Sabrina Araújo nUSP 12566182

MAC0417 - Lista 3

1. Qual a diferença entre convolução e correlação no contexto de imagens? O que são kernels e como eles influenciam o resultado da convolução?

A correlação consiste em mover o centro de um kernel sobre uma imagem e calcular a soma dos produtos em cada localização. É usada para reconhecimento de padrões, processamento de sinais, etc.

A convolução consiste no mesmo, exceto que o kernel de correlação é rotacionado por 180°. É usada para filtragem de imagens, processamentos de sinais, redes neurais, etc.

Os kernels são matrizes usadas para aplicar filtros como desfoque ou detecção de bordas. O tamanho e valores dentro do kernel influenciam diretamente no filtro sobre a imagem que será aplicado com a correlação ou convolução.

2. Dado o seguinte kernel e imagem:

w =

1	3	1
2	6	2
4	12	4

a. Dê a convolução dos dois (w ★ f).

Contas:

Pixel (0,0) = 0x4 + 0x8 + 0x4 + 0x4 + 1x8 + 1x4 + 0x2 + 1x8 + 0x2 = 20

Pixel (0,1) = 0x4 + 0x8 + 0x4 + 1x4 + 1x8 + 1x4 + 1x2 + 0x8 + 1x2 = 20

Pixel (0,2) = 0x4 + 0x8 + 0x4 + 1x4 + 1x8 + 1x4 + 0x2 + 1x8 + 0x2 = 24

Pixel (0,3) = 0x4 + 0x8 + 0x4 + 1x4 + 1x8 + 1x4 + 1x2 + 0x8 + 1x2 = 20

Pixel (0,4) = 0x4 + 0x8 + 0x4 + 1x4 + 1x8 + 0x4 + 0x2 + 1x8 + 0x2 = 20

Pixel (1,0) = 0x4 + 1x8 + 1x4 + 0x4 + 1x8 + 0x4 + 0x2 + 1x8 + 0x2 = 28

Pixel (1,1) = 1x4 + 1x8 + 1x4 + 1x4 + 0x8 + 1x4 + 1x2 + 0x8 + 1x2 = 28

Pixel (1,2) = 1x4 + 1x8 + 1x4 + 0x4 + 1x8 + 0x4 + 0x2 + 1x8 + 0x2 = 32

Pixel (1,3) = 1x4 + 1x8 + 1x4 + 1x4 + 0x8 + 1x4 + 1x2 + 0x8 + 1x2 = 28

Pixel (1,4) = 1x4 + 1x8 + 0x4 + 0x4 + 1x8 + 0x4 + 0x2 + 1x8 + 0x2 = 28

Pixel (2,0) = 0x4 + 1x8 + 0x4 + 0x4 + 1x8 + 0x4 + 0x2 + 1x8 + 0x2 = 24

Pixel (2,1) = 1x4 + 0x8 + 1x4 + 1x4 + 0x8 + 1x4 + 1x2 + 0x8 + 1x2 = 20

Pixel (2,2) = 0x4 + 1x8 + 0x4 + 0x4 + 1x8 + 0x4 + 0x2 + 1x8 + 0x2 = 24

Pixel (2,3) = 1x4 + 0x8 + 1x4 + 1x4 + 0x8 + 1x4 + 1x2 + 0x8 + 1x2 = 20

Pixel (2,4) = 0x4 + 1x8 + 0x4 + 0x4 + 1x8 + 0x4 + 0x2 + 1x8 + 0x2 = 24

Pixel (3,0) = 0x4 + 1x8 + 0x4 + 0x4 + 1x8 + 0x4 + 0x2 + 1x8 + 1x2 = 26

Pixel (3,1) = 1x4 + 0x8 + 1x4 + 1x4 + 0x8 + 1x4 + 1x2 + 1x8 + 1x2 = 28

Pixel (3,2) = 0x4 + 1x8 + 0x4 + 0x4 + 1x8 + 0x4 + 1x2 + 1x8 + 1x2 = 28

Pixel (3,3) = 1x4 + 0x8 + 1x4 + 1x4 + 0x8 + 1x4 + 1x2 + 1x8 + 1x2 = 28

Pixel (3,4) = 0x4 + 1x8 + 0x4 + 0x4 + 1x8 + 0x4 + 1x2 + 1x8 + 0x2 = 26

Pixel (4,0) = 0x4 + 1x8 + 0x4 + 0x4 + 1x8 + 1x4 + 0x2 + 0x8 + 0x2 = 20

Pixel (4,1) = 1x4 + 0x8 + 1x4 + 1x4 + 1x8 + 1x4 + 0x2 + 0x8 + 0x2 = 24

Pixel (4,2) = 0x4 + 1x8 + 0x4 + 1x4 + 1x8 + 1x4 + 0x2 + 0x8 + 0x2 = 24

Pixel (4,3) = 1x4 + 0x8 + 1x4 + 1x4 + 1x8 + 1x4 + 0x2 + 0x8 + 0x2 = 24

Pixel (4,4) = 0x4 + 1x8 + 0x4 + 1x4 + 1x8 + 0x4 + 0x2 + 0x8 + 0x2 = 20

Matriz Resultante:

[20. 20. 24. 20. 20.]

[28. 28. 32. 28. 28.]

[24. 20. 24. 20. 24.]

[26. 28. 28. 28. 26.]

[20. 24. 24. 24. 20.]

b. Calcule a correlação com a imagem f (w ☆ f).

Contas:

Pixel (0,0) = 0x2 + 0x4 + 0x2 + 0x4 + 1x8 + 1x4 + 0x4 + 1x8 + 0x4 = 20

Pixel (0,1) = 0x2 + 0x4 + 0x2 + 1x4 + 1x8 + 1x4 + 1x4 + 0x8 + 1x4 = 24

Pixel (0,2) = 0x2 + 0x4 + 0x2 + 1x4 + 1x8 + 1x4 + 0x4 + 1x8 + 0x4 = 24

Pixel (0,3) = 0x2 + 0x4 + 0x2 + 1x4 + 1x8 + 1x4 + 1x4 + 0x8 + 1x4 = 24

Pixel (0,4) = 0x2 + 0x4 + 0x2 + 1x4 + 1x8 + 0x4 + 0x4 + 1x8 + 0x4 = 20

Pixel (1,0) = 0x2 + 1x4 + 1x2 + 0x4 + 1x8 + 0x4 + 0x4 + 1x8 + 0x4 = 22

Pixel (1,1) = 1x2 + 1x4 + 1x2 + 1x4 + 0x8 + 1x4 + 1x4 + 0x8 + 1x4 = 24

Pixel (1,2) = 1x2 + 1x4 + 1x2 + 0x4 + 1x8 + 0x4 + 0x4 + 1x8 + 0x4 = 24

Pixel (1,3) = 1x2 + 1x4 + 1x2 + 1x4 + 0x8 + 1x4 + 1x4 + 0x8 + 1x4 = 24

Pixel (1,4) = 1x2 + 1x4 + 0x2 + 0x4 + 1x8 + 0x4 + 0x4 + 1x8 + 0x4 = 22

Pixel (2,0) = 0x2 + 1x4 + 0x2 + 0x4 + 1x8 + 0x4 + 0x4 + 1x8 + 0x4 = 20

Pixel (2,1) = 1x2 + 0x4 + 1x2 + 1x4 + 0x8 + 1x4 + 1x4 + 0x8 + 1x4 = 20

Pixel (2,2) = 0x2 + 1x4 + 0x2 + 0x4 + 1x8 + 0x4 + 0x4 + 1x8 + 0x4 = 20

Pixel (2,3) = 1x2 + 0x4 + 1x2 + 1x4 + 0x8 + 1x4 + 1x4 + 0x8 + 1x4 = 20

Pixel (2,4) = 0x2 + 1x4 + 0x2 + 0x4 + 1x8 + 0x4 + 0x4 + 1x8 + 0x4 = 20

Pixel (3,0) = 0x2 + 1x4 + 0x2 + 0x4 + 1x8 + 0x4 + 0x4 + 1x8 + 1x4 = 24

Pixel (3,1) = 1x2 + 0x4 + 1x2 + 1x4 + 0x8 + 1x4 + 1x4 + 1x8 + 1x4 = 28

Pixel (3,2) = 0x2 + 1x4 + 0x2 + 0x4 + 1x8 + 0x4 + 1x4 + 1x8 + 1x4 = 28

Pixel (3,3) = 1x2 + 0x4 + 1x2 + 1x4 + 0x8 + 1x4 + 1x4 + 1x8 + 1x4 = 28

Pixel (3,4) = 0x2 + 1x4 + 0x2 + 0x4 + 1x8 + 0x4 + 1x4 + 1x8 + 0x4 = 24

Pixel (4,0) = 0x2 + 1x4 + 0x2 + 0x4 + 1x8 + 1x4 + 0x4 + 0x8 + 0x4 = 16

Pixel (4,1) = 1x2 + 0x4 + 1x2 + 1x4 + 1x8 + 1x4 + 0x4 + 0x8 + 0x4 = 20

Pixel (4,2) = 0x2 + 1x4 + 0x2 + 1x4 + 1x8 + 1x4 + 0x4 + 0x8 + 0x4 = 20

Pixel (4,3) = 1x2 + 0x4 + 1x2 + 1x4 + 1x8 + 1x4 + 0x4 + 0x8 + 0x4 = 20

Pixel (4,4) = 0x2 + 1x4 + 0x2 + 1x4 + 1x8 + 0x4 + 0x4 + 0x8 + 0x4 = 16

Matriz Resultante:

[20. 24. 24. 24. 20.]

[22. 24. 24. 24. 22.]

[20. 20. 20. 20. 20.]

[24. 28. 28. 28. 24.]

[16. 20. 20. 20. 16.]

3. Abaixo, temos a intensidade de pixels da imagem f:

w =

1	3	1
2	6	2
4	12	4

a. Mostre um kernel 3x3, diferente dos que estão na Seção 3.5 do livro, para um filtro da média e aplique na imagem.

[1 2 1]

[2 4 2] x 1/16 = w

[1 2 1]

Contas:

Pixel (0,0) = (10x4 + 10x2 + 10x2)/16 = 5

Pixel (0,1) = (10x2 + 10x4 + 25x2 + 10x1 + 12x1)/16 = 8.25

Pixel (0,2) = (10x2 + 25x4 + 10x2 + 12x2)/16 = 10.25

Pixel (0,3) = (25x2 + 10x4 + 10x2 + 12x1 + 10x1)/16 = 8.25

Pixel (0,4) = (10x2 + 10x4 + 10x2)/16 = 5

Pixel (1,0) = (10x2 + 10x1 + 10x4 + 25x2)/16 = 7.5

Pixel (1,1) = (10x1 + 10x2 + 25x1 + 10x2 + 12x2 + 25x1 + 12x1)/16 = 8.5

Pixel (1,2) = (10x1 + 25x2 + 10x1 + 12x4 + 12x2)/16 = 8.875

Pixel (1,3) = (25x1 + 10x2 + 10x1 + 12x2 + 10x2 + 12x1 + 25x1)/16 = 8.5

Pixel (1,4) = (10x1 + 10x2 + 10x4 + 25x2)/16 = 7.5

Pixel (2,0) = (10x2 + 25x4 + 10x2)/16 = 8.75

Pixel (2,1) = (10x1 + 12x1 + 25x2 + 12x2 + 10x1 + 12x1)/16 = 7.375

Pixel (2,2) = (12x2+ 12x4+ 12x2)/16 = 6

Pixel (2,3) = (12x1 + 10x1 + 12x2 + 25x2 + 12x1 + 10x1)/16 = 7.375

Pixel (2,4) = (10x2 + 25x4 + 10x2)/16 = 8.75

Pixel (3,0) = (25x2 + 10x4 + 10x2 + 10x1)/16 = 7.5

Pixel (3,1) = (25x1 + 12x1 + 10x2 + 12x2 + 10x1 + 10x2 + 25x1)/16 = 8.5

Pixel (3,2) = (12x2 + 12x4 + 10x1 + 25x2 + 10x1)/16 = 8.875

Pixel (3,3) = (12x1 + 25x1 + 12x2 + 10x2 + 25x1 + 10x2 + 10x1)/16 = 8.5

Pixel (3,4) = (25x2 + 10x4 + 10x1 + 10x2)/16 = 7.5

Pixel (4,0) = (10x2 + 10x4 + 10x2)/16 = 5

Pixel (4,1) = (10x1 + 12x1 + 10x2 + 10x4 + 25x2)/16 = 8.25

Pixel (4,2) = (12x2 + 10x2 + 25x4 + 10x2)/16 = 10.25

Pixel (4,3) = (12x1 + 10x1 + 25x2 + 10x4 + 10x2)/16 = 8.25

Pixel (4,4) = (10x2 + 10x2 + 10x4)/16 = 5

Matriz Resultante:

[5 8.25 10.25 8.25 5]

[7.5 8.5 8.875 8.5 7.5]

[8.75 7.375 6 7.375 8.75]

[7.5 8.5 8.875 8.5 7.5]

[5 8.25 10.25 8.25 5]

b. Encontre um kernel 3x3 diferente dos que estão na seção 3.6 do livro, e faça o sharpening da imagem. (Obs: não esqueça de fazer o zero padding em f, antes do cálculo, em a e b.)

[1 1 1]

[1 -4 1] = w

[1 1 1]

Contas:

Pixel (0,0) = 10x-4 + 10x1 + 10x1 = -20

Pixel (0,1) = 10x1 + 10x-4 + 25x1 + 10x1 + 12x1 = 17

Pixel (0,2) = 10x1 + 25x-4 + 10x1 + 12x1 = -68

Pixel (0,3) = 25x1 + 10x-4 + 10x1 + 12x1 + 10x1 = 17

Pixel (0,4) = 10x1 + 10x-4 + 10x1 = -20

Pixel (1,0) = 10x1 + 10x1 + 10x-4 + 25x1 = 5

Pixel (1,1) = 10x1 + 10x1 + 25x1 + 10x1 + 12x1 + 25x1 + 12x1 = 104

Pixel (1,2) = 10x1 + 25x1 + 10x1 + 12x-4 + 12x1 = 9

Pixel (1,3) = 25x1 + 10x1 + 10x1 + 12x1 + 10x1 + 12x1 + 25x1 = 104

Pixel (1,4) = 10x1 + 10x1 + 10x-4 + 25x1 = 5

Pixel (2,0) = 10x1 + 25x-4 + 10x1 = -80

Pixel (2,1) = 10x1 + 12x1 + 25x1 + 12x1 + 10x1 + 12x1 = 81

Pixel (2,2) = 12x1 + 12x-4 + 12x1 = -24

Pixel (2,3) = 12x1 + 10x1 + 12x1 + 25x1 + 12x1 + 10x1 = 81

Pixel (2,4) = 10x1 + 25x-4 + 10x1 = -80

Pixel (3,0) = 25x1 + 10x-4 + 10x1 + 10x1 = 5

Pixel (3,1) = 25x1 + 12x1 + 10x1 + 12x1 + 10x1 + 10x1 + 25x1 = 104

Pixel (3,2) = 12x1 + 12x-4 + 10x1 + 25x1 + 10x1 = 9

Pixel (3,3) = 12x1 + 25x1 + 12x1 + 10x1 + 25x1 + 10x1 + 10x1 = 104

Pixel (3,4) = 25x1 + 10x-4 + 10x1 + 10x1 = 5

Pixel (4,0) = 10x1 + 10x-4 + 10x1 = -20

Pixel (4,1) = 10x1 + 12x1 + 10x1 + 10x-4 + 25x1 = 17

Pixel (4,2) = 12x1 + 10x1 + 25x-4 + 10x1 = -68

Pixel (4,3) = 12x1 + 10x1 + 25x1 + 10x-4 + 10x1 = 17

Pixel (4,4) = 10x1 + 10x1 + 10x-4 = -20

Matriz Resultante:

[-20. 17. -68. 17. -20.]

[5. 104. 9. 104. 5.]

[-80. 81. -24. 81. -80.]

[5. 104. 9. 104. 5.]

[-20. 17. -68. 17. -20.]

c. Faça uma discussão sobre os resultados dos itens a e b de acordo com os kernels utilizados.

Os filtros de média e sharpening têm resultados opostos na imagem. O filtro de média suaviza a imagem, enquanto o filtro de sharpening aumenta o contraste e realça os detalhes.

4. Dado o kernel w abaixo, Encontre um w1 e w2, tal que w = w1 ★ w2. Sendo que w1 ≠ w, e w2 ≠ w. (Dica: O kernel abaixo é separável)

w =

1	3	1
2	6	2
4	12	4

O kernel w pode ser separado em:

w1: [1], [2], [4]

w2: [1, 3, 1]

Para fazer a convolução de w1 e w2 usamos o produto externo de w1 e w2:

[1x1, 1x3, 1x1]

[2x1, 2x3, 2x1]

[4x1, 4x3, 4x1]

Que resulta exatamente no kernel w:

[1, 3, 1] [2, 6, 2] [4, 12, 4]

Portanto, w = w1 ★ w2.