Sabrina Araújo nUSP 12566182

MAC0417 - Lista 4

1. Explique a intuição por trás do Teorema da Convolução. Por que o produto das transformadas de Fourier corresponde à convolução no domínio do tempo (ou espacial)?

A intuição por trás do Teorema da Convolução tem relação entre o domínio espacial e o domínio da frequência. A convolução no domínio espacial combina duas funções de forma complexa, envolve média ponderada, inversão e translação das funções. Quando aplicamos a Transformada de Fourier a uma função, essa função pode ser vista como uma soma (ou integral) de várias senoidais.

A Transformada de Fourier converte a convolução em uma multiplicação de funções. Cada senoide decomposta possui uma frequência e uma amplitude. Ao convoluir f e g, as amplitudes de cada frequência são multiplicadas, pois a convolução combina todas as frequências de f com todas as frequências de g. Assim, a Transformada de Fourier transforma a convolução no domínio do tempo em uma multiplicação simples no domínio da frequência.

2. Um determinado sinal de áudio possui frequências entre 20 Hz e 9 KHz.

a. Qual a frequência de amostragem mínima necessária para sua digitalização sem perda de informações? Para digitalizar o sinal de áudio sem perder informações, deve-se seguir o Teorema da Amostragem de Nyquist, que diz que a frequência da amostragem deve ser no mínimo duas vezes a maior frequência que o sinal possui.

O sinal de áudio apresenta frequências entre 20Hz e 9KHz, então a maior frequência é 9KHz. Portanto, a frequência mínima de amostragem necessária é:

fs >= 2 x 9KHz = 18KHz.

b. Explique as consequências da subamostragem em um sinal de imagem.

A subamostragem é o processo de amostrar um sinal a uma frequência menor do que a frequência de amostragem mínima (frequência de Nyquist). Quando isso ocorre, algumas das consequências podem ser:

- Aliasing: o mapeamento errado de altas frequências para baixas frequências pode resultar no aliasing, que representa detalhes finos de maneira errada.
- Perda de detalhes: alguns detalhes finos não são capturados se a frequência de amostragem for muito baixa.

3. Por que multiplicar f(x) ou f(x,y), por (-1)X ou (-1)(X+Y) antes da transformada discreta de Fourier em 1 ou 2 dimensões, respectivamente, centraliza o espectro? Qual o raciocínio matemático por trás disso?

Multiplicar f(x) ou f(x,y) por (−1)X ou (−1)(X+Y) antes da Transformada Discreta de Fourier em 1 ou 2 dimensões centraliza o espectro porque isso corresponde a um deslocamento de N/2 no domínio do tempo (ou espacial), o que no domínio da frequência corresponde a uma mudança de fase que centraliza as componentes de baixa frequência no meio do espectro.