Teorema de Weierstrass

Seja uma função a naloces reais, continua e definida em um compacto K, então essa função f admite maximo e infinimo nesse compacto K.

Teorema dos unutiplicadores de lagrange

Seja  $F: \mathbb{R}^{n+m} \to \mathbb{R}$  déferenciavel .  $g(g_1, ..., g_m) \in C^1(\mathbb{R}^{n+m}, \mathbb{R})$ .

Se f admite extremente local ma ponto. P∈ g-1 (0,...,0) e o conjunto.

 $\{\nabla g_1,...,\nabla g_m\}$  is 2.1., untao excisten minieros reais  $\lambda_1,...,\lambda_m$  tais que  $\nabla F(P) = \lambda_1 \nabla g_1(P) + ... + \lambda_m \nabla g_m(P)$ 

Teorema dos multiplicadores de lagrange

Seja  $F: \mathbb{R}^{n+m} \to \mathbb{R}$  diferenciable  $g(g_1, ..., g_m) \in C^1(\mathbb{R}^{n+m}, \mathbb{R})$ 

Se F admite extremente local uno ponto  $P \in g(0,...,0)$  ce o conjunto  $\{\nabla g_s,...,\nabla g_m\}$  for 1.1, untão uscistem unimeros treais  $\lambda_s,...,\lambda_m$  tois que

 $\nabla F(P) = \lambda_1 \nabla_{g_1}(P) + \dots + \lambda_m \nabla_{g_m}(P)$ 

Tuorma da Função Inversa

Seja  $F: \Omega \to \mathbb{R}^n$ , com  $\Omega$  aberto om  $\mathbb{R}^n$  re de classe  $C^1$  re p rem  $\Omega$  tal que JF(p) re inversivel.

Então, vacintem um abento X contendo P le um abento Y contendo F(P), le uma função  $G:Y \longrightarrow Y$  de classe  $C^*$  untisfazondo

F(G(g)) = g para todo g em Y e G(F(x)) = x para todo x em XAinda emais,

 $JG(y) = JF(G(y))^{-1}$  para todo y um y

Treorema da Jungão inversa

Seja  $F: \Omega \to \mathbb{R}^n$  com  $\Omega$  choute um  $\mathbb{R}^n$  is de classe C' is un ponte p um  $\Omega$  tal que  $\mathcal{F}(p)$  is inversivel.

Então, escistem um conjunto aberto X que contem P le um aborto Y que contem F(P), le uma função  $G:Y\to X$  de classe  $C^{\Delta}$  isatisfazon do .

F(G(y)) = y paratodo y em Y e G(F(x)) = x para todo x em X

A inda mais,

 $\overline{\mathcal{J}G}(y) = \overline{\mathcal{J}F}(G(y))^{-1}$  para todo y em y

Tuozema da Jungão Inversa

Seje  $F: \Omega \to \mathbb{R}^n$  com  $\Omega$  aberto um  $\mathbb{R}^n$ , de classe  $C^*$  ce um ponto p tal que verta um  $\Omega$  a  $\mathcal{F}(p)$  = inversivel.

Entre, existem um conjunto aberto X contendo P. e um aberto Y contendo

F(p), a uma função  $G_1\colon Y \longrightarrow X$  vatisfazendo

 $F(G(y)) = y \quad \forall y \in Y \quad \alpha \quad G(F(x)) = x \quad \forall x \in X$ 

Aunda mais,

 $5G(y) = 5F(G(y))^{-1}$   $\forall y \in Y$ 

Treorema da Fanção Inversa

Seja  $F: \Omega \to \mathbb{R}^n$ , com  $\Omega$  aborto, de classe  $C^2$  e um ponto P com  $\Omega$  tal que  $\mathcal{F}(P)$  à un versivel

Entare, uncistem um aberto X contindo P a um aberto Y contindo F(P) a uma função  $G: Y \rightarrow X$  natisfazendo F(G(y)) = y  $\forall y \in Y$  a G(F(x)) = x para qual quer  $x \in Y$ 

Ainda mons,

 $5G(y) = 5F(G(y))^{-1}$  para todo y um Y

Teorema da Função umplícita

Saja F vm  $C^1(\Omega, \mathbb{R}^m)$ , com  $\Omega$  aborto em  $\mathbb{R}^{n \times m}$  e (a,b) em  $\Omega$  tal que

 $F(a_1b) = 0$  e  $\frac{\partial F}{\partial y}(a_1b)$   $\acute{u}$  immersivel

Entar, excistem um aberto X em  $\mathbb{R}^n$  contendo a le um aberto Y um  $\mathbb{R}^m$  contendo b esatisfazendo

para todo se um X essiste um único y = f(x) om Y tal que

F(x, f(x)) = 0

• ' fe c, (x (X)

4(a) = b e

$$\int d(x) = - \left[ \frac{\partial F}{\partial y} (x, y) \right] \cdot \left[ \frac{\partial F}{\partial x} (x, y) \right]$$

Teorema da Função Implicita

Seja  $F \in C^{s}(\Omega_{1}(\mathbb{R}^{m}))$ , com  $\Omega$  aborto um  $\mathbb{R}^{n \times m}$  is un porto (a,b) um  $\Omega$  tal que  $F(a_{1}b) = 0$  is  $\partial_{y}(a_{1}b)$  is invertible.

Então, escustem um aberto X am IRM contendo a u um aborto y um IRM contendo do b vatisfazendo

- · para todo x um X, existe um único y = f(x) tal que F(x, f(x)) = 0
- TEC, (X' A)
- · f(a,b) e

$$\Im(x) = - \left[ \frac{\partial F}{\partial y} (x_i y) \right]^{-\frac{1}{2}} \cdot \left[ \frac{\partial F}{\partial x} (x_i y) \right]$$

```
Turcema da Função Inversa
  Sign F \in C^1(\Omega, \mathbb{R}^n), com \Omega aborto um \mathbb{R}^n re um ponto P um \Omega tal que
JF(p) é inversivel
   Entar, existem um aberto X contendo p a um aberto Y contendo F(p), a uma
  Junção G: Y \rightarrow X de classe C^* excitaçando F(G(y)) = y para to do
  y um Y le G_1(F(x)) = x para todo x um X
  Ainda mais
                    \mathcal{I}G(A) = \mathcal{I}E(C(A))^{-7}
  Terama de Weierstrass
   Seja uma função a valezes reais, continua e contida em um compato K
 untão a função admite máscimo e imínimo um K
 Teorema dos multiplicadores de lagrange
 Seja F: Rn+m > 1R diferenciarel le uma função q = (g1,... 1 gm) CC1 (1Rn+mp)
 Se F admite extremente local une ponte P \in q^{-1}(0,...,0) e o conjunte
 {\( \sqrt{g}_1,...,\sqrt{gm}\) \tall \( L \) , então escustem infimosos vientes \( \lambda_1,...,\rangle m\) tais que
               \nabla F(P) = \lambda_{\Delta} \nabla_{Q_{\Delta}} + \dots + \lambda_{m} \nabla_{Q_{m}}(P)
  Teorema da Junção implicita
 Seja F \in C^1(\Omega, \mathbb{R}^m) com \Omega aberto um \mathbb{R}^{n+m} re um ponto (a,b) um \Omega
 tal que F(a,b)=0 e zy (a,b) é un versivel.
 Então, escutem um aberto X cem IRº contendo a e um aberto V cem IRº
contendo b vatisfazendo
para todo x em X, resciste um único g = f(x) tal que
 O_{i} = i \left( (x_{i}) \right) f(x_{i}) = 0
 A \in C^{\Delta}(X \to X)
 f(a) = b e
```

 $\Im f(\infty) = -\left[\frac{\partial F}{\partial y}(x,y)\right]^{\frac{1}{2}} \cdot \left[\frac{\partial F}{\partial x}(x,y)\right]$