Teorema da Função Inversa

Seja $F: \Omega \to \mathbb{R}^n$, com Ω aberto em $\mathbb{R}^n$, de classe C^1 e p em Ω tal que $JF(p)$ é inversível.

Então, existem um aberto X contendo p, um aberto Y contendo $F(p)$, e uma função $G: Y \to X$ de classe C^1 satisfazendo $F(G(y)) = y$ para todo y em Y e $G(F(x)) = x$, para todo x em X.

Ainda mais:

$$JG(y) = JF(G(y))^{-1}$$

para todo y em Y

Teorema da Função Implícita

Seja F em $C^1(\Omega, \mathbb{R}^m)$, $\Omega \subseteq \mathbb{R}^{n \times m}$ aberto, e seja $(a,b) \in \Omega$ tal que $F(a,b) = 0$ e $\frac{\partial F}{\partial y}(a,b)$ é inversível. Então, existem conjuntos abertos $X \subseteq \mathbb{R}^n$ e $Y \subseteq \mathbb{R}^m$ os quais contém a e b respectivamente de modo que:

- $\forall x \in X$, existe um único $f(x) = y$ em Y tal que $F(x, f(x)) = 0$
- $f \in C^1(X, Y)$: $f(a) = b$ e

$$Jf(x) = -\left[\frac{\partial F}{\partial y}(x, f(x))\right]^{-1} \cdot \left[\frac{\partial F}{\partial x}(x, f(x))\right]$$

para todo x em X

Teorema de Weierstrass

Toda função a valores reais, contínua, definida em um compacto admite máximo e mínimo em K.

Teorema do Método dos multiplicadores de Lagrange

Seja $F: \mathbb{R}^{n+m} \to \mathbb{R}$ diferenciável e $g = (g_1, \dots, g_m) \in C^1(\mathbb{R}^{n+m}, \mathbb{R}^m)$.

Se F admite extremante local no ponto $P \in g^{-1}(0, \dots, 0)$ e o conjunto $\{\nabla g_1, \dots, g_m\}$ for L.I, então existem números reais $\lambda_1, \dots, \lambda_m$ tais que

$$\nabla F(P) = \lambda_1 \nabla g_1(P) + \dots + \lambda_m \nabla g_m(P)$$