

FOLHA DE SOLUÇÃO

Nome: Sabrina Araújo da Silva

Número USP: 12566182

Assinatura

Sabrina

Sua assinatura atesta a autenticidade e originalidade de seu trabalho e que você se compromete a seguir o código de ética da USP em suas atividades acadêmicas, incluindo esta atividade.

Exercício: T01

Data: 31/08/21

SOLUÇÃO

seja N o número de strings diferentes no deck,

temos que:

- $N!$ é o número de resultados diferentes para ordenação dessas strings

- N^N é o número de possibilidades diferentes para a sequência de posições que `Math.random()` irá retornar.

para $N = 2$

resultados = $2! = 2$

possibilidades = $2^2 = 4$

}

$$\frac{4}{2} = 2$$

→ cada resultado pode aparecer com 2 possibilidades de sorteio diferentes

ilustrando $N = 2$

deck $[1, 2]$

possibilidades

resultados

0, 0

$[1, 2]$

0, 1

$[2, 1]$

1, 0

1, 1

para $N = 3$
 resultados $= 3! = 6$
 possibilidades $= 3^3 = 27$

$\left. \begin{array}{l} \text{para } N = 3 \\ \text{resultados} = 3! = 6 \\ \text{possibilidades} = 3^3 = 27 \end{array} \right\} \frac{27}{6} = 4,5 \rightarrow \text{n\~ao resulta em uma divis\~ao inteira, isso significa que h\~a resultados que possuem mais possibilidades.}$

para $N = 3$ ter 6 resultados com quantidade de possibilidades iguais, N^N teria que ser igual a 24, por\~em n\~ao \u00e9 o caso.

para poder concluir que o c\u00f3digo n\~ao resulta em uma permuta\u00e7\~ao uniforme de deck, temos que provar para $N > 2$, assim:

o resultado de $\frac{N^N}{N!}$ n\~ao pode ser um n\u00famero inteiro

$$\frac{N^N}{N!} = \frac{N \cdot N \dots N \cdot N}{N \cdot (N-1) \dots 2 \cdot 1}$$

usando o postulado de Bertrand; para todo n\u00famero real $x > 1$, existe um n\u00famero primo p com $x < p \leq 2x$

$$\frac{N^N}{N!} = \frac{N}{N} \cdot \frac{N}{(N-1)} \cdot \frac{N}{p} \dots \frac{N}{p} \dots \frac{N}{2} \cdot \frac{N}{1}$$

$\frac{N}{p}$ n\~ao resultará em um n\u00famero inteiro, sendo assim, $\frac{N^N}{N!}$

tamb\~em n\~ao resultará.

Portanto, conclumos que, para $N > 2$, o c\u00f3digo n\~ao resulta em uma permuta\u00e7\~ao uniforme de deck.