

MAC0209 — EP - 2022*

Roberto Marcondes Cesar Jr.

10 de março de 2022

Sumário

1	Introdução	3
1.1	Contexto	3
1.2	Plágio e cópia de EPs	3
2	Modelagem de mobilidade usando dados de dispositivos móveis	3
2.1	Primeira parte do exercício programa	3
2.2	Modelagem	4
2.2.1	Coletando dados do KartaView	4
2.2.2	Imagens de Pontos Fiduciais	4
2.2.3	Projetando as coordenadas esféricas num plano	5
2.2.4	Fórmula de haversine	7
2.2.5	Trigonometria esférica	8
2.3	Experimentos	9
3	Modelagem de diferentes movimentos	11
3.1	Segunda parte do exercício programa (EP)	11
3.2	Modelagem	11
3.2.1	Bloco em rampa	11
3.2.2	Pêndulo	12
3.2.3	Queda livre	12
3.2.4	Movimento circular	13
3.3	Experimentos	13
3.4	Exemplo	15
3.4.1	Coleta dos dados	16
3.4.2	Simulação	16

*Adaptado da versão 2021, preparada conjuntamente com Artur André A. M. Oliveira e Roberto Hirata Jr.

4	Aplicação	17
5	Entrega	19
5.1	Relatório de entrega e pitch	19

1 Introdução

1.1 Contexto

A disciplina de Modelagem e Simulação do curso de Bacharelado em Ciência da Computação tem como objetivo principal que o aluno se familiarize com a modelagem de sistemas físicos reais e seja capaz de simulá-los através da implementação de algoritmos. A capacidade de modelar e simular sistemas usando modelos matemáticos e algoritmos é fundamental para a atuação em ciência de dados e descoberta do conhecimento, permitindo a adoção de abordagens similares em diferentes domínios como informática urbana, saúde, sistemas financeiros e outros.

A disciplina tem uma parte teórica e uma prática e é essa que nos interessa neste documento. A prática é cobrada a partir de exercícios programa (*EPs*) que são feitos por equipes de 4 (**mínimo**) a 6 (**máximo**) estudantes.

O EP de 2022 é dividido em 3 partes. As Seções 2 e 3 descrevem as 2 primeiras partes, que envolvem modelagem e implementação. A Seção 4 apresenta a terceira parte, solicitando que cada grupo descreva uma possível aplicação real da tecnologia desenvolvida nas 2 primeiras partes. Detalhes de entrega são apresentados na Seção 5

1.2 Plágio e cópia de EPs

Plágio é a copia/modificação não autorizada e/ou sem o conhecimento do autor original. O plágio é um problema grave que pode levar até a expulsão do aluno da universidade. Leia o Código de Ética da USP (em particular, a seção V): http://www.mp.usp.br/sites/default/files/arquivosanexos/codigo_de_etica_da_usp.pdf.

Além do problema do plágio, cada grupo deve escrever seus próprios programas, realizar seus próprios experimentos e redigir seus respectivos relatórios. A cópia de EPs entre grupos implicará na anulação da nota de todos os envolvidos. O caso poderá ser levado à Comissão de Graduação do Instituto.

2 Modelagem de mobilidade usando dados de dispositivos móveis

2.1 Primeira parte do exercício programa

A primeira parte do EP deste semestre será realizar e relatar experimentos que envolvem a modelagem do Movimento Retilíneo Uniforme (MRU). Para isso, você deve escolher dois trechos de duas rodovias diferentes no KartaView, uma no exterior e uma no Brasil. Os trechos devem ser tais que possa acontecer MRU. Uma vez escolhidos, você vai coletar os dados da trajetória do veículo que forneceu os dados e analisá-los da mesma forma como já fez nos labs, com alguns cuidados a mais que serão explicados nas seções que seguem.

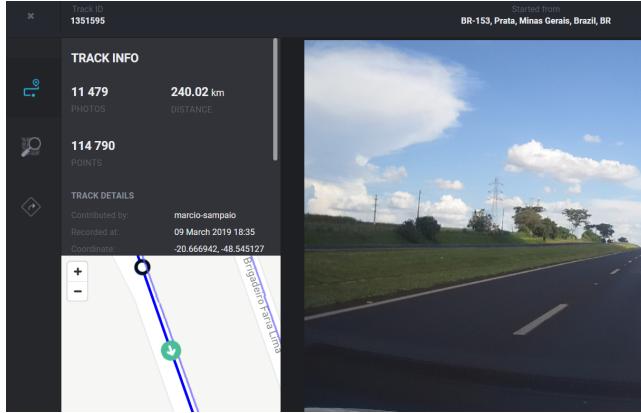


Figura 1: Exemplo de trecho e imagem do KartaView

2.2 Modelagem

A modelagem dos sistemas acima não é difícil e foi abordada em sala de aula. Nesta seção faremos uma breve recapitulação.

2.2.1 Coletando dados do KartaView

A plataforma KartaView mantém imagens de ruas, avenidas, rodovias, etc. coletadas pelos próprios usuários da plataforma (i.e. crowdsourced) e disponibilizadas publicamente. No endereço a seguir podemos ver um exemplo de trajeto exibido diretamente na plataforma: <https://kartaview.org/details/1351595/8014>. Note que no canto superior esquerdo temos o identificador do trecho **Track ID** 1351595 (veja a Fig. 1). Ao escolher um trecho precisamos observar qual seu identificador afim de podermos coletar os dados posteriormente.

Tendo escolhido um trajeto e conhecendo seu identificador, através do endereço de API (Application Programming Interface) <https://api.openstreetcam.org/details> podemos coletar os dados e as imagens deste trajeto. A requisição à um endereço (também chamado de endpoint) de API de um serviço web normalmente se faz através de uma requisição HTTP, neste caso observamos que o verbo HTTP usado é o POST com dados, isso é, um *payload*, que neste caso é um formulário com um campo chamado `id` cujo valor é o identificador de trecho **Track ID** coletado diretamente pela interface do website do KartaView. Na figura 2 é exibida a interface da aplicação Postman onde o endereço do endpoint, o verbo `POST` e o *payload* contendo o identificador do trajeto foram usados para coletar (em JSON) os dados de um trajeto.

2.2.2 Imagens de Pontos Fiduciais

Uma forma de validarmos as distâncias medidas é através de imagens de pontos fiduciais na estrada, mais especificamente placas que marcam a distância percorrida a partir do início de uma estrada. Por exemplo, na figuras 3a e 3b podemos ver duas placas (Km 229 e Km 230,

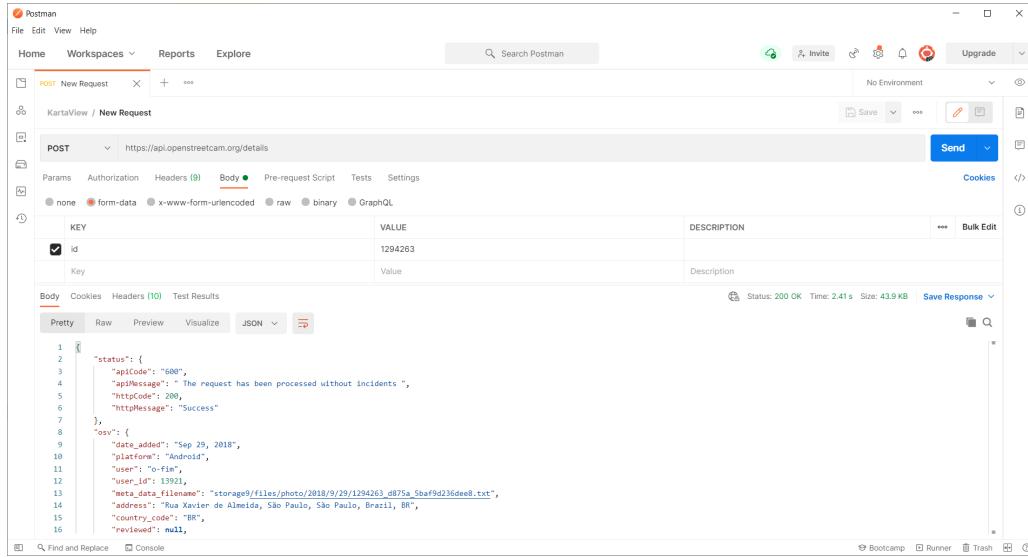


Figura 2: Exemplo de requisição usando o Postman

respectivamente) indicando duas posições de um veículo percorrendo a Rodovia Presidente Dutra. Tendo como base essas placas, sabemos que a distância percorrida entre essas duas imagens deve ser de aproximadamente 1 Km. É claro que há que se levar em conta a distância da câmera até as placas, muito embora ela seja pequena. Por exemplo, usando a fórmula de Haversine explicada abaixo¹, a distância foi de 1.009 Km.

Note que buscar imagens fiduciais no KartaView pode ser um pouco trabalhoso dado que a câmera na maior parte dos trajetos aponta somente para frente, e a qualidade da imagem pode atrapalhar um pouco as vezes. Porém, uma vez definido o trajeto, uma possível solução é buscar as imagens dos pontos fiduciais usando o Google Street View. Uma vez encontrados os locais com os pontos fiduciais, podemos voltar ao KartaView e buscar as mesmas imagens. Apenas como exemplo ilustrativo, observe que nas figuras 4a e 4b temos as mesmas placas capturadas pelo carro do Google Street View.

2.2.3 Projetando as coordenadas esféricas num plano

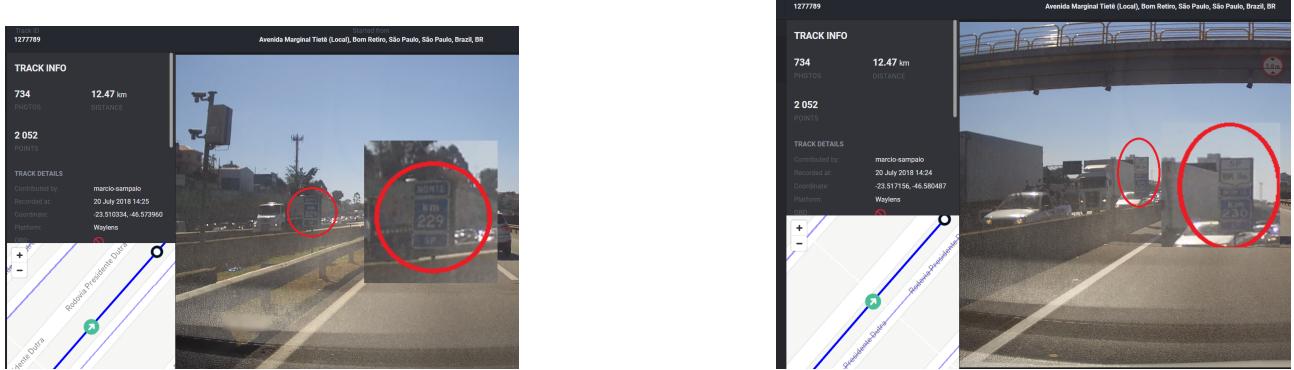
O posicionamento geoespacial dos dados do KartaView são definidos pelo Datum WGS 84 (World Geodetic System 1984), o qual também é identificado pelo código EPSG:4326².

Um Datum consiste em:

1. um modelo para o planeta, (no geral elipsoidal, geoidal ou esférico);

¹O site <https://www.movable-type.co.uk/scripts/latlong.html> pode ser usado para fazer o cálculo também.

²O sistema geodético do KartaView é o mesmo do projeto OpenStreetMap, uma vez que ele visa extender o OpenStreetMap com imagens <https://en.wikipedia.org/wiki/KartaView>



(a) Km 229 ao longo da Rod. Pres. Dutra

(b) Km 230 ao longo da Rod. Pres. Dutra

Figura 3: Imagens dos pontos fiduciais com placas indicando a localização do veículo ao longo da Rodovia Presidente Dutra.



(a) Km 229 ao longo da Rodovia Presidente Dutra observado no Google Street View



(b) Km 230 ao longo da Rodovia Presidente Dutra observado no Google Street View

Figura 4: Imagens dos pontos fiduciais, observadas no Google Street View, com placas indicando a localização do veículo ao longo da Rodovia Presidente Dutra.

2. um ponto de referência;
3. e um sistema de coordenadas.

No caso do WGS 84, o sistema de coordenadas é esférica e o modelo usado para o planeta é elipsoidal. Usando o Datum WGS84, o ponto onde a linha do equador e o meridiano de Greenwich se cruzam possui as coordenadas de latitude (i.e. norte-sul) zero e longitude (i.e. leste-oeste) zero³.

Uma vez que sabemos qual modelo é usado para representar o planeta e qual o sistema de coordenadas usado para representar a localização de um objeto ao longo de um trajeto, podemos medir a distância entre dois pontos diferentes projetando as posições desses pontos em um plano (usando por exemplo a projeção de Mercator para latitudes até 45 graus a partir da linha do equador). A distância pode ser a euclidiana e, alternativamente, podemos usar formulações mais complicadas para medir distâncias diretamente na superfície de uma esfera ou elipse.

Nos notebooks usados para os labs 1, 2 e 3, foi usado o pacote `pyproj` que faz a projeção de coordenadas esféricas do WGS84 (já levando em conta o modelo usado para o planeta) para coordenadas no plano.

2.2.4 Fórmula de haversine

A fórmula de haversine nos permite medir a distância d , na superfície de uma esfera de raio r , entre dois pontos cujas coordenadas (em latitude e longitude) são ϕ_1, λ_1 e ϕ_2, λ_2 respectivamente, isso é:

$$d = 2r \arcsin \left(\sqrt{\sin^2 \left(\frac{\phi_2 - \phi_1}{2} \right) + \cos \phi_1 \cos \phi_2 \sin^2 \left(\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2} \right)} \right) \quad (1)$$

Esta fórmula é baseada na função de mesmo nome, haversine, que por sua vez vem de *half-versine*, onde *versine* é outra função trigonométrica definida em termos da função cosseno,

$$\text{versin}(\theta) = 1 - \cos \theta = 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

sendo assim a função haversine é

$$\text{hav}(\theta) = \frac{\text{versin}(\theta)}{2} = \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

Podemos localizar um ponto em uma esfera, através de coordenadas como latitude e longitude. Note que latitude e longitude formam um sistema ortogonal de coordenadas esféricas. Para calcular o ângulo central (i.e. o ângulo com vértice no centro da esfera) formado entre dois pontos arbitrários na superfície de uma esfera podemos usar a **fórmula** de haversine, a qual irá

³Um fato curioso é que este ponto se localiza no oceano e é conhecido como *Null Island*

permitir expressarmos o valor da **função** haversine de θ em termos da latitude e longitude, isso é, considere um par de pontos com as coordenadas (ϕ_1, λ_1) e (ϕ_2, λ_2) respectivamente, sendo θ o ângulo central formado entre eles:

$$\text{hav}(\theta) = \sin^2\left(\frac{\phi_2 - \phi_1}{2}\right) + \cos \phi_1 \cos \phi_2 \sin^2\left(\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2}\right) \quad (2)$$

Uma vez que calculamos o valor $\text{hav}(\theta)$ podemos calcular a função inversa de haversine, $\text{archav}(\theta)$, por analogia com a inversa de outras funções trigonométrica como arco seno \arcsin) e com isso teremos a distância d na superfície da esfera entre os dois pontos:

$$d = r \text{archav}(\text{hav}(\theta)) = r\theta = 2r\frac{\theta}{2} = 2r \arcsin\left(\sqrt{\sin^2 \frac{\theta}{2}}\right) = 2r \arcsin\left(\sqrt{\text{hav}(\theta)}\right)$$

onde r é o raio da esfera. Se substituirmos $\text{hav}(\theta)$ pela formula de haversine da equação (2) chegamos na fórmula de distância da equação (1).

2.2.5 Trigonometria esférica

Através da lei esférica dos cossenos podemos derivar a fórmula de haversine e também podemos calcular distâncias na superfície de uma esfera. Usando como referência a esfera unitária da figura 5 a (primeira) lei dos cossenos nos diz que:

$$\cos(c) = \cos(a) \cos(b) + \sin(a) \sin(b) \cos(C) \quad (3)$$

Sendo assim:

$$\cos(C) = \frac{\cos(c) - \cos(a) \cos(b)}{\sin(a) \sin(b)} \quad (4)$$

Podemos generalizar este resultado para uma esfera de raio r , contudo neste caso o lado de tamanho c , oposto ao ângulo subentendido C será rc , ou seja, no caso da esfera unitária o comprimento lado c do triângulo na esfera unitária coincide com o ângulo C , mas se $r \neq 1$ então para aplicar a lei dos cossenos primeiro precisamos dividir o tamanho de cada lado do triângulo na esfera (i.e. a, b e c) por r , isso é,

$$\cos(C) = \frac{\cos\left(\frac{c}{r}\right) - \cos\left(\frac{a}{r}\right) \cos\left(\frac{b}{r}\right)}{\sin\left(\frac{a}{r}\right) \sin\left(\frac{b}{r}\right)} \quad (5)$$

uma vez calculado o valor de $\cos(C)$ podemos calcular o valor da distância c ,

$$c = r \arccos(\cos(C)) = rC$$

Note que se usarmos como unidade métrica o metro, e assumirmos que o planeta é uma esfera com raio de 6371km, teremos $r = 6371000m$, e ao tentarmos tomar o arco-cosseno de

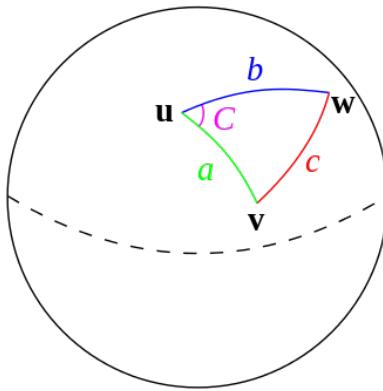


Figura 5: Spherical triangle solved by the law of cosines. - Fonte: https://en.wikipedia.org/wiki/Haversine_formula

$\cos(C)$ para medir a distância percorrida entre dois pontos relativamente próximos (como no lab 2 em que a distância entre um ponto e o próximo é no geral entre 30 e 35 metros) é esperado que ocorram alguns problemas de precisão numérica. Além disso, o datum usado no KartaView usa um modelo elipsoidal para o planeta, portanto, sabemos que as distâncias medidas usando-se o método esférico pode ter resultados diferentes do resultado obtido com a projeção de Mercator.

Para aplicar a lei esférica dos cossenos nos dados que pegamos pelo KartaView, podemos considerar que o ponto **u** da figura 5 é a origem do sistema, isso é, sua latitude e longitude são zero, e que os pontos **v** e **w** correspondem aos pontos do trajeto cuja distância queremos medir.

$$C = \sin(\phi_1) \sin(\phi_2) + \cos(\lambda_2 - \lambda_1) \cos(\phi_1) \cos(\phi_2)$$

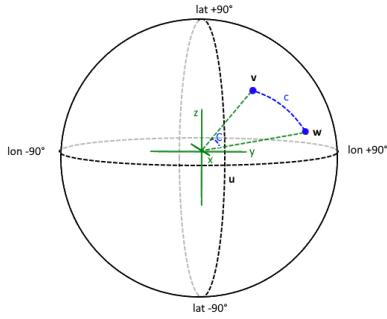
e consequentemente a distância c considerando uma esfera de raio r será

$$c = \frac{r\pi}{180} \arccos(C)$$

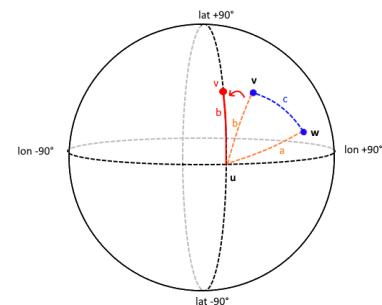
2.3 Experimentos

Como discutimos em sala de aulas, ter um protocolo experimental é fundamental para o sucesso e para a reproduzibilidade de um experimento. Assim, vamos estabelecer um protocolo para nossos experimentos que consistem em analisar os dados vindos do passeio de dois veículos em uma estrada brasileira e uma estrada no exterior.

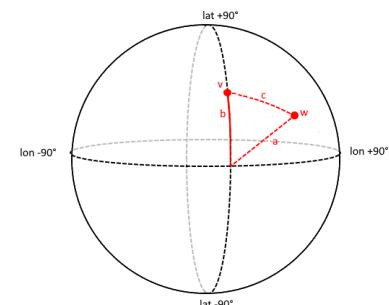
1. Escolher um trecho de rodovia no KartaView. O trecho deve ser tal que possa acontecer MRU.
2. Coletar os dados da rodovia com o Postman.



(a) Pontos na esfera



(b) Rotação da esfera para alinhar o grande círculo b com um meridiano.



(c) Triângulo esférico na esfera rotacionada.

3. Filtrar os dados para ficar apenas com os que interessam para as análises.
4. Realizar as mesmas analises feitas nos exercícios dos labs das aulas 2 e 3.
5. Calcular e comparar as distâncias obtidas pela fórmula de Haversine, trigonometria esférica e a projeção de Mercator.
6. Comparar as distâncias medidas com distâncias calculadas com imagens dos pontos fiduciais.

Para cada subtrecho de velocidade aproximadamente constante, você deve medir:

- A distância percorrida entre cada par de pontos
- O tempo decorrido entre cada par de pontos
- A velocidade entre cada par de pontos
- A distância total percorrida no subtrecho
- O tempo total decorrido no subtrecho
- A velocidade média do subtrecho

Note que as distâncias devem ser medidas usando-se a projeção de Mercador (i.e. com o pacote `pyproj`), a fórmula de haversine e também com trigonometria esférica, ou seja, esta sequencia de medidas será realizada três vezes.

Para facilitar a visualização dos dados, faça um gráfico da distância percorrida (medida das três formas) no eixo das ordenadas pelo tempo decorrido, no eixo das abscissas, para o trecho completo.

3 Modelagem de diferentes movimentos

3.1 Segunda parte do exercício programa (EP)

A segunda parte de implementação do EP deste semestre será usar as imagens dos experimentos realizado no Laboratório Virtual de Mecânica (<http://www.fep.if.usp.br/~fisfoto/index.php>), fazer medidas, relatar e simular pelo menos dois dos experimentos. Escolha obrigatoriamente, dois dos abaixo:

- Queda livre.
- Descida na rampa.
- Pêndulo.
- Movimento circular.

3.2 Modelagem

A modelagem dos sistemas acima não é difícil e foi abordada em sala de aula. Nesta seção faremos uma breve recapitulação.

3.2.1 Bloco em rampa

O sistema é o clássico bloco de massa m sobre uma rampa inclinada (veja a figura 7). Sobre ele atua a força da gravidade e o atrito. Assumindo que a inclinação da rampa é de θ graus e o coeficiente de atrito seja μ , a equação que descreve o movimento do bloco na direção x é dada por:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = v \frac{dv}{dt} = g \sin \theta \quad (6)$$

Já a força resultante no bloco considerando o atrito é:

$$F_r = mg \sin \theta - \mu mg \cos \theta \quad (7)$$

Note que se a inclinação do plano não for suficiente μ corresponde ao coeficiente de atrito estático e o corpo permanecerá em repouso, quando o plano atinge uma inclinação suficiente é que ele começa a se mover e o coeficiente de atrito é dinâmico e é inferior ao estático.

Se escolher este movimento, inclua um termo de amortecimento para considerar o atrito (ver especificações abaixo, isso deve ser considerado em todos os movimentos).

Site de referência:

<http://www.fep.if.usp.br/~fisfoto/translacao/atrito/index.php>

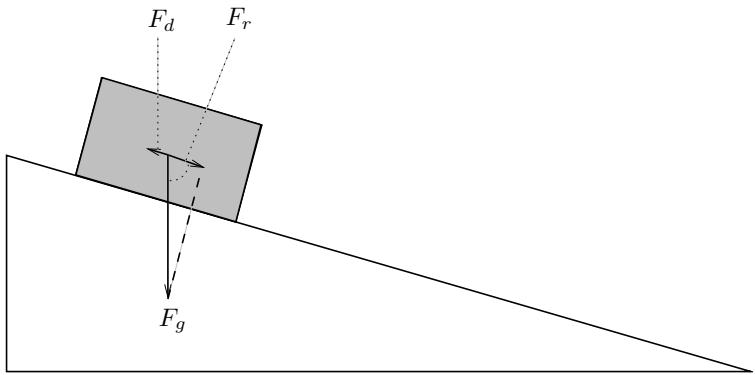


Figura 7: Rampa

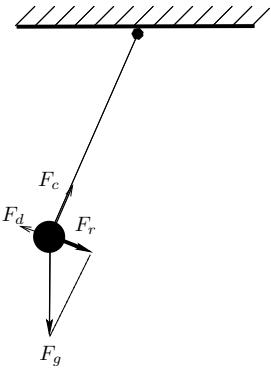


Figura 8: Pêndulo

3.2.2 Pêndulo

Neste sistema temos um bloco de massa m pendurado numa linha de massa nula e comprimento L (veja a figura 8). Sobre ele atua a força da gravidade e o amortecimento por causa do atrito com o ar.

Site de referência:

<http://www.fep.if.usp.br/~fisfoto/rotacao/penduloSimples/index.php>

3.2.3 Queda livre

O sistema agora é o de um bloco de massa m saindo da posição de repouso e caindo (veja a figura 9⁴). Sobre a massa atua a força da gravidade e o amortecimento por causa do atrito com

⁴A imagem do corpo em queda livre foi obtida no site <http://www.fep.if.usp.br/~fisfoto/translacao/quedalivre/situacoes/quedalivreB1.php> - As marcações em vermelho foram adicionadas sobre a imagem original.

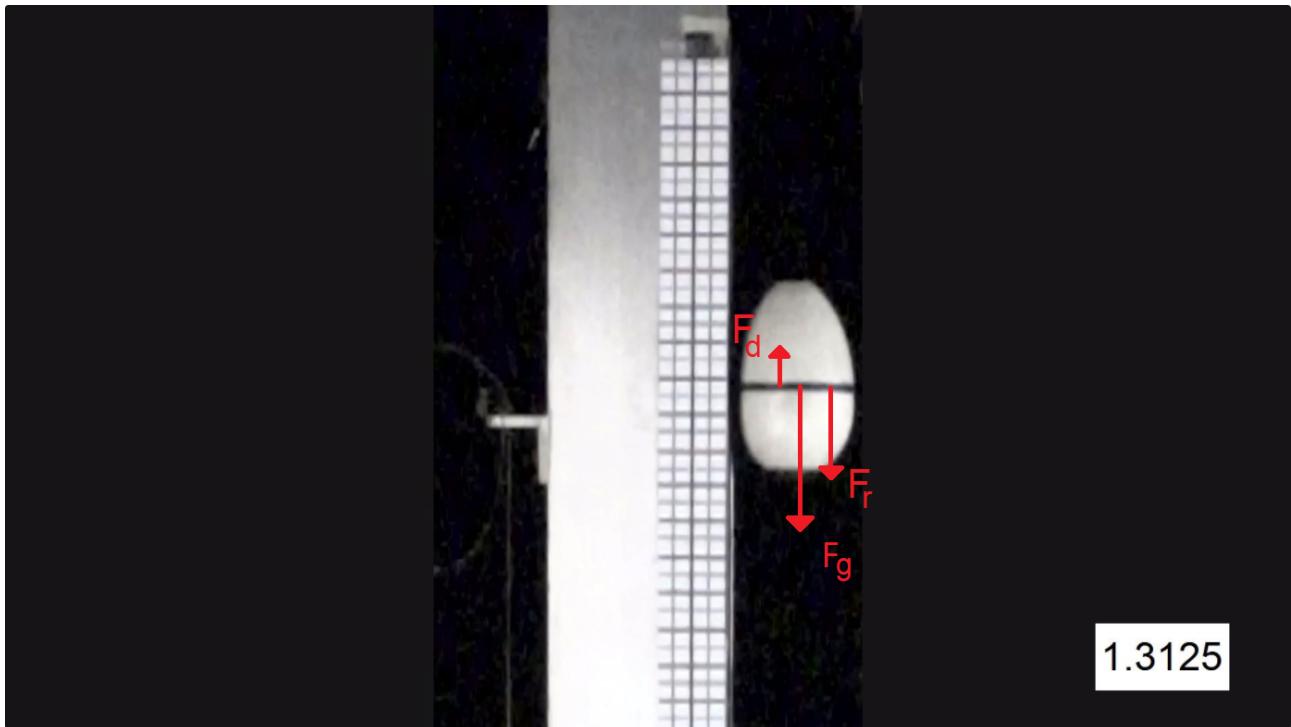


Figura 9: Corpo em queda livre

o ar.

Site de referência:

<http://www.fep.if.usp.br/~fisfoto/translacao/quedalivre/index.php>

3.2.4 Movimento circular

O último sistema é o do bloco de massa m girando em movimento circular no plano vertical (veja a figura 10) .

Site de referência:

<http://www.fep.if.usp.br/~fisfoto/rotacao/loop/index.php>

3.3 Experimentos

Os dados para realizar os experimentos devem ser coletados via observação dos vídeos nos sites de referência em cada movimento. Em cada um dos sites de referência existe uma aba chamada **Filmes e Quadros** que contém detalhes dos vários vídeos feitos para um mesmo experimento. Esses vídeos foram feitos com uma câmera especial a 960 quadros por segundo. Ao clicar nesta aba duas novas sub-abas aparecem **Vídeos** e **Quadros**, na primeira é mostrado um vídeo ampliado do experimento, na segunda é possível visualizar alguns quadros das diversas

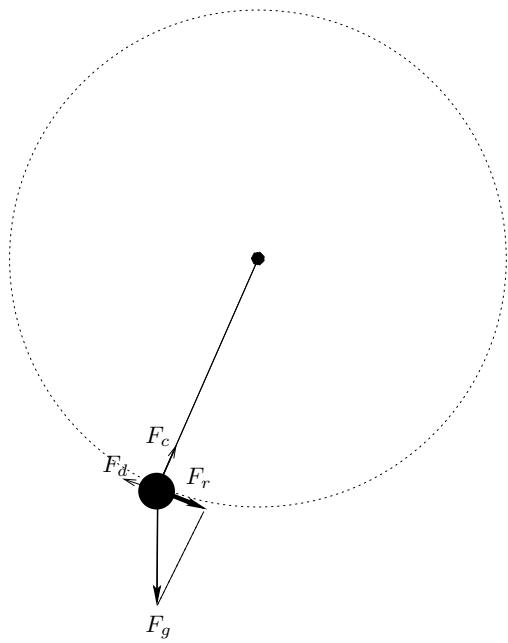


Figura 10: Movimento circular

filmagens separadamente.

Para cada um dos experimentos, você deve:

- Pegar os dados da sub-aba **”Quadros” de pelo menos 5 filmagens**. Mostre o gráfico dos dados para as 5 filmagens, de maneira a ilustrar a variação dos dados. Mostre a velocidade média das 5 filmagens sobrepostas, isso é, para cada filmagem calcule a velocidade média, e ao ter calculado a velocidade média para 5 filmagens tome a média destas médias e compare os seis valores. Note que as filmagens devem ser de um mesmo experimento, por exemplo, no caso do plano inclinado temos filmagens entre um corpo de Aço sobre uma superfície de madeira e também de Aço sobre Vidro, cada um deles é um experimento diferente e portanto a velocidade média das filmagens de Aço e Madeira não devem ser misturadas com as de Aço e Vidro. Se eventualmente um experimento não possuir 5 filmagens tome as médias com as filmagens disponíveis e escreva no relatório que o motivo para ter tomado menos de 5 médias é que não haviam 5 filmagens para aquele experimento.
- Quando possível, faça a modelagem com e sem amortecimento (atrito, resistência do ar etc). Use o amortecimento proporcional à velocidade, como explicado no livro.
- Em particular, seu experimento deve conter dados amostrais sobre a posição $x_e(t)$ ou $\theta_e(t)$, velocidade $v_e(t)$ e aceleração $a_e(t)$ obtidos via observação, para alguns instantes de tempo $t = t_0, t_1, \dots, t_{n-1}$.

ATRITO: QUADROS DA SITUAÇÃO AM1

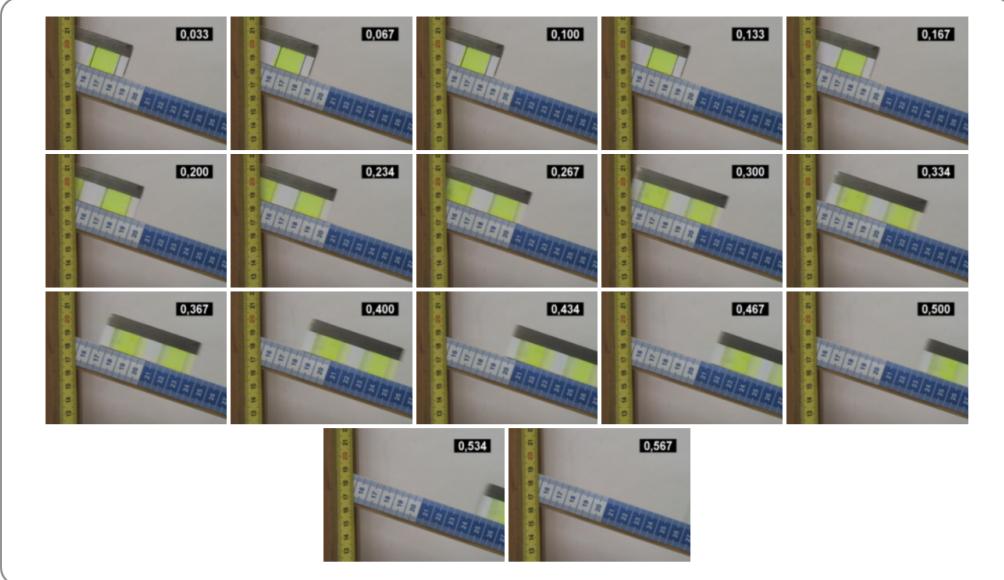


Figura 11: Quadros do vídeo AM1 de deslizamento com atrito de um bloco de aço numa rampa de madeira.

- Simular o movimento usando os modelos acima para obter os dados simulados $x_s(t)$ ou $\theta_s(t)$, velocidade $v_s(t)$ e aceleração $a_s(t)$. Mostre outros gráficos para ajudar na interpretação, como o gráfico das posições e dos dados do acelerômetro e de outras observações que porventura tiver feito.
- Use a notação descrita neste enunciado no seu relatório (i.e., $x_e(t)$, $\theta_e(t)$, $v_e(t)$, $a_e(t)$, $x_s(t)$, $\theta_s(t)$, $v_s(t)$, $a_s(t)$ etc).
- Tente fazer uma simulação com animação dos experimentos usando visualização gráfica. Use os parâmetros obtidos experimentalmente (pode escolher alguns casos, para ilustrar a simulação).

3.4 Exemplo

Para ilustrar um exemplo de experimento vamos considerar a sequência de quadros **AM1** (**bloco de Aço, superfície de Madeira**)⁵ do experimento de atrito (i.e. Rampa inclinada).

⁵A figura com os quadros da sequência AM1 foi obtida no site: <http://www.fep.if.usp.br/~fisfoto/translacao/atrito/situacoes/atritoAM1.php>

t_0	0.033s
t_1	0.067s
t_2	0.100s
t_3	0.133s
t_4	0.167s
...	...
t_{13}	0.467s
t_{14}	0.500s
t_{15}	0.534s

Tabela 1: Instantes de tempo

$x_e(t_0)$	18.2cm
$x_e(t_1)$	18.2cm
$x_e(t_2)$	18.2cm
$x_e(t_3)$	18.3cm
$x_e(t_4)$	18.6cm
...	...
$x_e(t_{13})$	29.3cm
$x_e(t_{14})$	29.9cm
$x_e(t_{15})$	31.6cm

Tabela 2: Posições observadas

3.4.1 Coleta dos dados

Primeiro note que temos 17 quadros indicando a posição do bloco em 17 instantes de tempo. Sendo assim temos os instantes de tempo $t_0 = 0.033s$, $t_1 = 0.067s$, ..., $t_{16} = 0.567s$. Para tomarmos as posições será preciso adotar alguma referência (como o lado direito do bloco, ou o lado esquerdo dependendo do quadro). Além disso, também existe um certo grau de subjetividade para se escolher com precisão milimétrica a posição do bloco. Usando o lado direito do bloco como referência temos as posições $x_0 = 18.2cm$, $x_1 = 18.2cm$, ..., $x_4 = 18.6cm$, ..., $x_{11} = 25.7cm$, note que a partir daqui o lado direito do bloco não é mais visível, portanto vamos deduzir a sua posição com base no tamanho do bloco (i.e. 7.6cm de acordo com os dados na aba **Filmes e Quadros**) e a posição de seu lado esquerdo que é visível até o penúltimo quadro, sendo assim temos as posições $x_{12} = 19cm + 7.6cm = 26.6cm$, ..., $x_{15} = 24cm + 7.6cm = 31.6cm$. Como o bloco não é visível no último quadro, vamos descartá-lo. Nas tabelas 1 e 2 os instantes de tempo e posições observadas na sequência de quadros **AM1** são apresentados.

Para deduzirmos a velocidade do bloco em cada instante de tempo podemos usar a simples relação $v_e(t_i) = \frac{x_e(t_{i+1}) - x_e(t_i)}{t_{i+1} - t_i}$ onde $i \in \{0, \dots, 14\}$. Note que aqui foi usada a diferença entre o ponto $i + 1$ e o ponto anterior i . A aceleração poderia ser calculada de maneira similar.

Na Figura 12 podemos ver que a posição do bloco ao longo do tempo segue um modelo similar ao de um corpo em queda livre, isso é, um movimento uniformemente acelerado. Como não podemos observar a posição do bloco no último instante de tempo, portanto foi escolhido remover este ponto do gráfico.

3.4.2 Simulação

Observando o gráfico da posição do bloco ao longo do tempo na Figura 12 podemos tentar modelar esse movimento com o modelo da rampa inclinada ignorando o atrito:

$$\frac{d^2}{t^2}x_s(t) = \frac{dv}{t}v_s(t) = a_s(t) = g \sin \theta$$

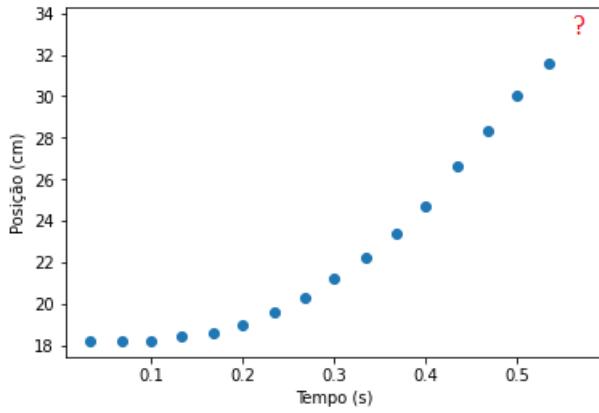


Figura 12: Gráfico da posição do bloco em função do tempo. Note que o ponto em t_{16} (marcado com "?") foi removido, uma vez que não sabemos a posição do bloco neste instante de tempo.

Através das marcações nas fitas métricas nos quadros do video **AM1** podemos deduzir que $\sin\theta = \frac{1}{3}$ e assumindo que a aceleração da gravidade seja $g \approx 9.80m/s^2 = 980cm/s^2$ então:

$$a_s(t) = \frac{980}{3} \text{ cm/s}^2 \quad | \quad v_s(t) = \frac{980}{3}t + 0 \text{ cm/s} \quad | \quad x_s(t) = \frac{980}{6}t^2 + 18.2 \text{ cm}$$

Note que pelas observações podemos assumir que o corpo parte do repouso (i.e. $v_0 = 0$) e sua posição inicial ao longo da direção de movimento (i.e. x) é $x_0 = 18.2\text{cm}$. Na figura 13 podemos ver uma comparação entre os pontos gerados pelo modelo e os pontos observados na filmagem **AM1**. Note que a simulação não leva em consideração nenhum tipo de amortecimento e sendo assim superestima a posição do bloco ao longo do tempo.

4 Aplicação

As partes 1 e 2 deste EP permitem a construção de vários modelos e algoritmos de análise e simulação de fenômenos físicos. Nesta parte 3, você deve propor uma aplicação real desses modelos. A aplicação pode ser um novo produto, um novo processo, um novo serviço, etc. Exemplos de possíveis aplicações incluem (mas não são limitadas a):

- Games ou alguma parte específica de games;
 - Serviço de previsão de tempo de um trajeto ou uma viagem;
 - Painel de estatísticas sobre mobilidade em trechos urbanos (ciência de dados);
 - Simuladores de trânsito;
 - Software educativo para conceitos de física;

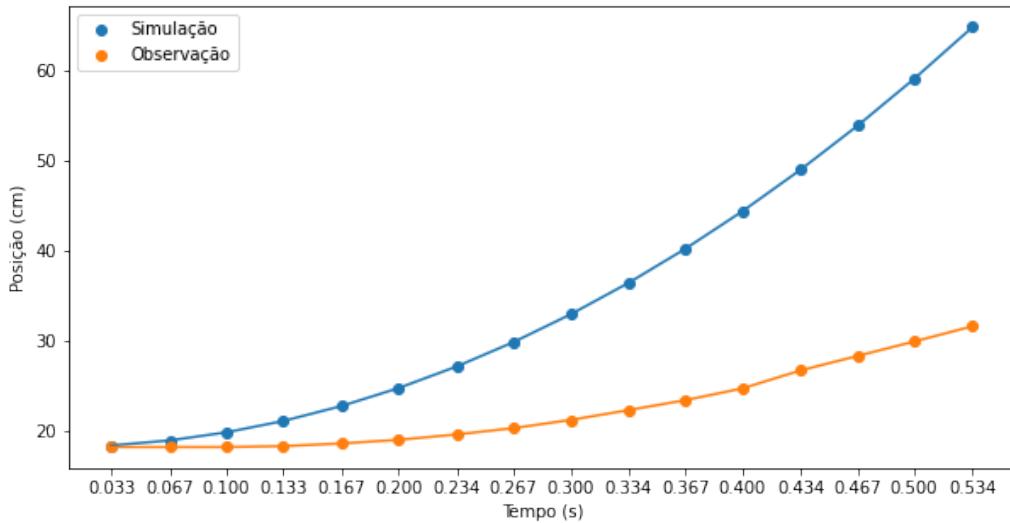


Figura 13: Comparação entre o modelo matemático e os dados observados. Note que sem considerar a massa e o atrito o modelo matemática tende a superestimar a posição do bloco ao longo do tempo.

- Aplicativos para dispositivos móveis, como smartphones;
- Etc, etc. Use sua imaginação!

Faça um levantamento em busca de ideias em sites de notícias de inovação como, por exemplo:

- <https://neofeed.com.br/>
- <https://news.crunchbase.com/>
- <https://slashdot.org/>
- <https://www.tecmundo.com.br/>
- <https://www.theregister.com/>

Não é necessário implementar a aplicação. Vc pode eventualmente implementar partes de uma prova de conceito, apenas indicando que demonstram a viabilidade de sua ideia usando a tecnologia que vc desenvolveu nas partes 1 e 2. O importante é você justificar que a sua aplicação deve poder ser criada com os modelos e algoritmos propostos.

5 Entrega

5.1 Relatório de entrega e pitch

A entrega do EP consistirá no envio do PDF do relatório do EP usando o modelo disponível em <https://www.overleaf.com/read/xcztkhpdxpwc>. O arquivo deve ser enviado no link do EP no eDisciplinas da USP (Moodle da disciplina)

Além disso, o grupo deverá apresentar, em sala de aula, um pitch sobre a aplicação desenvolvida (parte 3 do EP). O pitch deve ter no máximo 10 minutos de apresentação e seguirá o cronograma definido no edisciplinas.