

# Методические указания к выполнению расчётно-графической работы по теме

## «Аналитическая геометрия»

### Описание работы

Расчётно-графические работы выполняются командами студентов (по 3-4 человека) и заключаются в выполнении заданий, оформлении отчета и его защите (порядок см. ниже). Сформированные команды сами выбирают себе номер от 1 до 8 так, чтобы у каждой команды он был уникальным.

### Требования

**К выполнению заданий** – в работе должны быть:

- 1) поставлены требуемые задачи;
- 2) представлены в логической последовательности основные этапы исследования или решения;
- 3) указаны используемые теоретические положения и методы;
- 4) получены точные численные результаты и построены требуемые графические изображения.

**К содержанию отчета** – отчет выполняется в электронном виде (текстовый документ или презентация; для презентации в MS Power Point используется шаблон Университета ИТМО: ИСУ → полезные ссылки → корпоративная стилистика → презентации (внизу страницы)). должен содержать:

- 1) титульный лист/слайд (название дисциплины, учебный год, название РГР, ФИ исполнителей, номера групп, ФИ преподавателя, ФИ ментора (если у преподавателя есть ментор), дата, место выполнения);
- 2) условия всех заданий (условие каждого задания – перед его решением);
- 3) основные этапы решения (исследования) каждой задачи, его теоретическое обоснование, численные результаты;
- 4) графики или рисунки, иллюстрирующие решение каждой задачи (выполненные в математическом редакторе Desmos: <https://www.desmos.com/>, Geogebra: <https://www.geogebra.org/> или других);
- 5) выводы;
- 6) оценочный лист  
(вклад каждого исполнителя оценивается всей командой по шкале от 0 до 100% баллов).

**К оформлению отчета:**

- 1) Страницы и слайды следует пронумеровать (на титульной странице/слайде номер не ставится).
- 2) Текст представляется полностью в цифровом виде. Не допускается вставка фото или сканов текста, а также скриншотов электронного текста.
- 3) Все формулы набираются в редакторе формул. Не допускается набор формул текстом (например,  $f(x)=3*x^2$ ), а также вставка фото или сканов формул, однако допускается вставка скриншотов электронных формул (если ни один редактор формул не доступен). Про редакторы формул:
  - а) в MS Office есть встроенный редактор формул;
  - б) в MS Office также есть скачиваемая надстройка MathType для набора формул;
  - в) Google-документы и Open Office имеют встроенные редакторы формул;
  - г) в LaTeX встроен набор формул;
  - д) можно воспользоваться бесплатным сервисом набора формул <https://editor.codecogs.com/> и скачать формулу в виде изображения;
  - е) или воспользоваться математическим пакетом (MathCAD, Wolfram Mathematica и др.) или сайтом Wolfram Alpha и сделать оттуда скриншоты формул.

### Защита работ

Порядок защиты РГР определяется преподавателем практики.

## Задание 1. Замена базиса

### № команды:

1. В основании призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  лежит ромб с острым углом  $A$ , равным  $60^\circ$ . Точка  $K$  лежит на продолжении ребра  $AB$  за точку  $B$ , причем угол  $ADK$  прямой. Найти координаты точки пространства в системе координат  $A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA_1}$ , если известны ее координаты  $x', y', z'$  в системе координат  $K, \overrightarrow{KA}, \overrightarrow{KD}, \overrightarrow{KC_1}$ .
2. В параллелограмме  $ABCD$  точка  $E$  лежит на стороне  $BC$ , а точка  $F$  – на стороне  $AB$ , причем  $|BE|:|BC|=1:4$ ,  $|BF|:|AF|=2:5$ . Найти координаты точки плоскости в системе координат  $C, \overrightarrow{CE}, \overrightarrow{CD}$ , если известны ее координаты  $x', y'$  в системе координат  $E, \overrightarrow{EF}, \overrightarrow{ED}$ .
3. В треугольной призме  $ABCA_1 B_1 C_1$  точка  $M$  – точка пересечения медиан грани  $A_1 B_1 C_1$ . Найти координаты точки пространства в системе координат  $A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AA_1}$ , если известны ее координаты  $x', y', z'$  в системе координат  $A_1, \overrightarrow{A_1 B}, \overrightarrow{A_1 C}, \overrightarrow{A_1 M}$ .
4. В треугольнике  $ABC$  точка  $D$  лежит на стороне  $BC$ , а точка  $E$  лежит на продолжении стороны  $AC$  за точку  $C$ , причем  $|BD|:|DC|=1:2$ ,  $|AC|:|CE|=3:1$ . Найти координаты точки плоскости в системе координат  $A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ , если известны ее координаты  $x', y'$  в системе координат  $D, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DE}$ .
5. В тетраэдре  $ABCD$  точка  $M$  – точка пересечения медиан грани  $BCD$ . Найти координаты точки пространства в системе координат  $A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ , если известны ее координаты  $x', y', z'$  в системе координат  $M, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MC}, \overrightarrow{MA}$ .
6. Дан правильный шестиугольник  $ABCDEF$ . Найти координаты точки плоскости в системе координат  $A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AF}$ , если известны ее координаты  $x', y'$  в системе координат  $C, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CE}$ .
7. В правильной шестиугольной пирамиде  $SABCDEF$  с вершиной  $S$  точка  $M$  является центром основания. Найти координаты точки пространства в системе координат  $A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AS}$ , если известны ее координаты  $x', y', z'$  в системе координат  $S, \overrightarrow{SC}, \overrightarrow{SD}, \overrightarrow{SM}$ .
8. В трапеции  $ABCD$  диагонали пересекаются в точке  $E$ , а длины оснований  $BC$  и  $AD$  относятся как  $2:3$ . Найти координаты точки плоскости в системе координат  $A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}$ , если известны ее координаты  $x', y'$  в системе координат  $E, \overrightarrow{EA}, \overrightarrow{EB}$ .

### План:

- 1) Изобразите\* на графике тело в пространстве / фигуру на плоскости, подпишите известные величины и соотношения.
- 2) Изобразите на этом графике две системы координат (постройте их базисные векторы).
- 3) Решите задачу аналитически.
- 4) Проверьте решение построением.

\* В качестве графического редактора в этом задании рекомендуется использовать Geogebra.

## Задание 2. Кривые второго порядка

Даны уравнения двух множеств:

№ команды	Множество 1	Множество 2
1	$x^2 - 4xy + 3y^2 + 2x - 2y = 0$	$x^2 + 2xy - y^2 + 8x + 4y - 8 = 0$
2	$40x^2 + 36xy + 25y^2 - 8x - 14y + 1 = 0$	$5x^2 + 4xy - y^2 - 5x + y = 0$
3	$4x^2 - 4xy + y^2 + 12x - 6y + 9 = 0$	$7x^2 - 24xy - 38x + 24y + 175 = 0$
4	$5x^2 + 8xy + 5y^2 - 18x - 18y + 9 = 0$	$x^2 + 2xy + y^2 + 2x + 2y - 4 = 0$
5	$2x^2 + 5xy - 3y^2 - 3x + 5y - 2 = 0$	$4x^2 - 4xy + y^2 - 2x - 14y + 7 = 0$
6	$x^2 - 2xy + y^2 - 10x - 6y + 25 = 0$	$x^2 - 2xy - 24y^2 - 4x - 6y + 3 = 0$
7	$9x^2 - 6xy + y^2 - 6x + 2y = 0$	$5x^2 + 12xy - 22x - 12y - 19 = 0$
8	$6xy + 8y^2 - 12x - 26y + 11 = 0$	$2x^2 + 5xy - 3y^2 + 3x + 16y - 5 = 0$

### План:

- 1) Покажите, что одно из множеств является кривой второго порядка, сведя его уравнение к каноническому виду преобразованием координат, а другое – кривой, распавшейся на прямые (найдите уравнения прямых).
- 2) Изобразите каждое множество на отдельном рисунке вместе со старой и новой системой координат (оси новой системы должны служить осями симметрии множества).
- 3) У нераспавшейся кривой определите расстояние  $p$  между фокусом и директрисой, а также эксцентриситет  $\varepsilon$ . Получите полярное уравнение кривой с найденными параметрами.
- 4) На одном рисунке совместите началами и осями  $Ox$  декартову прямоугольную и полярную системы координат. Постройте кривую по ее каноническому уравнению в ДПСК и по ее полярному уравнению в ПСК. Объясните несовпадение кривых.
- 5) Найдите такое расположение ПСК и формулы преобразования полярных координат в декартовы, чтобы полярное и каноническое уравнения описывали одну и ту же кривую.

### Задание 3. Аналитическое задание множества.

#### № команды:

1. Найдите геометрическое место и его уравнение для точек, которые являются центрами окружностей, проходящих через точку  $M(3,4)$  и касающихся оси абсцисс.
2. Определите траекторию и её уравнение для точки, которая в своем движении остается вдвое ближе к точке  $A(1,0)$ , чем к точке  $B(4,0)$ .
3. Даны две точки, расстояние между которыми  $2c$ . Найдите геометрическое место точек и его уравнение, сумма квадратов расстояний от которых до двух данных равна  $2a^2$ ,  $a > c$ .
4. Точка движется так, что остается вдвое ближе к одной из пересекающихся прямых, чем к другой. Найдите траекторию и её уравнение для этой точки.
5. Дана окружность с центром в начале координат и радиусом 3. Найдите геометрическое место и его уравнение для точек, делящих в отношении 2:1 хорды данной окружности, параллельные оси ординат.
6. Прямая движется так, что треугольник, образованный ею с осями координат, меняется, но сохраняет постоянную площадь. Найдите траекторию и её уравнение для середины отрезка, отсекаемого осями координат на этой прямой.
7. Даны две точки, расстояние между которыми  $2c$ . Найдите геометрическое место и его уравнение для точек, абсолютная величина разности квадратов расстояний которых до двух данных равна  $4a^2$ .
8. Две точки лежат на оси абсцисс на расстоянии  $a$  от начала координат. Найдите геометрическое место и его уравнение для точек пересечения прямых, проходящих через данные точки и отсекающих на оси ординат отрезки, произведение которых равно  $-b^2$ .

#### План:

- 1) Сделайте иллюстрацию к условию задачи: введите удобную для решения систему координат, необходимые обозначения, подпишите известные величины и соотношения.
- 2) Во введенных обозначениях запишите геометрическое свойство множества, для которого ищется уравнение.
- 3) Сведите геометрическое свойство к уравнению.
- 4) Изобразите\* множество по его уравнению.

\* В качестве графического редактора в этом задании рекомендуется использовать сервис Geogebra.