Teorema de Weierstrass

Seja uma função a valores reais, contínua e definida em um compacto K, então essa função f admite máximo e mínimo nesse compacto K.

Teorema dos multiplicadores de Lagrange

Seja $F: \mathbb{R}^{n+m} \to \mathbb{R}$ diferenciável e $g(g_1, \dots, g_m) \in C^1(\mathbb{R}^{n+m}, \mathbb{R})$.

Se f admite extremante local no ponto $P \in g^{-1}(0, \dots, 0)$ e o conjunto $\{\nabla g_1, \dots, \nabla g_m\}$ é L.I., então existem números reais $\lambda_1, \dots, \lambda_m$ tais que

$$\nabla F(P) = \lambda_1 \nabla g_1(P) + \dots + \lambda_m \nabla g_m(P)$$

Teorema dos multiplicadores de Lagrange

Seja $F: \mathbb{R}^{n+m} \to \mathbb{R}$ diferenciável e $g(g_1, \dots, g_m) \in C^1(\mathbb{R}^{n+m}, \mathbb{R})$

Se F admite extremante local no ponto $P \in g(0, \dots, 0)$ e o conjunto $\{\nabla g_1, \dots, \nabla g_m\}$ for L.I., então existem números reais $\lambda_1, \dots, \lambda_m$ tais que

$$\nabla F(P) = \lambda_1 \nabla g_1(P) + \dots + \lambda_m \nabla g_m(P)$$

Teorema da Função Inversa

Seja $F: \Omega \to \mathbb{R}^n$, com Ω aberto em $\mathbb{R}^n$ e de classe C^1 e p em Ω tal que $JF(p)$ é inversível.

Então, existem um aberto X contendo p e um aberto Y contendo F(p), e uma função $G: Y \to X$ de classe C^1 satisfazendo

$F(G(y)) = y$ para todo y em Y e $G(F(x)) = x$ para todo x em X

Ainda mais,

$$JG(y) = JF(G(y))^{-1} \quad \text{para todo } y \text{ em } Y$$

Teorema da função inversa

Seja $F: \Omega \to \mathbb{R}^n$ com Ω aberto em $\mathbb{R}^n$ e de classe C^1 e um ponto p em Ω tal que $JF(p)$ é inversível.

Então, existem um conjunto aberto X que contém p e um aberto Y que contém F(p), e uma função $G: Y \to X$ de classe C^1 satisfazendo

$F(G(y)) = y$ para todo y em Y e $G(F(x)) = x$ para todo x em X

Ainda mais,

$$JG(y) = JF(G(y))^{-1} \quad \text{para todo } y \text{ em } Y$$

Teorema da função Inversa

Seja $F: \Omega \to \mathbb{R}^n$ com Ω aberto em $\mathbb{R}^n$, de classe C^1 e um ponto p tal que está em Ω e $JF(p)$ é inversível.

Então, existem um conjunto aberto X contendo p e um aberto Y contendo $F(p)$, e uma função $G: Y \to X$ satisfazendo

$$F(G(y)) = y \quad \forall y \in Y \text{ e } \quad G(F(x)) = x \quad \forall x \in X$$

Ainda mais,

$$JG(y) = JF(G(y))^{-1} \quad \forall y \in Y$$

Teorema da Função Inversa

Seja $F: \Omega \to \mathbb{R}^n$, com Ω aberto, de classe C^1 e um ponto p em Ω tal que $JF(p)$ é inversível

Então, existem um aberto X contendo p e um aberto Y contendo $F(p)$ e uma função $G: Y \to X$ satisfazendo $F(G(y)) = y$ $\forall y$ em Y e $G(F(x)) = x$ para qualquer x em X

Ainda mais,

$$JG(y) = JF(G(y))^{-1} \quad \text{para todo } y \text{ em } Y$$

Teorema da Função implícita

Seja F em $C^1(\Omega, \mathbb{R}^m)$, com Ω aberto em $\mathbb{R}^{n \times m}$ e (a,b) em Ω tal que $F(a,b) = 0$ e $\frac{\partial F}{\partial y}(a,b)$ é inversível.

Então, existem um aberto X em $\mathbb{R}^n$ contendo a e um aberto Y em $\mathbb{R}^m$ contendo b satisfazendo

- para todo x em X existe um único $y = f(x)$ em Y tal que
  $F(x, f(x)) = 0$
- $f \in C^1(X, Y)$
- $f(a) = b$ e

$$Jf(x) = -\left[\frac{\partial F}{\partial y}(x,y)\right] \cdot \left[\frac{\partial F}{\partial x}(x,y)\right]$$

Teorema da Função Implícita

Seja $F \in C^1(\Omega, \mathbb{R}^m)$, com Ω aberto em $\mathbb{R}^{n \times m}$ e um ponto (a,b) em Ω tal que $F(a,b) = 0$ e $\frac{\partial F}{\partial y}(a,b)$ é inversível.

Então, existem um aberto X em $\mathbb{R}^n$ contendo a e um aberto Y em $\mathbb{R}^m$ contendo b satisfazendo

- para todo x em X, existe um único $y = f(x)$ tal que
  $F(x, f(x)) = 0$
- $f \in C^1(X, Y)$
- $f(a,b)$ e

$$Jf(x) = -\left[\frac{\partial F}{\partial y}(x,y)\right]^{-1} \cdot \left[\frac{\partial F}{\partial x}(x,y)\right]$$

Teorema da Função Inversa

Seja $F \in C^1(\Omega, \mathbb{R}^n)$, com Ω aberto em $\mathbb{R}^n$ e um ponto p em Ω tal que $JF(p)$ é inversível.

Então, existem um aberto X contendo p e um aberto Y contendo $F(p)$, e uma função $G : Y \to X$ de classe C^1 satisfazendo $F(G(y)) = y$ para todo y em Y e $G(F(x)) = x$ para todo x em X

Ainda mais

$$JG(y) = JF(G(y))^{-1}$$

Teorema de Weierstrass

Seja uma função a valores reais, contínua e contida em um compacto K, então a função admite máximo e mínimo em K

Teorema dos multiplicadores de lagrange

Seja $F : \mathbb{R}^{n+m} \to \mathbb{R}$ diferenciável e uma função $g = (g_1, \dots, g_m) \in C^1(\mathbb{R}^{n+m}, \mathbb{R}^m)$

Se F admite extremante local no ponto $P \in g^{-1}(0, \dots, 0)$ e o conjunto $\{\nabla g_1, \dots, \nabla g_m\}$ é L.I., então existem números reais $\lambda_1, \dots, \lambda_m$ tais que

$$\nabla F(P) = \lambda_1 \nabla g_1 + \dots + \lambda_m \nabla g_m(P)$$

Teorema da função implícita

Seja $F \in C^1(\Omega, \mathbb{R}^m)$ com Ω aberto em $\mathbb{R}^{n+m}$ e um ponto (a,b) em Ω tal que $F(a,b) = 0$ e $\frac{\partial F}{\partial y}(a,b)$ é inversível.

Então, existem um aberto X em $\mathbb{R}^n$ contendo a e um aberto Y em $\mathbb{R}^m$ contendo b satisfazendo

- para todo x em X, existe um único $y = f(x)$ tal que $F(x, f(x)) = 0$
- $f \in C^1(X \to Y)$
- $f(a) = b$ e

$$Jf(x) = -\left[\frac{\partial F}{\partial y}(x,y)\right]^{-1} \cdot \left[\frac{\partial F}{\partial x}(x,y)\right]$$