)$$

$$T9a3_3 \leq 5 \quad (124)$$

$$T3a6_3 \leq 5 \quad (125)$$

$$T6a12_3 \leq 5 \quad (126)$$

$$C12a6_1 \geq 850T12a6_1 \quad (127)$$

$$C12a6_1 \leq 2000T12a6_1 \quad (128)$$

$$E12a6_1 = C12a6_1 - 850T12a6_1 \quad (129)$$

$$P12a6_1 = 2000 + 2 E12a6_1 + 6 \ 1000 \ T12a6_1 \quad (130)$$

$$C12a6_2 \geq 1250T12a6_2 \quad (131)$$

$$C12a6_2 \leq 1750T12a6_2 \quad (132)$$

$$E12a6_2 = C12a6_2 - 1250T12a6_2 \quad (133)$$

$$P12a6_2 = 1000 + 1,30 \ E12a6_2 + 6 \ 2600 \ T12a6_2 \quad (134)$$

$$C12a6_3 \geq 1500T12a6_3 \quad (135)$$

$$C12a6_3 \leq 4000T12a6_3 \quad (136)$$

$$E12a6_3 = C12a6_3 - 1500T12a6_3 \quad (137)$$

$$P12a6_3 = 500 + 3 \ E12a6_3 + 6 \ 3000 \ T12a6_3 \quad (138)$$

$$PF12a6 = P12a6_1 + P12a6_2 + P12a6_3 \quad (139)$$

$$C6a9_1 \geq 850T6a9_1 \quad (140)$$

$$C6a9_1 \leq 2000T6a9_1 \quad (141)$$

$$E6a9_1 = C6a9_1 - 850T6a9_1 \quad (142)$$

$$P6a9_1 = 2000 + 2E6a9_1 + 3 \ 1000 \ T6a9_1 \quad (143)$$

$$C6a9_2 \geq 1250T6a9_2 \quad (144)$$

$$C6a9_2 \leq 1750T6a9_2 \quad (145)$$

$$E6a9_2 = C6a9_2 - 1250T6a9_2 \quad (146)$$

$$P6a9_2 = 1000 + 1,30E6a9_2 + 3 \ 2600 \ T6a9_2 \quad (147)$$

$$C6a9_3 \geq 1500T6a9_3 \quad (148)$$

$$C6a9_3 \leq 4000T6a9_3 \quad (149)$$

$$E6a9_3 = C6a9_3 - 1500T6a9_3 \quad (150)$$

$$P6a9_3 = 500 + 3 \ E6a9_3 + 3 \ 3000 \ T6a9_3 \quad (151)$$

$$PF6a9 = P6a9_1 + P6a9_2 + P6a9_3 \quad (152)$$

$$C9a3_1 \geq 850T9a3_1 \quad (153)$$

$$C9a3_1 \leq 2000T9a3_1 \quad (154)$$

$$E9a3_1 = C9a3_1 - 850T9a3_1 \quad (155)$$

$$P9a3_1 = 2000 + 2 E9a3_1 + 6 \ 1000 \ T9a3_1 \quad (156)$$

$$C9a3_2 \geq 1250T9a3_2 \quad (157)$$

$$C9a3_2 \leq 1750T9a3_2 \quad (158)$$

$$E9a3_2 = C9a3_2 - 1250T9a3_2 \quad (159)$$

$$P9a3_2 = 1000 + 1,30 \ E9a3_2 + 6 \ 2600 \ T9a3_2 \quad (160)$$

$$C9a3_3 \geq 1500T9a3_3 \quad (161)$$

$$C9a3_3 \leq 4000T9a3_3 \quad (162)$$

$$E9a3_3 = C9a3_3 - 1500T9a3_3 \quad (163)$$

$$P9a3_3 = 500 + 3 \ E9a3_3 + 6 \ 3000 \ T9a3_3 \quad (164)$$

$$PF9a3 = P9a3_1 + P9a3_2 + P9a3_3 \quad (165)$$

$$C3a6_1 \geq 850T3a6_1 \quad (166)$$

$$C3a6_1 \leq 2000T3a6_1 \quad (167)$$

$$E3a6_1 = C3a6_1 - 850T3a6_1 \quad (168)$$

$$P3a6_1 = 2000 + 2 \ E3a6_1 + 3 \ 1000 \ T3a6_1 \quad (169)$$

$$C3a6_2 \geq 1250T3a6_2 \quad (170)$$

$$C3a6_2 \leq 1750T3a6_2 \quad (171)$$

$$E3a6_2 = C3a6_2 - 1250T3a6_2 \quad (172)$$

$$P3a6_2 = 1000 + 1,30 \ E3a6_2 + 3 \ 2600 \ T3a6_2 \quad (173)$$

$$C3a6_3 \geq 1500T3a6_3 \quad (174)$$

$$C3a6_3 \leq 4000T3a6_3 \quad (175)$$

$$E3a6_3 = C3a6_3 - 1500T3a6_3 \quad (176)$$

$$P3a6_3 = 500 + 3 \ E3a6_3 + 3 \ 3000 \ T3a6_3 \quad (177)$$

$$PF3a6 = P3a6_1 + P3a6_2 + P3a6_3 \quad (178)$$

$$C6a12_1 \geq 850T6a12_1 \quad (179)$$

$$C6a12_1 \leq 2000T6a12_1 \quad (180)$$

$$E6a12_1 = C6a12_1 - 850T6a12_1 \quad (181)$$

$$P6a12_1 = 2000 + 2 \ E6a12_1 + 6 \ 1000 \ T6a12_1 \quad (182)$$

$$C6a12_2 \geq 1250T6a12_2 \quad (183)$$

$$C6a12_2 \leq 1750T6a12_2 \quad (184)$$

$$E6a12_2 = C6a12_2 - 1250T6a12_2 \quad (185)$$

$$P6a12_2 = 1000 + 1,30 E6a12_2 + 6 2600 T6a12_2 \quad (186)$$

$$C6a12_3 \geq 1500T6a12_3 \quad (187)$$

$$C6a12_3 \leq 4000T6a12_3 \quad (188)$$

$$E6a12_3 = C6a12_3 - 1500T6a12_3 \quad (189)$$

$$P6a12_3 = 500 + 3 E6a12_3 + 6 3000 T6a12_3 \quad (190)$$

$$PF6a12 = P6a12_1 + P6a12_2 + P6a12_3 \quad (191)$$

$$C12a6_1 + C12a6_2 + C12a6_3 \geq 17250 \quad (192)$$

$$C6a9_1 + C6a9_2 + C6a9_3 \geq 34500 \quad (193)$$

$$C9a3_1 + C9a3_2 + C9a3_3 \geq 28750 \quad (194)$$

$$C3a6_1 + C3a6_2 + C3a6_3 \geq 46000 \quad (195)$$

$$C6a12_1 + C6a12_2 + C6a12_3 \geq 31050 \quad (196)$$

4.3. Modelo CPLEX 12-15

```

minimize PF12a6 + PF6a9 + PF9a3 + PF3a6 + PF6a12
subject to
c1:T12a6_1 <= 12
c2:T6a9_1 <= 12
c3:T9a3_1 <= 12
c4:T3a6_1 <= 12
c5:T6a12_1 <= 12
c6:T12a6_2 <= 10
c7:T6a9_2 <= 10
c8:T9a3_2 <= 10
c9:T3a6_2 <= 10
c10:T6a12_2 <= 10
c11:T12a6_3 <= 5
c12:T6a9_3 <= 5
c13:T9a3_3 <= 5
c14:T3a6_3 <= 5
c15:T6a12_3 <= 5
c16:C12a6_1 - 850 T12a6_1 >= 0
c17:C12a6_1 - 2000 T12a6_1 <= 0
c18:F12a6_1 - C12a6_1 + 850 T12a6_1 = 0
c19:P12a6_1 - 2 F12a6_1 - 6000 T12a6_1 = 2000
c20:C12a6_2 - 1250 T12a6_2 >= 0
c21:C12a6_2 - 1750 T12a6_2 <= 0
c22:F12a6_2 - C12a6_2 + 1250 T12a6_3 = 0
c23:P12a6_2 - 1.30 F12a6_2 - 15600 T12a6_3 = 1000
c24:C12a6_3 - 1500 T12a6_3 >= 0
c25:C12a6_3 - 4000 T12a6_3 <= 0
c26:F12a6_3 - C12a6_3 + 1500 T12a6_3 = 0
c27:P12a6_3 - 3 F12a6_3 - 18000 T12a6_3 = 500
c28:PF12a6 - P12a6_1 - P12a6_2 - P12a6_3 = 0
c29:C6a9_1 - 850 T6a9_1 >= 0
c30:C6a9_1 - 2000 T6a9_1 <= 0
c31:F6a9_1 - C6a9_1 + 850 T6a9_1 = 0
c32:P6a9_1 - 2 F6a9_1 - 3000 T6a9_1 = 2000
c33:C6a9_2 - 1250 T6a9_2 >= 0
c34:C6a9_2 - 1750 T6a9_2 <= 0
c35:F6a9_2 - C6a9_2 + 1250 T6a9_2 = 0
c36:P6a9_2 - 1.30 F6a9_2 + 15600 T6a9_2 = 1000
c37:C6a9_3 - 1500 T6a9_3 >= 0
c38:C6a9_3 - 4000 T6a9_3 <= 0
c39:F6a9_3 - C6a9_3 + 1500 T6a9_3 = 0
c40:P6a9_3 - 3 F6a9_3 - 9000 T6a9_3 = 500
c41:PF6a9 - P6a9_1 - P6a9_2 - P6a9_3 = 0
c42:C9a3_1 - 850 T9a3_1 >= 0
c43:C9a3_1 - 2000 T9a3_1 <= 0
c44:F9a3_1 - C9a3_1 + 850 T9a3_1 = 0
c45:P9a3_1 - 2 F9a3_1 - 6000 T9a3_1 = 2000
c46:C9a3_2 - 1250 T9a3_2 >= 0
c47:C9a3_2 - 1750 T9a3_2 <= 0
c48:F9a3_2 - C9a3_2 + 1250 T9a3_2 = 0
c49:P9a3_2 - 1.30 F9a3_2 - 15600 T9a3_2 = 1000
c50:C9a3_3 - 1500 T9a3_3 >= 0
c51:C9a3_3 - 4000 T9a3_3 <= 0
c52:F9a3_3 - C9a3_3 + 1500 T9a3_3 = 0
c53:P9a3_3 - 3 F9a3_3 - 18000 T9a3_3 = 500
c54:PF9a3 - P9a3_1 - P9a3_2 - P9a3_3 = 0
c55:C3a6_1 - 850 T3a6_1 >= 0
c56:C3a6_1 - 2000 T3a6_1 <= 0
c57:F3a6_1 - C3a6_1 + 850 T3a6_1 = 0
c58:P3a6_1 - 2 F3a6_1 - 3000 T3a6_1 = 2000
c59:C3a6_2 - 1250 T3a6_2 >= 0
c60:C3a6_2 - 1750 T3a6_2 <= 0
c61:F3a6_2 - C3a6_2 + 1250 T3a6_2 = 0
c62:P3a6_2 - 1.30 F3a6_2 - 15600 T3a6_2 = 1000

```

```

c63:C3a6_3 - 1500 T3a6_3 >= 0
c64:C3a6_3 - 4000 T3a6_3 <= 0
c65:F3a6_3 - C3a6_3 + 1500 T3a6_3 = 0
c66:P3a6_3 - 3 F3a6_3 - 9000 T3a6_3 = 500
c67:PF3a6 - P3a6_1 - P3a6_2 - P3a6_3 = 0
c68:C6a12_1 - 850 T6a12_1 >= 0
c69:C6a12_1 - 2000 T6a12_1 <= 0
c70:F6a12_1 - C6a12_1 + 850 T6a12_1 = 0
c71:P6a12_1 - 2 F6a12_1 - 6000 T6a12_1 = 2000
c72:C6a12_2 - 1250 T6a12_2 >= 0
c73:C6a12_2 - 1750 T6a12_2 <= 0
c74:F6a12_2 - C6a12_2 + 1250 T6a12_2 = 0
c75:P6a12_2 - 1.30 F6a12_2 - 15600 T6a12_2 = 1000
c76:C6a12_3 - 1500 T6a12_3 >= 0
c77:C6a12_3 - 4000 T6a12_3 <= 0
c78:F6a12_3 - C6a12_3 + 1500 T6a12_3 = 0
c79:P6a12_3 - 3 F6a12_3 - 18000 T6a12_3 = 500
c80:PF6a12 - P6a12_1 - P 6a12_2 - P6a12_3 = 0
c81:C12a6_1 + C12a6_2 + C12a6_3 >= 17250
c82:C6a9_1 + C6a9_2 + C6a9_3 >= 34500
c83:C9a3_1 + C9a3_2 + C9a3_3 >= 28750
c84:C3a6_1 + C3a6_2 + C3a6_3 >= 46000
c85:C6a12_1 + C6a12_2 + C6a12_3 >= 31050
end

```

4.4. Solucion en CPLEX

¿Qué generadores deberían estar trabajando en qué períodos del día para minimizar el costo total?

```

root@sabri-300E5EV-300E4EV-270E5EV-270E4EV: /opt/ibm/ILOG/CPLEX_Studio126/cplex/bin/x86-64_linux
Archivo Editar Ver Buscar Terminal Ayuda

CPLEX> read centralElectrica12-15.lp
Problem 'centralElectrica12-15.lp' read.
Read time = 0.00 sec. (0.01 ticks)
CPLEX> optimize
Tried aggregator 1 time.
LP Presolve eliminated 50 rows and 21 columns.
Aggregator did 15 substitutions.
Reduced LP has 20 rows, 30 columns, and 60 nonzeros.
Presolve time = 0.00 sec. (0.05 ticks)
Initializing dual steep norms . . .

Iteration log . . .
Iteration:   1   Dual objective   =      76300.000000

Dual simplex - Optimal: Objective = 5.5685106904e+05
Solution time = 0.00 sec. Iterations = 17 (0)
Deterministic time = 0.11 ticks (84.93 ticks/sec)

CPLEX> display solution variables T*
Variable Name      Solution Value
T6a9_1             12.000000
T9a3_1             12.000000
T3a6_1             12.000000
T6a12_1            12.000000
T12a6_2            9.857143
T6a9_2             0.066890
T3a6_2             1.142857
T6a9_3             2.595736
T9a3_3             1.187500
T3a6_3             5.000000
T6a12_3            1.762500
All other variables matching 'T*' are 0.
CPLEX>

```

Figura 5: SolucionCentraElectricaGeneradores

¿Cuál es el costo marginal de producción de electricidad en cada período del día?; es decir, ¿qué aranceles deberían cobrarse?

```

root@sabri-300E5EV-300E4EV-270E5EV-270E4EV: /opt/ibm/ILOG/CPLEX_Studio126/cplex/bin/x86-64_linux
Archivo Editar Ver Buscar Terminal Ayuda

Type 'help' for a list of available commands.
Type 'help' followed by a command name for more
information on commands.

CPLEX> read centralElectrica12-15.lp
Problem 'centralElectrica12-15.lp' read.
Read time = 0.01 sec. (0.01 ticks)
CPLEX> optimize
Tried aggregator 1 time.
LP Presolve eliminated 50 rows and 21 columns.
Aggregator did 15 substitutions.
Reduced LP has 20 rows, 30 columns, and 60 nonzeros.
Presolve time = 0.00 sec. (0.05 ticks)
Initializing dual steep norms . . .

Iteration log . . .
Iteration:   1   Dual objective   =      76300.000000

Dual simplex - Optimal: Objective = 5.5685106904e+05
Solution time = 0.00 sec. Iterations = 17 (0)
Deterministic time = 0.11 ticks (107.45 ticks/sec)

CPLEX> display solution variables PF12a6-PF6a12
Variable Name      Solution Value
PF12a6             25925.000000
PF6a9              108929.640468
PF9a3              105781.250000
PF3a6              168171.428571
PF6a12             148043.750000
CPLEX>

```

Figura 6: SolucionCentraElectricaGeneradores

¿Cuál sería el ahorro de reducir la garantía de reserva del aumento en la carga de hasta el 15 %? es decir, ¿cuánto cuesta esta garantía de reserva de suministro?

Modificamos estas restricciones:

$$C12a6_1 + C12a6_2 + C12a6_3 \geq 17250 \quad (197)$$

$$C6a9_1 + C6a9_2 + C6a9_3 \geq 34500 \quad (198)$$

$$C9a3_1 + C9a3_2 + C9a3_3 \geq 28750 \quad (199)$$

$$C3a6_1 + C3a6_2 + C3a6_3 \geq 46000 \quad (200)$$

$$C6a12_1 + C6a12_2 + C6a12_3 \geq 31050 \quad (201)$$

por

$$C12a6_1 + C12a6_2 + C12a6_3 \geq 15000 \quad (202)$$

$$C6a9_1 + C6a9_2 + C6a9_3 \geq 30000 \quad (203)$$

$$C9a3_1 + C9a3_2 + C9a3_3 \geq 25000 \quad (204)$$

$$C3a6_1 + C3a6_2 + C3a6_3 \geq 40000 \quad (205)$$

$$C6a12_1 + C6a12_2 + C6a12_3 \geq 27000 \quad (206)$$

```

Archivo Editar Ver Buscar Terminal Ayuda
with Simplex, Mixed Integer & Barrier Optimizers
5725-A06 5725-A29 5724-Y48 5724-Y49 5724-Y54 5724-Y55 5655-Y21
Copyright IBM Corp. 1988, 2013. All Rights Reserved.

Type 'help' for a list of available commands.
Type 'help' followed by a command name for more
information on commands.

CPLEX> read centralElectrica12-155inReserva.lp
Problem 'centralElectrica12-155inReserva.lp' read.
Read time = 0.01 sec. (0.01 ticks)
CPLEX> optimize
Tried aggregator 1 time.
LP Presolve eliminated 50 rows and 21 columns.
Aggregator did 15 substitutions.
Reduced LP has 20 rows, 30 columns, and 60 nonzeros.
Presolve time = 0.00 sec. (0.05 ticks)
Initializing dual steep norms . . .

Iteration log . . .
Iteration: 1 Dual objective = 68500.000000

Dual simplex - Optimal: Objective = 4.5056714047e+05
Solution time = 0.00 sec. Iterations = 17 (0)
Deterministic time = 0.11 ticks (101.01 ticks/sec)

CPLEX> display solution variables PF12a6-PF6a12
Variable Name Solution Value
PF12a6 23000.000000
PF6a9 90367.140468
PF9a3 81875.000000
PF3a6 133100.000000
PF6a12 122225.000000
CPLEX>

```

Figura 7: SolucionCentraElectricaGeneradores

5. Energía hidroeléctrica

5.1. Enunciado 12.6

Esta es una extensión del problema de generación de energía. Además de los generadores térmicos, un depósito alimenta dos hidrogeneradores: en el tipo A y uno de tipo B. Cuando un hidrogenerador está funcionando, opera a un nivel fijo y la profundidad de depósito disminuye. Los costos asociados con cada hidrogenerador son un costo de puesta en marcha fijo y un costo de funcionamiento por hora. Las características de cada tipo de generador se muestran en la siguiente tabla:

	Operando a nivel	Costo por hora	Reducción de la profundidad del embalse por hora (m)	Costo iniciales
Hydro A	900 MW	90	0.31	1500
Hydro B	1400 MW	150	0.47	1200

Por razones medioambientales, el depósito debe mantenerse a una profundidad de entre 15 y 20 m. Además, a la medianoche de cada noche, el embalse debe ser de 16 m. profundo. Los generadores térmicos se pueden usar para bombear agua al depósito. Para aumentar el nivel del depósito en 1 m, requiere 3000 MWh de electricidad. Puede suponer que las precipitaciones no afectan el nivel del yacimiento.

En cualquier momento, debe ser posible satisfacer un aumento en la demanda de electricidad de hasta 15 %. Esto puede lograrse mediante cualquier combinación de lo siguiente: encender un generador hidráulico (incluso si esto hiciera que la profundidad del depósito cayera por debajo de 15 m); utilizando la salida de un generador térmico, que se usa para bombear agua al depósito; y aumentar el nivel de operación de una generación térmica al máximo. Los generadores térmicos no se pueden encender instantáneamente para satisfacer la mayor demanda (aunque los generadores hidroeléctricos sí pueden).

5.2. Modelo

$D12a6$: profundidad del depósito desde 12 pm a 6 am

$D6a9$: profundidad del depósito desde 12 pm a 6 am

$D9a3$: profundidad del depósito desde 12 pm a 6 am

$D3a6$: profundidad del depósito desde 12 pm a 6 am

$D6a12$: profundidad del depósito desde 12 pm a 6 am

$H12a6_i$: se está usando el hidrogenerador tipo i desde 12 pm a 6 am

$CH12a6_i$: costo total hidrogenerador tipo i desde 12 pm a 6 am

$H6a9_i$: se está usando el hidrogenerador tipo i desde 6 am a 9 am

$CH6a9_i$: costo total hidrogenerador tipo i desde 6 am a 9 am

$H9a3_i$: se está usando el hidrogenerador tipo i desde 9 am a 3 pm

$CH9a3_i$: costo total hidrogenerador tipo i desde 9 am a 3 pm

$H3a6_i$: se está usando el hidrogenerador tipo i desde 3 pm a 6 pm

$CH3a6_i$: costo total hidrogenerador tipo i desde 3 pm a 6 pm

$H6a12_i$: se está usando el hidrogenerador tipo i desde 6 pm a 12 am

$CH6a12_i$: costo total hidrogenerador tipo i desde 6 pm a 12 am

donde $i = A, B$

$$\min PF12a6 + PF6a9 + PF9a3 + PF3a6 + PF6a12$$

s.a

El deposito debe mantenerse a una profundidad entre 15 y 20 metros, ademas a la medianoche debe ser de al menos 16m.

$$D12a6 \geq 15 \quad (207)$$

$$D12a6 \leq 20 \quad (208)$$

$$D6a9 \geq 15 \quad (209)$$

$$D6a9 \leq 20 \quad (210)$$

$$D9a3 \geq 15 \quad (211)$$

$$D9a3 \leq 20 \quad (212)$$

$$D3a6 \geq 15 \quad (213)$$

$$D3a6 \leq 20 \quad (214)$$

$$D6a12 \geq 16 \quad (215)$$

$$D6a12 \leq 20 \quad (216)$$

El desposito disminuye en metros si se utiliza un hidrogenerador

$$D12a6 - 0,31(6 \times H12a6_A) - 0,47(6 \times H12a6_B) \leq 20 \quad (217)$$

$$D12a6 - 0,31(6 \times H12a6_A) - 0,47(6 \times H12a6_B) \geq 15 \quad (218)$$

$$D6a9 - 0,31(6 \times H6a9_A) - 0,47(6 \times H6a9_B) \leq 20 \quad (219)$$

$$D6a9 - 0,31(6 \times H6a9_A) - 0,47(6 \times H6a9_B) \geq 15 \quad (220)$$

$$D9a3 - 0,31(6 \times H9a3_A) - 0,47(6 \times H9a3_B) \leq 20 \quad (221)$$

$$D9a3 - 0,31(6 \times H9a3_A) - 0,47(6 \times H9a3_B) \geq 15 \quad (222)$$

$$D3a6 - 0,31(6 \times H3a6_A) - 0,47(6 \times H3a6_B) \leq 20 \quad (223)$$

$$D3a6 - 0,31(6 \times H3a6_A) - 0,47(6 \times H3a6_B) \geq 15 \quad (224)$$

$$D6a12 - 0,31(6 \times H6a12_A) - 0,47(6 \times H6a12_B) \leq 20 \quad (225)$$

$$D6a12 - 0,31(6 \times H6a12_A) - 0,47(6 \times H6a12_B) \geq 15 \quad (226)$$

Indica si el hidrogenerador de tipo A o B se esta usando o no en ese rango horario

$$H12a6_A \geq 0 \quad (227)$$

$$H12a6_B \leq 1 \quad (228)$$

$$H6a9_A \geq 0 \quad (229)$$

$$H6a9_B \leq 1 \quad (230)$$

$$H9a3_A \geq 0 \quad (231)$$

$$H9a3_B \leq 1 \quad (232)$$

$$H3a6_A \geq 0 \quad (233)$$

$$H3a6_B \leq 1 \quad (234)$$

$$H6a12_A \geq 0 \quad (235)$$

$$H6a12_B \leq 1 \quad (236)$$

Costo de la energía proporcionada por el hidrogenerador en ese rango horario

$$CH12a6_A = (1500 + 90 \times 6)H12a6_A \quad (237)$$

$$CH12a6_B = (1200 + 150 \times 6)H12a6_B \quad (238)$$

$$CH6a9_A = (1500 + 90 \times 3)H6a9_A \quad (239)$$

$$CH6a9_B = (1200 + 150 \times 3)H6a9_B \quad (240)$$

$$CH9a3_A = (1500 + 90 \times 6)H9a3_A \quad (241)$$

$$CH9a3_B = (1200 + 150 \times 6)H9a3_B \quad (242)$$

$$CH3a6_A = (1500 + 90 \times 3)H3a6_A \quad (243)$$

$$CH3a6_B = (1200 + 150 \times 3)H3a6_B \quad (244)$$

$$CH6a12_A = (1500 + 90 \times 6)H6a12_A \quad (245)$$

$$CH6a12_B = (1200 + 150 \times 6)H6a12_B \quad (246)$$

6. Generación de energía

6.1. Enunciado 12.5

Varias centrales eléctricas se comprometen a cumplir las siguientes demandas de carga de electricidad durante un día:

12 pm a 6 am	15000 MW
6 am a 9 am	30000 MW
9 am a 3 pm	25000 MW
3 pm a 6 pm	40000 MW
6 pm a 12 pm	27000 MW

Hay tres tipos de unidades generadoras disponibles: 12 de tipo 1, 10 de tipo 2 y cinco de tipo 3. Cada generador tiene que funcionar entre un nivel mínimo y un nivel máximo. Hay un costo por hora de funcionamiento de cada generador al nivel mínimo. Además, hay un costo adicional por hora por cada megavatio en el que se opera una unidad por encima del nivel mínimo. Iniciar un generador también implica un costo. Toda esta información se da en la tabla 12.6 (con costos en £).

	Nivel Minimo	Nivel Maximo	Costo por hora como minimo	Costo por hora por megavatio > minimo	Costo
Type 1	850 MW	2000 MW	1000	2	2000
Type 2	1250 MW	1750 MW	2600	1.30	1000
Type 3	1500 MW	4000 MW	3000	3	500

Además de cumplir con las demandas de carga estimadas, debe haber suficientes generadores trabajando en todo momento para que sea posible cumplir con un aumento en la carga de hasta 15 %. Este aumento tendría que lograrse ajustando la producción de los generadores que ya operan dentro de sus límites permitidos.

¿Qué generadores deberían estar trabajando en qué períodos del día para minimizar el costo total?

¿Cuál es el costo marginal de producción de electricidad en cada período del día?; es decir, ¿qué aranceles deberían cobrarse?

¿Cuál sería el ahorro de reducir la garantía de reserva del aumento en la carga de hasta el 15 %? es decir, ¿cuánto cuesta esta garantía de reserva de suministro?

6.2. Modelo 12.5

$T12a6_i$: # de generadores tipo i usados desde 12 pm a 6 am
 $C12a6_i$: # de energia proporcionada por generador tipo i desde 12 pm a 6 am
 $F12a6_i$: # de energia con costo adicional generador tipo i desde 12 pm a 6 am
 $P12a6_i$: costo total generador tipo i desde 12 pm a 6 am
 $PF12a6$: costo total 12 pm a 6 am
 $T6a9_i$: # de generadores tipo i usados desde 6 am a 9 am
 $C6a9_i$: # de energia proporcionada por generador tipo i desde 6 am a 9 am
 $F6a9_i$: # de energia con costo adicional generador tipo i desde 6 am a 9 am
 $P6a9_i$: costo total generador tipo i desde 6 am a 9 am
 $PF6a9$: costo total 6 am a 9 am
 $T9a3_i$: # de generadores tipo i usados desde 9 am a 3 pm
 $C9a3_i$: # de energia proporcionada por generador tipo i desde 9 am a 3 pm
 $F9a3_i$: # de energia con costo adicional generador tipo i desde 9 am a 3 pm
 $P9a3_i$: costo total generador tipo i desde 9 am a 3 pm
 $PF9a3$: costo total 9 am a 3 pm
 $T3a6_i$: # de generadores tipo i usados desde 3 pm a 6 pm
 $C3a6_i$: # de energia proporcionada por generador tipo i desde 3 pm a 6 pm
 $F3a6_i$: # de energia con costo adicional generador tipo i desde 3 pm a 6 pm
 $P3a6_i$: costo total generador tipo i desde 3 pm a 6 pm
 $PF3a6$: costo total 3 pm a 6 pm
 $T6a12_i$: # de generadores tipo i usados desde 6 pm a 12 pm
 $C6a12_i$: # de energia proporcionada por generador tipo i desde 6 pm a 12 pm
 $F6a12_i$: # de energia con costo adicional generador tipo i desde 6 pm a 12 pm
 $P6a12_i$: costo total generador tipo i desde 6 pm a 12 pm
 $PF6a12$: costo total 6 pm a 12 pm
 donde $i = 1, 2, 3$

$$\min PF12a6 + PF6a9 + PF9a3 + PF3a6 + PF6a12$$

s.a

$$T12a6_1 \leq 12 \quad (247)$$

$$T6a9_1 \leq 12 \quad (248)$$

$$T9a3_1 \leq 12 \quad (249)$$

$$T3a6_1 \leq 12 \quad (250)$$

$$T6a12_1 \leq 12 \quad (251)$$

$$T12a6_2 \leq 10 \quad (252)$$

$$T6a9_2 \leq 10 \quad (253)$$

$$T9a3_2 \leq 10 \quad (254)$$

$$T3a6_2 \leq 10 \quad (255)$$

$$T6a12_2 \leq 10 \quad (256)$$

$$T12a6_3 \leq 5 \quad (257)$$

$$T6a9_3 \leq 5 \quad (258)$$

$$T9a3_3 \leq 5 \quad (259)$$

$$T3a6_3 \leq 5 \quad (260)$$

$$T6a12_3 \leq 5 \quad (261)$$

$$C12a6_1 \geq 850T12a6_1 \quad (262)$$

$$C12a6_1 \leq 2000T12a6_1 \quad (263)$$

$$E12a6_1 = C12a6_1 - 850T12a6_1 \quad (264)$$

$$P12a6_1 = 2000 + 2 E12a6_1 + 6 \ 1000 \ T12a6_1 \quad (265)$$

$$C12a6_2 \geq 1250T12a6_2 \quad (266)$$

$$C12a6_2 \leq 1750T12a6_2 \quad (267)$$

$$E12a6_2 = C12a6_2 - 1250T12a6_2 \quad (268)$$

$$P12a6_2 = 1000 + 1,30 \ E12a6_2 + 6 \ 2600 \ T12a6_2 \quad (269)$$

$$C12a6_3 \geq 1500T12a6_3 \quad (270)$$

$$C12a6_3 \leq 4000T12a6_3 \quad (271)$$

$$E12a6_3 = C12a6_3 - 1500T12a6_3 \quad (272)$$

$$P12a6_3 = 500 + 3 \ E12a6_3 + 6 \ 3000 \ T12a6_3 \quad (273)$$

$$PF12a6 = P12a6_1 + P12a6_2 + P12a6_3 \quad (274)$$

$$C6a9_1 \geq 850T6a9_1 \quad (275)$$

$$C6a9_1 \leq 2000T6a9_1 \quad (276)$$

$$E6a9_1 = C6a9_1 - 850T6a9_1 \quad (277)$$

$$P6a9_1 = 2000 + 2E6a9_1 + 3 \ 1000 \ T6a9_1 \quad (278)$$

$$C6a9_2 \geq 1250T6a9_2 \quad (279)$$

$$C6a9_2 \leq 1750T6a9_2 \quad (280)$$

$$E6a9_2 = C6a9_2 - 1250T6a9_2 \quad (281)$$

$$P6a9_2 = 1000 + 1,30E6a9_2 + 3 \ 2600 \ T6a9_2 \quad (282)$$

$$C6a9_3 \geq 1500T6a9_3 \quad (283)$$

$$C6a9_3 \leq 4000T6a9_3 \quad (284)$$

$$E6a9_3 = C6a9_3 - 1500T6a9_3 \quad (285)$$

$$P6a9_3 = 500 + 3 \ E6a9_3 + 3 \ 3000 \ T6a9_3 \quad (286)$$

$$PF6a9 = P6a9_1 + P6a9_2 + P6a9_3 \quad (287)$$

$$C9a3_1 \geq 850T9a3_1 \quad (288)$$

$$C9a3_1 \leq 2000T9a3_1 \quad (289)$$

$$E9a3_1 = C9a3_1 - 850T9a3_1 \quad (290)$$

$$P9a3_1 = 2000 + 2 E9a3_1 + 6 \ 1000 \ T9a3_1 \quad (291)$$

$$C9a3_2 \geq 1250T9a3_2 \quad (292)$$

$$C9a3_2 \leq 1750T9a3_2 \quad (293)$$

$$E9a3_2 = C9a3_2 - 1250T9a3_2 \quad (294)$$

$$P9a3_2 = 1000 + 1,30 \ E9a3_2 + 6 \ 2600 \ T9a3_2 \quad (295)$$

$$C9a3_3 \geq 1500T9a3_3 \quad (296)$$

$$C9a3_3 \leq 4000T9a3_3 \quad (297)$$

$$E9a3_3 = C9a3_3 - 1500T9a3_3 \quad (298)$$

$$P9a3_3 = 500 + 3 \ E9a3_3 + 6 \ 3000 \ T9a3_3 \quad (299)$$

$$PF9a3 = P9a3_1 + P9a3_2 + P9a3_3 \quad (300)$$

$$C3a6_1 \geq 850T3a6_1 \quad (301)$$

$$C3a6_1 \leq 2000T3a6_1 \quad (302)$$

$$E3a6_1 = C3a6_1 - 850T3a6_1 \quad (303)$$

$$P3a6_1 = 2000 + 2 \ E3a6_1 + 3 \ 1000 \ T3a6_1 \quad (304)$$

$$C3a6_2 \geq 1250T3a6_2 \quad (305)$$

$$C3a6_2 \leq 1750T3a6_2 \quad (306)$$

$$E3a6_2 = C3a6_2 - 1250T3a6_2 \quad (307)$$

$$P3a6_2 = 1000 + 1,30 \ E3a6_2 + 3 \ 2600 \ T3a6_2 \quad (308)$$

$$C3a6_3 \geq 1500T3a6_3 \quad (309)$$

$$C3a6_3 \leq 4000T3a6_3 \quad (310)$$

$$E3a6_3 = C3a6_3 - 1500T3a6_3 \quad (311)$$

$$P3a6_3 = 500 + 3 \ E3a6_3 + 3 \ 3000 \ T3a6_3 \quad (312)$$

$$PF3a6 = P3a6_1 + P3a6_2 + P3a6_3 \quad (313)$$

$$C6a12_1 \geq 850T6a12_1 \quad (314)$$

$$C6a12_1 \leq 2000T6a12_1 \quad (315)$$

$$E6a12_1 = C6a12_1 - 850T6a12_1 \quad (316)$$

$$P6a12_1 = 2000 + 2 \ E6a12_1 + 6 \ 1000 \ T6a12_1 \quad (317)$$

$$C6a12_2 \geq 1250T6a12_2 \quad (318)$$

$$C6a12_2 \leq 1750T6a12_2 \quad (319)$$

$$E6a12_2 = C6a12_2 - 1250T6a12_2 \quad (320)$$

$$P6a12_2 = 1000 + 1,30 E6a12_2 + 6 2600 T6a12_2 \quad (321)$$

$$C6a12_3 \geq 1500T6a12_3 \quad (322)$$

$$C6a12_3 \leq 4000T6a12_3 \quad (323)$$

$$E6a12_3 = C6a12_3 - 1500T6a12_3 \quad (324)$$

$$P6a12_3 = 500 + 3 E6a12_3 + 6 3000 T6a12_3 \quad (325)$$

$$PF6a12 = P6a12_1 + P6a12_2 + P6a12_3 \quad (326)$$

$$C12a6_1 + C12a6_2 + C12a6_3 \geq 17250 \quad (327)$$

$$C6a9_1 + C6a9_2 + C6a9_3 \geq 34500 \quad (328)$$

$$C9a3_1 + C9a3_2 + C9a3_3 \geq 28750 \quad (329)$$

$$C3a6_1 + C3a6_2 + C3a6_3 \geq 46000 \quad (330)$$

$$C6a12_1 + C6a12_2 + C6a12_3 \geq 31050 \quad (331)$$

6.3. Modelo CPLEX 12-15

```

minimize PF12a6 + PF6a9 + PF9a3 + PF3a6 + PF6a12
subject to
c1:T12a6_1 <= 12
c2:T6a9_1 <= 12
c3:T9a3_1 <= 12
c4:T3a6_1 <= 12
c5:T6a12_1 <= 12
c6:T12a6_2 <= 10
c7:T6a9_2 <= 10
c8:T9a3_2 <= 10
c9:T3a6_2 <= 10
c10:T6a12_2 <= 10
c11:T12a6_3 <= 5
c12:T6a9_3 <= 5
c13:T9a3_3 <= 5
c14:T3a6_3 <= 5
c15:T6a12_3 <= 5
c16:C12a6_1 - 850 T12a6_1 >= 0
c17:C12a6_1 - 2000 T12a6_1 <= 0
c18:F12a6_1 - C12a6_1 + 850 T12a6_1 = 0
c19:P12a6_1 - 2 F12a6_1 - 6000 T12a6_1 = 2000
c20:C12a6_2 - 1250 T12a6_2 >= 0
c21:C12a6_2 - 1750 T12a6_2 <= 0
c22:F12a6_2 - C12a6_2 + 1250 T12a6_3 = 0
c23:P12a6_2 - 1.30 F12a6_2 - 15600 T12a6_3 = 1000
c24:C12a6_3 - 1500 T12a6_3 >= 0
c25:C12a6_3 - 4000 T12a6_3 <= 0
c26:F12a6_3 - C12a6_3 + 1500 T12a6_3 = 0
c27:P12a6_3 - 3 F12a6_3 - 18000 T12a6_3 = 500
c28:PF12a6 - P12a6_1 - P12a6_2 - P12a6_3 = 0
c29:C6a9_1 - 850 T6a9_1 >= 0
c30:C6a9_1 - 2000 T6a9_1 <= 0
c31:F6a9_1 - C6a9_1 + 850 T6a9_1 = 0
c32:P6a9_1 - 2 F6a9_1 - 3000 T6a9_1 = 2000
c33:C6a9_2 - 1250 T6a9_2 >= 0
c34:C6a9_2 - 1750 T6a9_2 <= 0
c35:F6a9_2 - C6a9_2 + 1250 T6a9_2 = 0
c36:P6a9_2 - 1.30 F6a9_2 + 15600 T6a9_2 = 1000
c37:C6a9_3 - 1500 T6a9_3 >= 0
c38:C6a9_3 - 4000 T6a9_3 <= 0
c39:F6a9_3 - C6a9_3 + 1500 T6a9_3 = 0
c40:P6a9_3 - 3 F6a9_3 - 9000 T6a9_3 = 500
c41:PF6a9 - P6a9_1 - P6a9_2 - P6a9_3 = 0
c42:C9a3_1 - 850 T9a3_1 >= 0
c43:C9a3_1 - 2000 T9a3_1 <= 0
c44:F9a3_1 - C9a3_1 + 850 T9a3_1 = 0
c45:P9a3_1 - 2 F9a3_1 - 6000 T9a3_1 = 2000
c46:C9a3_2 - 1250 T9a3_2 >= 0
c47:C9a3_2 - 1750 T9a3_2 <= 0
c48:F9a3_2 - C9a3_2 + 1250 T9a3_2 = 0
c49:P9a3_2 - 1.30 F9a3_2 - 15600 T9a3_2 = 1000
c50:C9a3_3 - 1500 T9a3_3 >= 0
c51:C9a3_3 - 4000 T9a3_3 <= 0
c52:F9a3_3 - C9a3_3 + 1500 T9a3_3 = 0
c53:P9a3_3 - 3 F9a3_3 - 18000 T9a3_3 = 500
c54:PF9a3 - P9a3_1 - P9a3_2 - P9a3_3 = 0
c55:C3a6_1 - 850 T3a6_1 >= 0
c56:C3a6_1 - 2000 T3a6_1 <= 0
c57:F3a6_1 - C3a6_1 + 850 T3a6_1 = 0
c58:P3a6_1 - 2 F3a6_1 - 3000 T3a6_1 = 2000
c59:C3a6_2 - 1250 T3a6_2 >= 0
c60:C3a6_2 - 1750 T3a6_2 <= 0
c61:F3a6_2 - C3a6_2 + 1250 T3a6_2 = 0
c62:P3a6_2 - 1.30 F3a6_2 - 15600 T3a6_2 = 1000

```

```

c63:C3a6_3 - 1500 T3a6_3 >= 0
c64:C3a6_3 - 4000 T3a6_3 <= 0
c65:F3a6_3 - C3a6_3 + 1500 T3a6_3 = 0
c66:P3a6_3 - 3 F3a6_3 - 9000 T3a6_3 = 500
c67:PF3a6 - P3a6_1 - P3a6_2 - P3a6_3 = 0
c68:C6a12_1 - 850 T6a12_1 >= 0
c69:C6a12_1 - 2000 T6a12_1 <= 0
c70:F6a12_1 - C6a12_1 + 850 T6a12_1 = 0
c71:P6a12_1 - 2 F6a12_1 - 6000 T6a12_1 = 2000
c72:C6a12_2 - 1250 T6a12_2 >= 0
c73:C6a12_2 - 1750 T6a12_2 <= 0
c74:F6a12_2 - C6a12_2 + 1250 T6a12_2 = 0
c75:P6a12_2 - 1.30 F6a12_2 - 15600 T6a12_2 = 1000
c76:C6a12_3 - 1500 T6a12_3 >= 0
c77:C6a12_3 - 4000 T6a12_3 <= 0
c78:F6a12_3 - C6a12_3 + 1500 T6a12_3 = 0
c79:P6a12_3 - 3 F6a12_3 - 18000 T6a12_3 = 500
c80:PF6a12 - P6a12_1 - P 6a12_2 - P6a12_3 = 0
c81:C12a6_1 + C12a6_2 + C12a6_3 >= 17250
c82:C6a9_1 + C6a9_2 + C6a9_3 >= 34500
c83:C9a3_1 + C9a3_2 + C9a3_3 >= 28750
c84:C3a6_1 + C3a6_2 + C3a6_3 >= 46000
c85:C6a12_1 + C6a12_2 + C6a12_3 >= 31050
end

```

6.4. Solucion en CPLEX

¿Qué generadores deberían estar trabajando en qué períodos del día para minimizar el costo total?

```

root@sabri-300E5EV-300E4EV-270E5EV-270E4EV: /opt/ibm/ILOG/CPLEX_Studio126/cplex/bin/x86-64_linux
Archivo Editar Ver Buscar Terminal Ayuda

CPLEX> read centralElectrica12-15.lp
Problem 'centralElectrica12-15.lp' read.
Read time = 0.00 sec. (0.01 ticks)
CPLEX> optimize
Tried aggregator 1 time.
LP Presolve eliminated 50 rows and 21 columns.
Aggregator did 15 substitutions.
Reduced LP has 20 rows, 30 columns, and 60 nonzeros.
Presolve time = 0.00 sec. (0.05 ticks)
Initializing dual steep norms . . .

Iteration log . . .
Iteration: 1 Dual objective = 76300.000000

Dual simplex - Optimal: Objective = 5.5685106904e+05
Solution time = 0.00 sec. Iterations = 17 (0)
Deterministic time = 0.11 ticks (84.93 ticks/sec)

CPLEX> display solution variables T*
Variable Name      Solution Value
T6a9_1             12.000000
T9a3_1             12.000000
T3a6_1             12.000000
T6a12_1            12.000000
T12a6_2            9.857143
T6a9_2             0.066890
T3a6_2             1.142857
T6a9_3             2.595736
T9a3_3             1.187500
T3a6_3             5.000000
T6a12_3            1.762500
All other variables matching 'T*' are 0.
CPLEX>

```

Figura 8: SolucionCentraElectricaGeneradores

¿Cuál es el costo marginal de producción de electricidad en cada período del día?; es decir, ¿qué aranceles deberían cobrarse?

```

root@sabri-300E5EV-300E4EV-270E5EV-270E4EV: /opt/ibm/ILOG/CPLEX_Studio126/cplex/bin/x86-64_linux
Archivo Editar Ver Buscar Terminal Ayuda

Type 'help' for a list of available commands.
Type 'help' followed by a command name for more
information on commands.

CPLEX> read centralElectrica12-15.lp
Problem 'centralElectrica12-15.lp' read.
Read time = 0.01 sec. (0.01 ticks)
CPLEX> optimize
Tried aggregator 1 time.
LP Presolve eliminated 50 rows and 21 columns.
Aggregator did 15 substitutions.
Reduced LP has 20 rows, 30 columns, and 60 nonzeros.
Presolve time = 0.00 sec. (0.05 ticks)
Initializing dual steep norms . . .

Iteration log . . .
Iteration: 1 Dual objective = 76300.000000

Dual simplex - Optimal: Objective = 5.5685106904e+05
Solution time = 0.00 sec. Iterations = 17 (0)
Deterministic time = 0.11 ticks (107.45 ticks/sec)

CPLEX> display solution variables PF12a6-PF6a12
Variable Name      Solution Value
PF12a6             25925.000000
PF6a9              108929.640468
PF9a3              105781.250000
PF3a6              168171.428571
PF6a12             148043.750000
CPLEX>

```

Figura 9: SolucionCentraElectricaGeneradores

¿Cuál sería el ahorro de reducir la garantía de reserva del aumento en la carga de hasta el 15 %? es decir, ¿cuánto cuesta esta garantía de reserva de suministro?

Modificamos estas restricciones:

$$C12a6_1 + C12a6_2 + C12a6_3 \geq 17250 \quad (332)$$

$$C6a9_1 + C6a9_2 + C6a9_3 \geq 34500 \quad (333)$$

$$C9a3_1 + C9a3_2 + C9a3_3 \geq 28750 \quad (334)$$

$$C3a6_1 + C3a6_2 + C3a6_3 \geq 46000 \quad (335)$$

$$C6a12_1 + C6a12_2 + C6a12_3 \geq 31050 \quad (336)$$

por

$$C12a6_1 + C12a6_2 + C12a6_3 \geq 15000 \quad (337)$$

$$C6a9_1 + C6a9_2 + C6a9_3 \geq 30000 \quad (338)$$

$$C9a3_1 + C9a3_2 + C9a3_3 \geq 25000 \quad (339)$$

$$C3a6_1 + C3a6_2 + C3a6_3 \geq 40000 \quad (340)$$

$$C6a12_1 + C6a12_2 + C6a12_3 \geq 27000 \quad (341)$$

```

Archivo Editar Ver Buscar Terminal Ayuda
with Simplex, Mixed Integer & Barrier Optimizers
5725-A06 5725-A29 5724-Y48 5724-Y49 5724-Y54 5724-Y55 5655-Y21
Copyright IBM Corp. 1988, 2013. All Rights Reserved.

Type 'help' for a list of available commands.
Type 'help' followed by a command name for more
information on commands.

CPLEX> read centralElectrica12-155inReserva.lp
Problem 'centralElectrica12-155inReserva.lp' read.
Read time = 0.01 sec. (0.01 ticks)
CPLEX> optimize
Tried aggregator 1 time.
LP Presolve eliminated 50 rows and 21 columns.
Aggregator did 15 substitutions.
Reduced LP has 20 rows, 30 columns, and 60 nonzeros.
Presolve time = 0.00 sec. (0.05 ticks)
Initializing dual steep norms . . .

Iteration log . . .
Iteration: 1 Dual objective = 68500.000000

Dual simplex - Optimal: Objective = 4.5056714047e+05
Solution time = 0.00 sec. Iterations = 17 (0)
Deterministic time = 0.11 ticks (101.01 ticks/sec)

CPLEX> display solution variables PF12a6-PF6a12
Variable Name Solution Value
PF12a6 23000.000000
PF6a9 90367.140468
PF9a3 81875.000000
PF3a6 133100.000000
PF6a12 122225.000000
CPLEX>

```

Figura 10: SolucionCentraElectricaGeneradores

7. Energía hidroeléctrica

7.1. Enunciado 12.6

Esta es una extensión del problema de generación de energía. Además de los generadores térmicos, un depósito alimenta dos hidrogeneradores: en el tipo A y uno de tipo B. Cuando un hidrogenerador está funcionando, opera a un nivel fijo y la profundidad de depósito disminuye. Los costos asociados con cada hidrogenerador son un costo de puesta en marcha fijo y un costo de funcionamiento por hora. Las características de cada tipo de generador se muestran en la siguiente tabla:

	Operando a nivel	Costo por hora	Reducción de la profundidad del embalse por hora (m)	Costo iniciales
Hydro A	900 MW	90	0.31	1500
Hydro B	1400 MW	150	0.47	1200

Por razones medioambientales, el depósito debe mantenerse a una profundidad de entre 15 y 20 m. Además, a la medianoche de cada noche, el embalse debe ser de 16 m. profundo. Los generadores térmicos se pueden usar para bombear agua al depósito. Para aumentar el nivel del depósito en 1 m, requiere 3000 MWh de electricidad. Puede suponer que las precipitaciones no afectan el nivel del yacimiento.

En cualquier momento, debe ser posible satisfacer un aumento en la demanda de electricidad de hasta 15 %. Esto puede lograrse mediante cualquier combinación de lo siguiente: encender un generador hidráulico (incluso si esto hiciera que la profundidad del depósito cayera por debajo de 15 m); utilizando la salida de un generador térmico, que se usa para bombear agua al depósito; y aumentar el nivel de operación de una generación térmica al máximo. Los generadores térmicos no se pueden encender instantáneamente para satisfacer la mayor demanda (aunque los generadores hidroeléctricos sí pueden).

7.2. Modelo

D_{12a6} : profundidad del depósito desde 12 pm a 6 am

D_{6a9} : profundidad del depósito desde 6 am a 9 am

D_{9a3} : profundidad del depósito desde 9 am a 3 pm

D_{3a6} : profundidad del depósito desde 3 pm a 6 pm

D_{6a12} : profundidad del depósito desde 6 pm a 12 am

H_{12a6_i} : se está usando el hidrogenerador tipo i desde 12 pm a 6 am

CH_{12a6_i} : costo total hidrogenerador tipo i desde 12 pm a 6 am

H_{6a9_i} : se está usando el hidrogenerador tipo i desde 6 am a 9 am

CH_{6a9_i} : costo total hidrogenerador tipo i desde 6 am a 9 am

H_{9a3_i} : se está usando el hidrogenerador tipo i desde 9 am a 3 pm

CH_{9a3_i} : costo total hidrogenerador tipo i desde 9 am a 3 pm

H_{3a6_i} : se está usando el hidrogenerador tipo i desde 3 pm a 6 pm

CH_{3a6_i} : costo total hidrogenerador tipo i desde 3 pm a 6 pm

H_{6a12_i} : se está usando el hidrogenerador tipo i desde 6 pm a 12 am

CH_{6a12_i} : costo total hidrogenerador tipo i desde 6 pm a 12 am

donde $i = A, B$

$$\min PF12a6 + PF6a9 + PF9a3 + PF3a6 + PF6a12$$

s.a

El deposito debe mantenerse a una profundidad entre 15 y 20 metros, ademas a la medianoche debe ser de al menos 16m.

$$D12a6 \geq 15 \quad (342)$$

$$D12a6 \leq 20 \quad (343)$$

$$D6a9 \geq 15 \quad (344)$$

$$D6a9 \leq 20 \quad (345)$$

$$D9a3 \geq 15 \quad (346)$$

$$D9a3 \leq 20 \quad (347)$$

$$D3a6 \geq 15 \quad (348)$$

$$D3a6 \leq 20 \quad (349)$$

$$D6a12 \geq 16 \quad (350)$$

$$D6a12 \leq 20 \quad (351)$$

El desposito disminuye en metros si se utiliza un hidrogenerador

$$D12a6 - 0,31(6 \times H12a6_A) - 0,47(6 \times H12a6_B) \leq 20 \quad (352)$$

$$D12a6 - 0,31(6 \times H12a6_A) - 0,47(6 \times H12a6_B) \geq 15 \quad (353)$$

$$D6a9 - 0,31(6 \times H6a9_A) - 0,47(6 \times H6a9_B) \leq 20 \quad (354)$$

$$D6a9 - 0,31(6 \times H6a9_A) - 0,47(6 \times H6a9_B) \geq 15 \quad (355)$$

$$D9a3 - 0,31(6 \times H9a3_A) - 0,47(6 \times H9a3_B) \leq 20 \quad (356)$$

$$D9a3 - 0,31(6 \times H9a3_A) - 0,47(6 \times H9a3_B) \geq 15 \quad (357)$$

$$D3a6 - 0,31(6 \times H3a6_A) - 0,47(6 \times H3a6_B) \leq 20 \quad (358)$$

$$D3a6 - 0,31(6 \times H3a6_A) - 0,47(6 \times H3a6_B) \geq 15 \quad (359)$$

$$D6a12 - 0,31(6 \times H6a12_A) - 0,47(6 \times H6a12_B) \leq 20 \quad (360)$$

$$D6a12 - 0,31(6 \times H6a12_A) - 0,47(6 \times H6a12_B) \geq 15 \quad (361)$$

Indica si el hidrogenerador de tipo A o B se esta usando o no en ese rango horario

$$H12a6_A \geq 0 \quad (362)$$

$$H12a6_B \leq 1 \quad (363)$$

$$H6a9_A \geq 0 \quad (364)$$

$$H6a9_B \leq 1 \quad (365)$$

$$H9a3_A \geq 0 \quad (366)$$

$$H9a3_B \leq 1 \quad (367)$$

$$H3a6_A \geq 0 \quad (368)$$

$$H3a6_B \leq 1 \quad (369)$$

$$H6a12_A \geq 0 \quad (370)$$

$$H6a12_B \leq 1 \quad (371)$$

Costo de la energía proporcionada por el hidrogenerador en ese rango horario

$$CH12a6_A = (1500 + 90 \times 6)H12a6_A \quad (372)$$

$$CH12a6_B = (1200 + 150 \times 6)H12a6_B \quad (373)$$

$$CH6a9_A = (1500 + 90 \times 3)H6a9_A \quad (374)$$

$$CH6a9_B = (1200 + 150 \times 3)H6a9_B \quad (375)$$

$$CH9a3_A = (1500 + 90 \times 6)H9a3_A \quad (376)$$

$$CH9a3_B = (1200 + 150 \times 6)H9a3_B \quad (377)$$

$$CH3a6_A = (1500 + 90 \times 3)H3a6_A \quad (378)$$

$$CH3a6_B = (1200 + 150 \times 3)H3a6_B \quad (379)$$

$$CH6a12_A = (1500 + 90 \times 6)H6a12_A \quad (380)$$

$$CH6a12_B = (1200 + 150 \times 6)H6a12_B \quad (381)$$

8. Colección de leche

8.1. Enunciado

Una pequeña empresa de procesamiento de leche se ha comprometido a recolectar leche de 20 granjas y llevarla al depósito para su procesamiento. La compañía tiene un camión cisterna con capacidad para transportar 80000 litros de leche. Once de las granjas son pequeñas y solo necesitan una recolección cada dos días. Las otras nueve granjas necesitan una colección todos los días. Las posiciones de las granjas en relación con el depósito (numeradas 1) junto con sus requisitos de recolección se muestran en la siguiente tabla:

Granja	Posicion	10 miles	Recolección frecuencia	Requisito de recolección (10001)
1 (deposito)	0	0	-	-
2	-3	3	Cada día	5
3	1	11	Cada día	4
4	4	7	Cada día	3
5	-5	9	Cada día	6
6	-5	-2	Cada día	7
7	-4	-7	Cada día	3
8	6	0	Cada día	4
9	3	-6	Cada día	6
10	-1	-3	Cada día	5
11	0	-6	Cualquier otro día	4
12	6	4	Cualquier otro día	7
13	2	5	Cualquier otro día	3
14	-2	8	Cualquier otro día	4
15	6	10	Cualquier otro día	5
16	1	8	Cualquier otro día	6
17	-3	1	Cualquier otro día	8
18	-6	5	Cualquier otro día	5
19	2	9	Cualquier otro día	7
20	-6	-5	Cualquier otro día	6
21	5	-4	Cualquier otro día	6

Encuentre la ruta óptima para el camión cisterna cada día, teniendo en cuenta que tiene que (i) visitar todas las granjas todos los días; (ii) visitar algunas de las granjas cada dos días y (iii) trabajar dentro de su capacidad. En días alternos, debe volver a visitar las granjas todos los días y también visitar las granjas cada dos días no visitadas el día anterior.

Para mayor comodidad, se proporciona un mapa del área considerada en la figura 12.7.