

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
Факультет программной инженерии и компьютерной техники
Дисциплина «Дискретная математика»

Курсовая работа
Часть 2
Вариант 8

Студент
Черныш Александр Владимирович
Р3109

Преподаватель
Поляков Владимир Иванович

Задание

Построить комбинационную схему реализующую функцию $C = A/B$ (C — 3 бита, A — 3 бита, и B — 2 бита, $B \neq 0$).

Таблица истинности

№	a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	c_1	c_2	c_3
0	0	0	0	0	0	d	d	d
1	0	0	0	0	1	0	0	0
2	0	0	0	1	0	0	0	0
3	0	0	0	1	1	0	0	0
4	0	0	1	0	0	d	d	d
5	0	0	1	0	1	0	0	1
6	0	0	1	1	0	0	0	0
7	0	0	1	1	1	0	0	0
8	0	1	0	0	0	d	d	d
9	0	1	0	0	1	0	1	0
10	0	1	0	1	0	0	0	1
11	0	1	0	1	1	0	0	0
12	0	1	1	0	0	d	d	d
13	0	1	1	0	1	0	1	1
14	0	1	1	1	0	0	0	1
15	0	1	1	1	1	0	0	1
16	1	0	0	0	0	d	d	d
17	1	0	0	0	1	1	0	0
18	1	0	0	1	0	0	1	0
19	1	0	0	1	1	0	0	1
20	1	0	1	0	0	d	d	d
21	1	0	1	0	1	1	0	1
22	1	0	1	1	0	0	1	0
23	1	0	1	1	1	0	0	1
24	1	1	0	0	0	d	d	d
25	1	1	0	0	1	1	1	0
26	1	1	0	1	0	0	1	1
27	1	1	0	1	1	0	1	0
28	1	1	1	0	0	d	d	d
29	1	1	1	0	1	1	1	1
30	1	1	1	1	0	0	1	1
31	1	1	1	1	1	0	1	0

Минимизация булевых функций на картах Карно

		$b_1 b_2$				
		00	01	11	10	
$a_2 a_3$	00	d				$a_1 = 0$
	01	d				
	11	d				
	10	d				
		$b_1 b_2$				
		00	01	11	10	
	00	d	1			$a_1 = 1$
	01	d	1			
	11	d	1			
	10	d	1			

$$c_1 = a_1 \bar{b}_1 \quad (S_Q = 2)$$

		$b_1 b_2$				
		00	01	11	10	
$a_2 a_3$	00	d	0	0	0	$a_1 = 0$
	01	d	0	0	0	
	11	d		0	0	
	10	d		0	0	
		$b_1 b_2$				
		00	01	11	10	
	00	d	0	0		$a_1 = 1$
	01	d	0	0		
	11	d				
	10	d				

$$c_2 = (a_1 \vee \bar{b}_1) (a_2 \vee \bar{b}_2) \quad (S_Q = 6)$$

		$b_1 b_2$				
		00	01	11	10	
$a_2 a_3$	00	d				$a_1 = 0$
	01	d	1			
	11	d	1	1	1	
	10	d			1	
		$b_1 b_2$				
		00	01	11	10	
	00	d		1		$a_1 = 1$
	01	d	1	1		
	11	d	1		1	
	10	d			1	

$$c_3 = a_2 \bar{b}_2 \vee a_3 \bar{b}_1 \vee \bar{a}_1 a_2 a_3 \vee a_1 \bar{a}_2 b_1 b_2 \quad (S_Q = 15)$$

Преобразование системы булевых функций

$$\begin{cases} c_1 = a_1 \bar{b}_1 & (S_Q^{c_1} = 2) \\ c_2 = (a_1 \vee \bar{b}_1) (a_2 \vee \bar{b}_2) & (S_Q^{c_2} = 6) \\ c_3 = a_2 \bar{b}_2 \vee a_3 \bar{b}_1 \vee \bar{a}_1 a_2 a_3 \vee a_1 \bar{a}_2 b_1 b_2 & (S_Q^{c_3} = 15) \end{cases} \quad (S_Q = 23)$$

Можно провести декомпозицию

$$\begin{cases} \varphi_0 = \bar{a}_2 b_2, \quad \bar{\varphi}_0 = a_2 \vee \bar{b}_2 \\ \varphi_0 = \bar{a}_2 b_2 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ c_1 = a_1 \bar{b}_1 & (S_Q^{c_1} = 2) \\ c_2 = (a_1 \vee \bar{b}_1) \bar{\varphi}_0 & (S_Q^{c_2} = 4) \\ c_3 = a_2 \bar{b}_2 \vee a_3 \bar{b}_1 \vee \bar{a}_1 a_2 a_3 \vee \varphi_0 a_1 b_1 & (S_Q^{c_3} = 14) \end{cases} \quad (S_Q = 23)$$

Цена не изменилась, но задержка схемы увеличилась, поэтому декомпозиция нецелесообразна. Также можно провести отдельную факторизацию:

$$\begin{cases} c_1 = a_1 \bar{b}_1 & (S_Q^{c_1} = 2) \\ c_2 = (a_1 \vee \bar{b}_1) (a_2 \vee \bar{b}_2) & (S_Q^{c_2} = 6) \\ c_3 = a_2 \bar{b}_2 \vee a_3 (\bar{b}_1 \vee \bar{a}_1 a_2) \vee a_1 \bar{a}_2 b_1 b_2 & (S_Q^{c_3} = 15) \end{cases} \quad (S_Q = 23)$$

Цена снова не изменилась, но задержка увеличилась. Исходная схема имеет наименьшую цену.

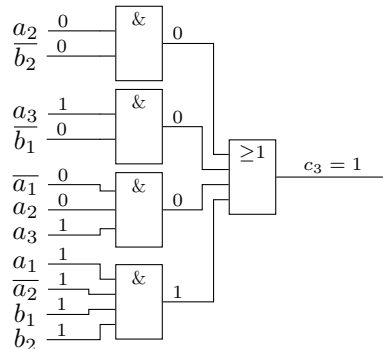
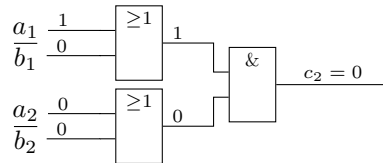
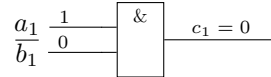
Синтез комбинационной схемы в булевом базисе

Будем анализировать схему на следующем наборе аргументов:

$$a_1 = 1, a_2 = 0, a_3 = 1, b_1 = 1, b_2 = 1$$

Выходы схемы из таблицы истинности:

$$c_1 = 0, c_2 = 0, c_3 = 1$$



Цена схемы: $S_Q = 23$. Задержка схемы: $T = 2\tau$.