MAC0338 - ANÁLISE DE ALGORITMOS

LISTA 4

CHECKLIST

entregue fiz incompleto não entendi

questão 1

questão 2

questão 3

questão 4

questão 5

questão 6

questão 7

questão 8

questão 9

questão 10

questão 11

questão 12

questão 13

questão 14

questão 15

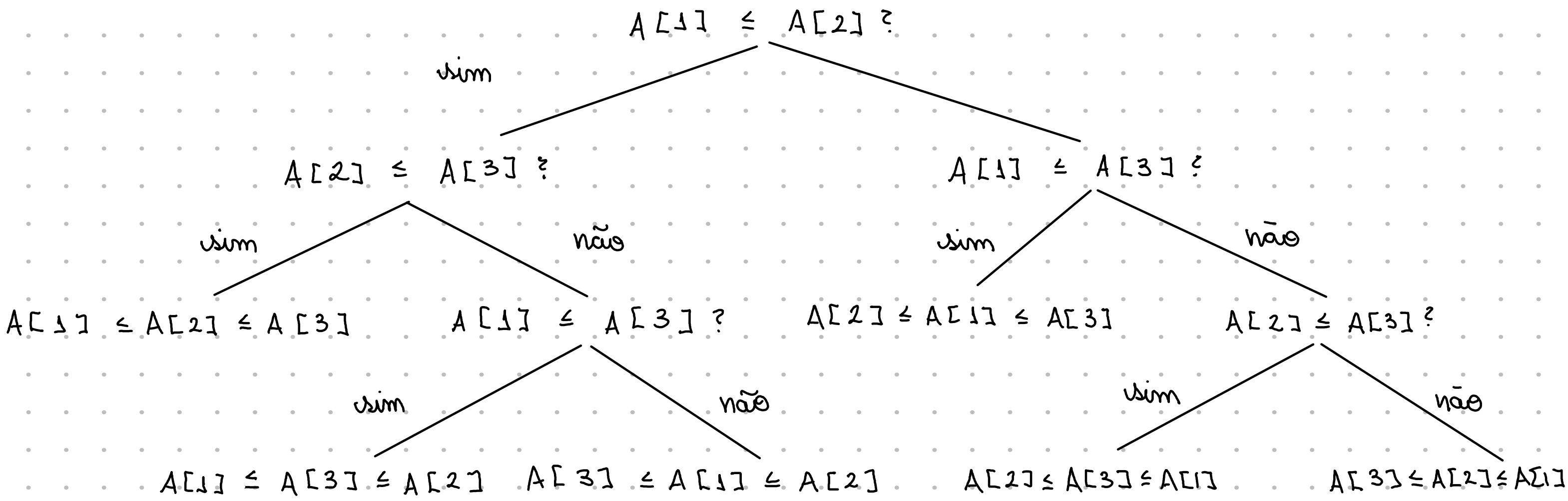
questão 16

questão 17

questão 18

estudar depois da P1

1. Desenhe a árvore de decisão para o SELECTIONSORT aplicado a $A[1..3]$ com todos os elementos distintos.



- a ordenação por seleção melhora o bubble sort
- realiza apenas uma troca a cada passagem pela lista
- procura pelo valor mais alto enquanto faz uma passagem
- depois de completá-la, coloca-o na posição certa
- complexidade $O(n^2)$

2. **(CLRS 8.1-1)** Qual a menor profundidade (= menor nível) que uma folha pode ter em uma árvore de decisão que descreve um algoritmo de ordenação baseado em comparações?

Considere uma árvore de decisão para $A[1 \ldots n]$

A menor profundidade acontece quando a lista a ser ordenada já está ordenada. Neste caso, uma folha tem profundidade $n-1$, que é exatamente o número de comparações.

- Para se ter certeza que um vetor está ordenado é preciso que todos os inteiros estejam "conectados" por alguma comparação, assim como um grafo conexo que tem $n-1$ arestas a árvore tem que ter altura $n-1$ em seu menor nível.

4. **(CLRS 8.1-3)** Mostre que não há algoritmo de ordenação baseado em comparações cujo consumo de tempo é linear para pelo menos metade das $n!$ permutações de 1 a n. O que acontece se trocarmos “metade” por uma fração de $1/n$? O que acontece se trocarmos “metade” por uma fração de $1/2^n$?

5. **(CLRS 8.2-1)** Simule a execução do CountingSort usando como entrada o vetor

$$A[1..11] = \langle 6, 0, 2, 0, 1, 3, 4, 6, 1, 3, 2 \rangle.$$

A [1 ... 11] =

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
6	0	2	0	1	3	4	6	1	3	2

- armazena a quantidade de cada inteiro em C

C [0 ... 6] =

0	1	2	3	4	5	6
2	2	2	2	1	0	2

- calcula a soma acumulada

C [0 ... 6] =

0	1	2	3	4	5	6
2	4	6	8	9	9	11

- preenche o vetor B

B [1 ... 11] =

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
					2					

C [0 ... 6] =

0	1	2	3	4	5	6
	4	5	8	9	9	11

B [1 ... 11] =

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
					2		3			

C [0 ... 6] =

0	1	2	3	4	5	6
2	4	5	7	9	9	11

B [1 ... 11] =

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
			1		2		3			

C [0 ... 6] =

0	1	2	3	4	5	6
2	3	5	8	9	9	11

B [1 ... 11] =

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
			1		2		3			6

C [0 ... 6] =

0	1	2	3	4	5	6
2	3	5	8	9	9	10

B[1... 11] =

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
			1		2		3	4		6

C[0... 6] =

0	1	2	3	4	5	6
2	3	5	7	8	9	10

B[1... 11] =

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
			1		2	3	3	4		6

C[0... 6] =

0	1	2	3	4	5	6
2	3	5	6	8	9	10

B[1... 11] =

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	0	1	1		2	3	3	4		6

C[0... 6] =

0	1	2	3	4	5	6
1	2	5	6	8	9	10

B[1... 11] =

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	0	1	1	2	2	3	3	4		6

C[0... 6] =

0	1	2	3	4	5	6
1	2	4	6	8	9	10

B[1... 11] =

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	1	1	2	2	3	3	4	6	6

C[0... 6] =

0	1	2	3	4	5	6
0	3	4	6	8	9	9

retorna

B[1... 11] =

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	1	1	2	2	3	3	4	6	6

6. **(CLRS 8.2-2)** Mostre que o CountingSort é estável.

```
CountingSort(A, n)
1   para i ← 1 até k faça
2       C[i] ← 0
3   para j ← 1 até n faça
4       C[A[j]] ← C[A[j]] + 1
5   para i ← 2 até k faça
6       C[i] ← C[i] + C[i − 1]
7   para j ← n decrescendo até 1 faça
8       B[C[A[j]]] ← A[j]
9       C[A[j]] ← C[A[j]] − 1
10  devolva B
```

A linha 7 do counting sort garante que o algoritmo seja estável, pois ordenamos o vetor A de acordo com o vetor C, que nos dá primeiro a última posição que um inteiro ocupa, ou seja, inserimos os inteiros nas posições em B em ordem decrescente, e assim, ao percorrer o vetor A na linha 7 em ordem decrescente, temos que a ordem original dos inteiros iguais será garantida.

7. **(CLRS 8.2-3)** Suponha que o **para** da linha 7 do CountingSort é substituído por

para $j \leftarrow 1$ **até** n **faça**

Mostre que o CountingSort ainda funciona. O algoritmo resultante continua estável?

O counting sort ainda funciona, pois os inteiros serão armazenados em B de acordo com a soma acumulada em C, que indica as posições, porém, como visto no ex 6) para ser estável é preciso que assim como as posições do vetor C que são dadas em ordem decrescente o vetor A também precisa ser percorrido em ordem decrescente para preservar a ordem original dos inteiros iguais.

9. **(CLRS 8.3-4)** Mostre como ordenar n inteiros no intervalo de 0 até $n^2 - 1$ em tempo $O(n)$.

com Radix Sort

10. **(CLRS 8.4-1)** Simule a execução do BucketSort com o vetor

$$A[1\,..\,10] = \langle 0.79, 0.13, 0.16, 0.64, 0.39, 0.20, 0.89, 0.53, 0.71, 0.42 \rangle.$$

B[0] :	B[0] :
B[1] : 0.13 0.16	B[1] : 0.13 0.16
B[2] : 0.20	B[2] : 0.20
B[3] : 0.39	B[3] : 0.39
B[4] : 0.42	B[4] : 0.42
B[5] : 0.53	B[5] : 0.53
B[6] : 0.64	B[6] : 0.64
B[7] : 0.79 0.71	B[7] : 0.71 0.79
B[8] : 0.89	B[8] : 0.89
B[9]	B[9]

C: 0.13 0.16 0.20 0.39 0.42 0.53 0.64 0.71 0.79 0.89

11. **(CLRS 8.4-2)** Qual é o consumo de tempo de pior caso para o BucketSort? Que simples ajuste do algoritmo melhora o seu pior caso para $O(n \lg n)$ e mantem o seu consumo esperado de tempo linear.

O consumo do BucketSort quando os elementos estão bem ordenados é $O(n)$, mas quando cai no pior caso e os elementos caem em um mesmo balde a complexidade fica $O(n^2)$ quando é utilizado o insertion sort, porém utilizando o mergesort o pior caso vai para $O(n\lg n)$.

Sabrina Araujo da Silva   nº USP 125566182

MAC0338 - ANÁLISE DE ALGORITMOS

LISTA 4

8. **(CLRS 8.2-4)** Descreva um algoritmo que, dados n inteiros no intervalo de 1 a k, preprocesse sua entrada e então responda em O(1) qualquer consulta sobre quantos dos n inteiros dados caem em um intervalo $[a\,..\,b]$. O preprocessamento efetuado pelo seu algoritmo deve consumir tempo $O(n+k)$.

seja A um vetor A[1 ... n] onde cada elemento é um inteiro entre 1 e K

e assumindo que $1 \le a \le b \le K$

```
CONSULTA ( A, n, K, a, b)
    para i ← 1 até K faça                // preprocessa a entrada
        C[i] ← 0
    para j ← 1 até n faça
        C[A[j]] ← C[A[j]] + 1
    para i ← 2 até K faça
        C[i] ← C[i] + C[i - 1]
    se a = 1 faça                        // consulta o nº de inteiros em [a ... b]
        retorne C[b]
    senão faça
        retorne C[b] - C[a - 1]
```

18. A remoção da superfície escondida é um problema em computação gráfica que raramente precisa de introdução: quando o João tá na frente da Maria, você pode ver o João, mas não a Maria; quando a Maria tá na frente do João, ... Você entendeu a idéia.

    A beleza desse problema é que você pode resolvê-lo mais rapidamente do que a intuição em geral sugere. Aqui está uma versão simplificada do problema onde já podemos apresentar um algoritmo mais eficiente do que a primeira solução em que se pode pensar. Imagine que são dadas n retas não verticais no plano, denotadas por $L_1, \ldots, L_n$. Digamos que L_i é dada pela equação $y = a_i x + b_i$, para $i = 1, \ldots, n$. Suponha que não há três retas entre as retas dadas que se interseptam mutuamente num mesmo ponto. Dizemos que a reta L_i é a *mais alta* numa dada coordenada $x = x_0$ se sua coordenada y em x_0 é maior que a coordenada y em x_0 de todas as outras retas dadas. Ou seja, se $a_i x_0 + b_i > a_j x_0 + b_j$ para todo $j \neq i$. Dizemos que L_i é *visível* se existe uma coordenada x na qual ela é a mais alta. Intuitivamente, isso corresponde a uma parte de L_i ser visível se você olhar para baixo a partir de $y = \infty$.

    Escreva um algoritmo $\mathrm{O}(n \lg n)$ que recebe uma sequência de n retas, como descrito acima, e devolve a subsequência delas que é visível.