Teorema da Função Inversa

Seja $F: \Omega \to \mathbb{R}^n$, com Ω aberto, e de classe C^1 e um ponto p nesse conjunto Ω.

Então, existem um aberto X contendo p e um aberto Y contendo $F(p)$, e uma função $G: Y \to X$ satisfazendo $F(G(y)) = y$ para todo y em Y e $G(F(x)) = x$ para todo x em X.

Ainda mais,

$$JG(y) = JF(G(y))^{-1}$$

para todo y em Y

Teorema de Weierstrass

Seja uma função a valores reais, contínua e contida em um compacto K, então existe máximo e mínimo dessa função no compacto K.

Teorema dos multiplicadores de Lagrange

Seja $F: \mathbb{R}^{n+m} \to \mathbb{R}$ diferenciável e $g(g_1, \dots, g_m) \in C^1(\mathbb{R}^{n+m}, \mathbb{R})$

Se F admite extremante local em um ponto $P \in g^{-1}(0, \dots, 0)$, e o conjunto $\{\nabla g_1, \dots, g_m\}$ é L.I., então existem números reais $\lambda_1, \dots, \lambda_m$ tais que

$$\nabla F(P) = \lambda_1 \nabla g_1(P) + \dots + \lambda_m \nabla g_m(P)$$

Teorema da função inversa

Seja $F: \Omega \to \mathbb{R}^n$, com Ω aberto, e de classe C^1 e um ponto p contido em Ω tal que $JF(p)$ é inversível.

Seja $F: \Omega \to \mathbb{R}^n$, com Ω aberto, de classe C^1 e um ponto p contido em Ω tal que $JF(p)$ é inversível.

Então existem um aberto X contendo p e um aberto Y contendo $F(p)$, e uma função $G: Y \to X$ de classe C^1 satisfazendo $F(G(y)) = y$ para todo y em Y e $G(F(x)) = x$ para todo x em X.

Ainda mais,

$$JG(y) = JF(G(y))^{-1}$$

Teorema da Função Inversa

Seja $F: \Omega \to {}^n\mathbb{R}$, com Ω aberto, de classe C^1 e um ponto p em Ω tal que $JF(p)$ é inversível

Então, existem um conjunto aberto X contendo p e um aberto Y contendo $F(p)$, e uma função $G: Y \to X$ de classe C^1 satisfazendo $F(G(y)) = y$ para todo y em Y e $G(F(x)) = x$ para todo x em X.

Ainda mais,

$$JG(y) = JF(G(y))^{-1}$$

Teorema de Weierstrass

Seja uma função a valores, contínua e contida em um compacto K, então f admite máximo e mínimo no compacto K.

Teorema dos multiplicadores de Lagrange

Seja $F: \mathbb{R}^{n+m} \to \mathbb{R}$ diferenciável e uma função $g = (g_1, \dots, g_m) \in C^1(\mathbb{R}^{n+m}, \mathbb{R})$.

Se F admite extremante local no ponto $P \in g^{-1}(0, \dots, 0)$ e o conjunto $\{\nabla g_1, \dots, \nabla g_m\}$ é L.I, então existem números reais $\lambda_1, \dots, \lambda_m$ tais que

$$\nabla F(P) = \lambda_1 \nabla g_1(P) + \dots + \lambda_m \nabla g_m(P)$$

Teorema da função implícita

Seja F em $C^1(\Omega, \mathbb{R}^m)$, $\Omega \subseteq \mathbb{R}^{n \times m}$ aberto, e $(a,b) \in \Omega$ tal que $F(a,b) = 0$ e $\frac{\partial F}{\partial y}(a,b)$ é inversível.

Então, existem conjunto aberto X em $\mathbb{R}^n$ contendo a e um aberto Y em $\mathbb{R}^m$ contendo b, satisfazendo:

- $\forall x$ em X, existe um único $f(x) = y$ em Y tal que $F(x, f(x)) = 0$
- $f \in C^1(X, Y)$
- $f(a) = b$

Ainda mais,

$$Jf(x) = -\left[\frac{\partial F}{\partial y}(x, f(x))\right]^{-1} \cdot \left[\frac{\partial F}{\partial x}(x, f(x))\right]$$

Teorema da Função Implícita

Seja F em $C^1(\Omega, \mathbb{R}^m)$, com Ω aberto em $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m$ e um ponto (a,b) em Ω tal que $F(a,b) = 0$ e $\frac{\partial F}{\partial y}(a,b)$ é inversível

Seja F em $C^1(\Omega, \mathbb{R}^m)$, com Ω aberto em $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m$ e um ponto (a,b) em Ω tal que $F(a,b) = 0$ $\frac{\partial F}{\partial y}$ é inversível
Então existem um aberto X em $\mathbb{R}^n$ contendo a e um aberto Y contendo b, satisfazendo:

- para todo x em X, existe um único $y = f(x)$ em Y tal que:

  $$F(x, f(x)) = 0$$

- $f \in C^1(X, Y)$
- $f(a) = b$ e

$$Jf(x) = -\left[\frac{\partial F}{\partial y}(x, f(x))\right]^{-1} \cdot \left[\frac{\partial F}{\partial x}(x, f(x))\right]$$