

## CHECK LIST

fez ☒ incompleto ☐ não entendi ☐

- ☒ 1. desenhar uma classe para representar grafos
- ☒ 2. diferença do ex. 1 para digrafos
- ☒ 3. escrever função achaFonte
- ☐ 4. escrever função testaCaminho
- ☐ 5. escrever função Kcaminho
- ☐ 6. escrever funções - momentos de um canal
- ☐ 7. escrever função ancestralComum
- ☐ 8. escrever função, falar complexidade
- ☐ 9. percorrer digrafo em profundidade
- ☐ 10. justificar
- ☐ 11. algoritmo de Dijkstra
- ☐ 12. escrever função (pais)
- ☐ 13. escrever função (dique)
- ☐ 14. usar função do 13, falar complexidade

1. Descreva uma classe para representar grafos, implementando:

- construtor: devolve um grafos com  $V$  vértices, sem arestas;  $\checkmark$
- inclui aresta: inclui uma aresta  $u - v$  no grafo;  $\checkmark$
- remove aresta: remove a aresta  $u - v$  (se existir) do grafo;  $\checkmark$

```
class Grafo {  
    private:  
        int V;           // número de vértices  
        int E;           // número de arestas  
        vector<int> *adj; // vetor de adjacência  
  
    public:  
        Grafo(int V) {  
            this->V = V;  
            E = 0;  
            adj = new vector<int>[V];  
        }  
  
        void add(int u, int v) {  
            adj[u].push(v)  
            adj[v].push(u)  
        }  
  
        void remove(int u, int v) {  
            adj[u].pop(v);  
            adj[v].pop(u);  
        }  
};
```

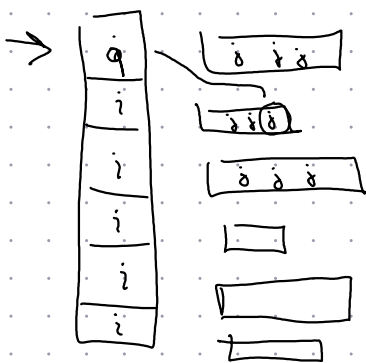
2. O que muda nas funções acima para digrafos?

Para adicionar uma aresta  $u-v$  em um digrafo usando a função `add()` apenas inserimos a aresta dirigida de  $u$  até  $v$  (`adj[u].push(v)`) ao invés de adicionarmos nas adjacências de  $u$  e  $v$ . Assim como na função `remove`, removemos apenas de `adj[u]`, pois as arestas são dirigidas.

3. Escreva uma função `achaFonte` que devolve, se existir, um vértice fonte no grafo e -1, caso contrário.

Uma fonte (= source) é um vértice que tem grau de entrada nulo.

```
int achaFonte() {  
    for (int q = 0; q < V; q++) {  
        bool fonte = false;  
        for (int i = 0; i < V && q != i; i++) {  
            if (std::count(adj[i].begin(), adj[i].end(), q)) {  
                fonte = true;  
            }  
        }  
        if (fonte == false) return q;  
    }  
    return -1;  
}
```



4. Escreva uma função `testaCaminho` que recebe um vetor `seq` e verifica se `seq` é um caminho no grafo.

prof. fez

5. Escreva uma função `kcaminho` que recebe dois vértices  $u$  e  $v$  e um inteiro  $k$  e verifica se existe no grafo um caminho de comprimento menor ou igual a  $k$ .

6. Escreva uma função que recebe um inteiro  $n$  e constroi o grafo correspondente aos movimentos de um cavalo no tabuleiro de xadrez  $n \times n$ , ou seja, os vértices são as posições do tabuleiro e dois vértices são ligados por uma aresta se é possível que um cavalo vá de uma posição para a outra. Observe que este grafo é bipartido :)

Faça um programa que determine, neste grafo, a distância do vértice correspondente ao canto superior esquerdo do tabuleiro a todas as outras posições do tabuleiro.

Exemplo: Para o tabuleiro  $4 \times 4$ , as distâncias entre a posição do canto e as posições do tabuleiro são:

0	3	2	5
3	4	1	2
2	1	4	3
5	2	3	2

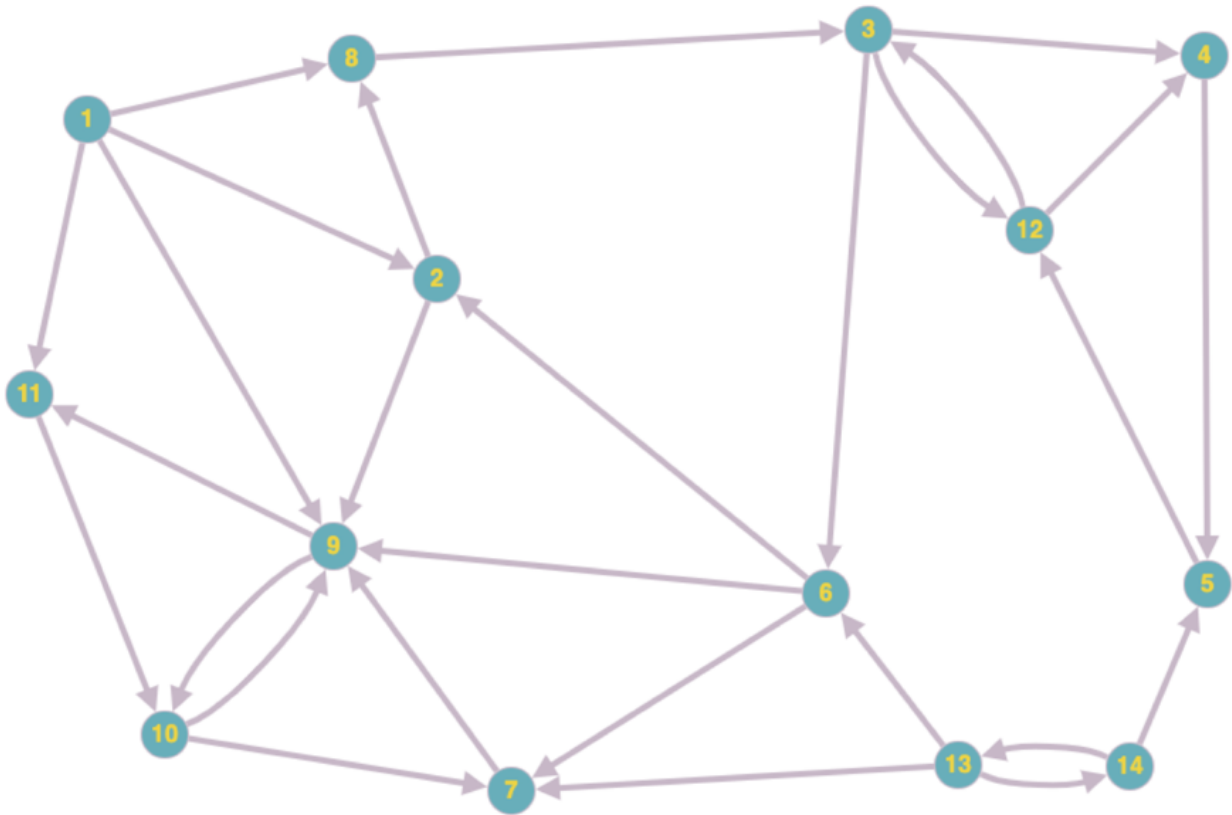
7. Você pode representar uma genealogia por um grafo dirigido acíclico, em que os vértices representam as pessoas e existe um arco  $u - v$  se  $u$  é pai ou mãe de  $v$ . Faça uma função **ancestralComum** que recebe três vértices  $u$ ,  $v$  e  $w$  e devolve 1 se  $w$  é ancestral de  $u$  e  $v$ . Qual a complexidade da função?



8. Usando a função do item anterior, faça uma função que recebe dois vértices  $u$  e  $v$  que desejam se casar, e devolve a lista dos ancestrais comuns deles. Qual a complexidade da função?

9. Percorra o digrafo abaixo em profundidade (a partir do vértice de menor índice e supondo que as listas de adjacências estão ordenadas) fazendo o seguinte:

- anote o instante de tempo em que começa e termina o percurso dfs de cada vértice;
- identifique cada arco como arco da arborescência dfs, descendente, retorno, ou cruzado.
- identifique as componentes fortemente conexas do digrafo.



pre

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

→ vértice

→ instante que chegou

pos

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

→ vértice

→ instante que acabou

low

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

→

→

10. Considere agora o percurso bfs e a mesma classificação dos arcos. Podem existir arcos descendentes, de retorno e cruzados? Justifique.

dois tipos de cruzados e nenhum descendente

11. Mostre que o algoritmo de Dijkstra pode dar resultados incorretos na presença de arcos de custo negativo.

12. Considere um país situado em um arquipélago em que o presidente mandou construir diversas pontes de mão única ligando as diferentes ilhas do arquipélago. O ministro da infraestrutura está, agora, preocupado com a segurança do país frente a desastres naturais. Faça uma função que, dadas duas ilhas  $s$  e  $t$ , encontre, se existir, uma ponte no grafo, cuja remoção aumenta a distância entre  $s$  e  $t$ . Qual a complexidade da sua função?

Grid area for writing the answer.

13. Chamamos de *clique* de um grafo, um conjunto  $S$  de vértices em que todos são vizinhos de todos, ou seja, para todo par  $u, v \in S$ ,  $u-v$  é aresta do grafo. Faça uma função que receba um inteiro  $k$  e devolva, se existir, uma clique com  $k$  vértices de um grafo. Qual a complexidade de sua função?

14. Considere agora um grafo formado a partir de uma rede social, em que dois vértices estão ligados se as pessoas correspondentes são “amigas” nesta rede social. Use a função acima para encontrar o tamanho da maior clique do grafo. Qual a complexidade de seu algoritmo?