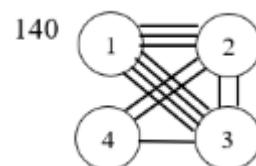


## Тест №3

Составим матрицы соединений  $R$  графа и расстояний  $D$  множества позиций.

	$e_1$	$e_2$	$e_3$	$e_4$
$R =$	0	3	4	0
$e_2$	3	0	2	2
$e_3$	4	2	0	1
$e_4$	0	2	1	0

	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$
$D =$	0	1	2	3
$p_2$	1	0	1	2
$p_3$	2	1	0	1
$p_4$	3	2	1	0



Определим нижнюю границу целевой функции для этих исходных данных. Для этого упорядочим составляющие вектора  $r$  в невозрастающем порядке, а вектора  $d$  – в неубывающем.

$$r = \{4 \ 3 \ 2 \ 2 \ 1 \ 0\}$$

$$d = \{1 \ 1 \ 1 \ 2 \ 2 \ 3\}$$

$$r * d = 4 + 3 + 2 + 4 + 2 + 0 = 15$$

Это значит, что для этих исходных данных значение целевой функции  $F(P)$  не может быть меньше 15

- 1) Помещаем элемент  $e_1$  в позицию  $p_1$ . Т. к. размещен один элемент  $F(q) = 0$ .

Неразмещенные элементы  $\{e_2; e_3; e_4\}$ , свободные позиции  $\{p_2; p_3; p_4\}$ .

Составим вектор, соответствующий первой строке матрицы  $R$   $r_1 = \{4 \ 3 \ 0\}$ , и вектор, соответствующий первой строке матрицы  $D$   $d_1 = \{1 \ 2 \ 3\}$ , суммарная длина соединений между размещенным и неразмещенными элементами

$$w(P) = r_1 * d_1 = 4 + 6 + 0 = 10$$

Для оценки  $v(P)$  вычеркнем из матриц  $R$  и  $D$  первые строку и столбец. Образует вектора:  $r = \{2 \ 2 \ 1\}$  и  $d = \{1 \ 1 \ 2\}$ , соответствующие верхним половинам усеченных матриц  $R$  и  $D$ .

$$\text{Получим } v(P) = r * d = 2 + 2 + 2 = 6$$

$$\text{Таким образом, нижняя граница } F(P) = 0 + 6 + 10 = 16$$

- 2) Помещаем элемент  $e_1$  в позицию  $p_2$ . Т. к. размещен один элемент  $F(q) = 0$ .

Неразмещенные элементы  $\{e_2; e_3; e_4\}$ , свободные позиции  $\{p_1; p_3; p_4\}$ .

Составим вектор, соответствующий первой строке матрицы  $R$   $r_1 = \{4 \ 3 \ 0\}$ , и вектор, соответствующий второй строке матрицы  $D$   $d_2 = \{1 \ 1 \ 2\}$ , суммарная длина соединений между размещенным и неразмещенными элементами

$$w(P) = r_1 * d_2 = 3 + 4 + 0 = 7$$

Для оценки  $v(P)$  вычеркнем из матрицы  $R$  первые строку и столбец, а из матрицы  $D$  вторые строку и столбец. Образует вектора:  $r = \{2 \ 2 \ 1\}$  и  $d = \{1 \ 2 \ 3\}$ , соответствующие верхним половинам усеченных матриц  $R$  и  $D$ .

$$\text{Получим } v(P) = r * d = 2 + 4 + 3 = 9$$

$$\text{Таким образом, нижняя граница } F(P) = 0 + 7 + 9 = 16$$

Ввиду симметричности позиций ( $p_1$  и  $p_4$ ) и ( $p_2$  и  $p_3$ ) будут получены те же результаты для симметричных позиций. Назначаем элемент  $e_1$  на позицию  $p_2$ .

3) Помещаем элемент  $e_1$  в позицию  $p_3$ . Т. к. размещен один элемент  $F(q) = 0$ .

Неразмещенные элементы  $\{e_2; e_3; e_4\}$ , свободные позиции  $\{p_1; p_2; p_4\}$ .

Составим вектор, соответствующий первой строке матрицы  $R$   $r_1 = \{4 \ 3 \ 0\}$ , и вектор, соответствующий третьей строке матрицы  $D$   $d_3 = \{1 \ 1 \ 2\}$ , суммарная длина соединений между размещенным и неразмещенными элементами

$$w(P) = r_1 * d_3 = 3 + 4 + 0 = 7$$

Для оценки  $v(P)$  вычеркнем из матрицы  $R$  первые строку и столбец, а из матрицы  $D$  третью строку и столбец. Образует вектора:  $r = \{2 \ 2 \ 1\}$  и  $d = \{1 \ 2 \ 3\}$ , соответствующие верхним половинам усеченных матриц  $R$  и  $D$ .

4) Помещаем элемент  $e_1$  в позицию  $p_4$ . Т. к. размещен один элемент  $F(q) = 0$ .

Неразмещенные элементы  $\{e_2; e_3; e_4\}$ , свободные позиции  $\{p_1; p_2; p_3\}$ .

Составим вектор, соответствующий первой строке матрицы  $R$   $r_1 = \{4 \ 3 \ 0\}$ , и вектор, соответствующий третьей строке матрицы  $D$   $d_4 = \{1 \ 2 \ 3\}$ , суммарная длина соединений между размещенным и неразмещенными элементами

$$w(P) = r_1 * d_4 = 4 + 6 + 0 = 10$$

Для оценки  $v(P)$  вычеркнем из матрицы  $R$  первые строку и столбец, а из матрицы  $D$  четвертую строку и столбец. Образует вектора:  $r = \{2 \ 2 \ 1\}$  и  $d = \{1 \ 1 \ 2\}$ , соответствующие верхним половинам усеченных матриц  $R$  и  $D$ .

Для всех ячеек получается одно число. Из этого следует, что они равнозначны.

Назначаем элемент  $e_1$  в позицию  $p_1$

5) Помещаем элемент  $e_2$  в позицию  $p_2$ . Размещены два элемента:  $e_1$  в позиции  $p_1$  и  $e_2$  в позиции  $p_2$ ,  $F(q) = r_{11}d_{22} = 0$

Неразмещенные элементы  $\{e_3, e_4\}$ , свободные позиции  $\{p_3, p_4\}$ ;

$$r_1 = \{4 \ 0\} \text{ и } d_1 = \{2 \ 3\}, r_1 \times d_1 = 8 + 0 = 8$$

$$r_2 = \{2 \ 2\} \text{ и } d_2 = \{1 \ 2\}, r_2 \times d_2 = 2 + 4 = 6$$

$$w(P) = 8 + 6 = 14$$

$$r = \{1\} \text{ и } d = \{1\}, v(P) = r \times d = 1$$

$$F(P) = 0 + 14 + 2 = 15$$

6) Помещаем элемент  $e_2$  в позицию  $p_3$ . Размещены два элемента:  $e_1$  в позиции  $p_1$  и  $e_2$  в позиции  $p_3$ ,  $F(q) = r_{11}d_{23} = 1$

Неразмещенные элементы  $\{e_3, e_4\}$ , свободные позиции  $\{p_2, p_4\}$ ;

$$r_1 = \{4 \ 0\} \text{ и } d_1 = \{1 \ 3\}, r_1 \times d_1 = 4 + 0 = 4$$

$$r_2 = \{2 \ 2\} \text{ и } d_3 = \{1 \ 1\}, r_2 \times d_3 = 2 + 2 = 4$$

$$w(P) = 4 + 4 = 8$$

$$r = \{1\} \text{ и } d = \{2\}, v(P) = r \times d = 2$$

$$F(P) = 1 + 8 + 3 = 11$$

- 7) Помещаем элемент  $e_2$  в позицию  $p_4$ . Размещены два элемента:  $e_1$  в позиции  $p_1$  и  $e_2$  в позиции  $p_4$ ,  $F(q) = r_{11}d_{24} = 2$

Неразмещенные элементы  $\{e_3, e_4\}$ , свободные позиции  $\{p_2, p_3\}$ ;

$$r_1 = \{4 \ 0\} \text{ и } d_1 = \{1 \ 2\}, r_1 \times d_2 = 4 + 0 = 4$$

$$r_2 = \{2 \ 2\} \text{ и } d_4 = \{1 \ 2\}, r_2 \times d_3 = 2 + 4 = 6$$

$$w(P) = 6 + 4 = 10$$

$$r = \{1\} \text{ и } d = \{1\}, v(P) = r \times d = 1$$

$$F(P) = 2 + 10 + 1 = 13$$

Назначаем элемент  $e_2$  в позицию  $p_3$

- 8) Помещаем элемент  $e_3$  в позицию  $p_2$ . Размещены три элемента:  $e_1$  в позиции  $p_1$ ,  $e_2$  в позиции  $p_3$  и  $e_3$  в позицию  $p_2$ ,  $F(q) = r_{12}d_{13} + r_{13}d_{12} + r_{23}d_{32} = 6 + 8 + 2 = 16$

Неразмещенный элемент  $\{e_4\}$ , свободная позиция  $\{p_4\}$ ;

$$r_1 = \{0\} \text{ и } d_1 = \{3\}, r_1 \times d_2 = 0$$

$$r_2 = \{2\} \text{ и } d_3 = \{1\}, r_2 \times d_4 = 2$$

$$r_3 = \{1\} \text{ и } d_2 = \{2\}, r_2 \times d_3 = 2$$

$$w(P) = 0 + 2 + 2 = 4$$

$$\text{Неразмещенный элемент один, } v(P) = 0. F(P) = 16 + 4 = 20$$

- 9) Помещаем элемент  $e_3$  в позицию  $p_4$ . Размещены три элемента:  $e_1$  в позиции  $p_1$ ,  $e_2$  в позиции  $p_3$  и  $e_3$  в позицию  $p_2$ ,  $F(q) = r_{12}d_{13} + r_{13}d_{12} + r_{23}d_{34} = 6 + 8 + 2 = 16$

Неразмещенный элемент  $\{e_4\}$ , свободная позиция  $\{p_2\}$ ;

$$r_1 = \{0\} \text{ и } d_1 = \{1\}, r_1 \times d_2 = 0$$

$$r_2 = \{2\} \text{ и } d_3 = \{1\}, r_2 \times d_4 = 2$$

$$r_3 = \{1\} \text{ и } d_4 = \{2\}, r_2 \times d_3 = 2$$

$$w(P) = 0 + 2 + 2 = 4$$

$$\text{Неразмещенный элемент один, } v(P) = 0. F(P) = 16 + 4 = 20$$

Для всех ячеек получается одно число. Из этого следует, что они равнозначны.

Назначаем элемент  $e_3$  в позицию  $p_2$ .

- 10) Неразмещенный элемент  $e_4$ , свободная позиция  $p_2$ . Размещены четыре элемента:  $e_1$  в позиции  $p_1$ ,  $e_2$  в позиции  $p_3$ ,  $e_3$  в позицию  $p_4$  и  $e_4$  в позиции  $p_4$

$$F(q) = r_{12}d_{13} + r_{13}d_{12} + r_{14}d_{14} + r_{23}d_{32} + r_{34}d_{24} + r_{42}d_{43} = 6 + 4 + 0 + 2 + 2 + 2 = 16$$

Назначаем элемент  $e_4$  в позицию  $p_4$

