

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
Факультет программной инженерии и компьютерной техники
Дисциплина «Дискретная математика»

Курсовая работа
Часть 1
Вариант 26

Студент
Черныш Александр Владимирович
Р3109

Преподаватель
Поляков Владимир Иванович

Функция $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ принимает значение 1 при $-2 \leq x_4x_5 - x_1x_2x_3 < 1$ и неопределенное значение при $-4 \leq x_4x_5 - x_1x_2x_3 \leq -3$.

Таблица истинности

№	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_4x_5	$x_1x_2x_3$	x_4x_5	$x_1x_2x_3$	f
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0
2	0	0	0	1	0	2	0	2	0	0
3	0	0	0	1	1	3	0	3	0	0
4	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1
5	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1
6	0	0	1	1	0	2	1	2	1	0
7	0	0	1	1	1	3	1	3	1	0
8	0	1	0	0	0	0	2	0	2	1
9	0	1	0	0	1	1	2	1	2	1
10	0	1	0	1	0	2	2	2	2	1
11	0	1	0	1	1	3	2	3	2	0
12	0	1	1	0	0	0	3	0	3	d
13	0	1	1	0	1	1	3	1	3	1
14	0	1	1	1	0	2	3	2	3	1
15	0	1	1	1	1	3	3	3	3	1
16	1	0	0	0	0	0	4	0	4	d
17	1	0	0	0	1	1	4	1	4	d
18	1	0	0	1	0	2	4	2	4	1
19	1	0	0	1	1	3	4	3	4	1
20	1	0	1	0	0	0	5	0	5	0
21	1	0	1	0	1	1	5	1	5	d
22	1	0	1	1	0	2	5	2	5	d
23	1	0	1	1	1	3	5	3	5	1
24	1	1	0	0	0	0	6	0	6	0
25	1	1	0	0	1	1	6	1	6	0
26	1	1	0	1	0	2	6	2	6	d
27	1	1	0	1	1	3	6	3	6	d
28	1	1	1	0	0	0	7	0	7	0
29	1	1	1	0	1	1	7	1	7	0
30	1	1	1	1	0	2	7	2	7	0
31	1	1	1	1	1	3	7	3	7	d

Аналитический вид

Каноническая ДНФ:

$$f = \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} x_5 \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} x_5 \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} x_4 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 x_3 \overline{x_4} x_5 \vee \overline{x_1} x_2 x_3 x_4 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 x_3 x_4 x_5 \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 x_5 \vee x_1 \overline{x_2} x_3 x_4 x_5$$

Каноническая КНФ:

$$f = (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5})(x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee x_5)(x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5})(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee x_5)(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5})(x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5})(\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee x_5)(\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5)(\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5})(\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee x_5)(\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee \overline{x_5})(\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee x_5)$$

Минимизация булевой функции методом Квайна–Мак-Класки

Кубы различной размерности и простые импликанты

$K^0(f)$			$K^1(f)$			$K^2(f)$		$Z(f)$
m_0	00000	✓	m_0-m_4	00X00	✓	$m_0-m_4-m_8-m_{12}$	0XX00	X0000
m_4	00100	✓	m_0-m_8	0X000	✓	$m_8-m_9-m_{12}-m_{13}$	01X0X	X0101
m_8	01000	✓	m_0-m_{16}	X0000		$m_8-m_{10}-m_{12}-m_{14}$	01XX0	X1010
m_{16}	10000	✓	m_4-m_5	0010X	✓	$m_4-m_5-m_{12}-m_{13}$	0X10X	X1111
m_5	00101	✓	m_8-m_9	0100X	✓	$m_{16}-m_{17}-m_{18}-m_{19}$	100XX	0XX00
m_9	01001	✓	m_8-m_{10}	010X0	✓	$m_{12}-m_{13}-m_{14}-m_{15}$	011XX	01X0X
m_{10}	01010	✓	m_8-m_{12}	01X00	✓	$m_{18}-m_{19}-m_{22}-m_{23}$	10X1X	01XX0
m_{18}	10010	✓	m_4-m_{12}	0X100	✓	$m_{17}-m_{19}-m_{21}-m_{23}$	10XX1	0X10X
m_{12}	01100	✓	$m_{16}-m_{17}$	1000X	✓	$m_{18}-m_{19}-m_{26}-m_{27}$	1X01X	100XX
m_{17}	10001	✓	$m_{16}-m_{18}$	100X0	✓	$m_{19}-m_{23}-m_{27}-m_{31}$	1XX11	011XX
m_{13}	01101	✓	$m_{12}-m_{13}$	0110X	✓			10X1X
m_{14}	01110	✓	$m_{12}-m_{14}$	011X0	✓			10XX1
m_{19}	10011	✓	m_9-m_{13}	01X01	✓			1X01X
m_{21}	10101	✓	$m_{10}-m_{14}$	01X10	✓			1XX11
m_{22}	10110	✓	m_5-m_{13}	0X101	✓			
m_{26}	11010	✓	$m_{18}-m_{19}$	1001X	✓			
m_{15}	01111	✓	$m_{17}-m_{19}$	100X1	✓			
m_{23}	10111	✓	$m_{17}-m_{21}$	10X01	✓			
m_{27}	11011	✓	$m_{18}-m_{22}$	10X10	✓			
m_{31}	11111	✓	$m_{18}-m_{26}$	1X010	✓			
			m_5-m_{21}	X0101				
			$m_{10}-m_{26}$	X1010				
			$m_{14}-m_{15}$	0111X	✓			
			$m_{13}-m_{15}$	011X1	✓			
			$m_{22}-m_{23}$	1011X	✓			
			$m_{21}-m_{23}$	101X1	✓			
			$m_{19}-m_{23}$	10X11	✓			
			$m_{26}-m_{27}$	1101X	✓			
			$m_{19}-m_{27}$	1X011	✓			
			$m_{27}-m_{31}$	11X11	✓			
			$m_{23}-m_{31}$	1X111	✓			
			$m_{15}-m_{31}$	X1111				

Таблица импликант

Вычеркнем строки, соответствующие существенным импликантам (это те, которые покрывают вершины, не покрытые другими импликантами), а также столбцы, соответствующие вершинам, покрываемым существенными импликантами. Затем вычеркнем импликанты, не покрывающие ни одной вершины.

Простые импликанты		0-кубы											
		0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	
		0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	
		0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	
		0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	
		0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	
		0	4	5	8	9	10	13	14	15	18	19	23
A	X0000	X											
B	X0101			X									
C	X1010						X						
D	X1111									X			
E	0XX00	X	X		X								
	01X0X				X	X		X					
F	01XX0				X		X		X				
G	0X10X		X	X				X					
H	100XX										X	X	
I	011XX							X	X	X			
J	10X1X										X	X	X
K	10XX1											X	X
L	1X01X										X	X	
M	1XX11											X	X

Ядро покрытия:

$$T = \{01X0X\}$$

Получим следующую упрощенную импликантную таблицу:

Простые импликанты		0-кубы									
		0	0	0	0	0	0	1	1	1	
		0	0	0	1	1	1	0	0	0	
		0	1	1	0	1	1	0	0	1	
		0	0	0	1	1	1	1	1	1	
		0	0	1	0	0	1	0	1	1	
		0	4	5	10	14	15	18	19	23	
A	X0000	X									
B	X0101			X							
C	X1010				X						
D	X1111						X				
E	0XX00	X	X								
F	01XX0				X	X					
G	0X10X		X	X							
H	100XX							X	X		
I	011XX					X	X				
J	10X1X							X	X	X	
K	10XX1								X	X	
L	1X01X							X	X		
M	1XX11								X	X	

Метод Петрика:

Запишем булево выражение, определяющее условие покрытия всех вершин:

$$Y = (A \vee E) (E \vee G) (B \vee G) (C \vee F) (F \vee I) (D \vee I) (H \vee J \vee L) (H \vee J \vee K \vee L \vee M) (J \vee K \vee M)$$

Приведем выражение в ДНФ:

$$Y = ACGHIK \vee ACGHIM \vee ACGIJ \vee ACGIKL \vee ACGILM \vee ADFGHK \vee ADFGHM \vee ADFGJ \vee ADFGKL \vee ADFGLM \vee AFGHIK \vee AFGHIM \vee AFGIJ \vee AFGIKL \vee AFGILM \vee BCEHIK \vee BCEHIM \vee BCEIJ \vee BCEIKL \vee BCEILM \vee BDEFHK \vee BDEFHM \vee BDEFJ \vee BDEFKL \vee BDEFML \vee BEFHIK \vee BEFHIM \vee BEFIJ \vee BEFIKL \vee BEFILM \vee CEGHIK \vee$$

$CEGHIM \vee CEGIJ \vee CEGIKL \vee CEGILM \vee DEFGHK \vee DEFGHM \vee DEFGJ \vee DEFGKL \vee$
 $DEGLM \vee EFGHIK \vee EFGHIM \vee EFGIJ \vee EFGIKL \vee EFGILM$

Возможны следующие покрытия:

$$C_1 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ C \\ G \\ H \\ I \\ K \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X0X \\ X0000 \\ X1010 \\ 0X10X \\ 100XX \\ 011XX \\ 10XX1 \end{Bmatrix} \quad C_2 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ C \\ G \\ H \\ I \\ M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X0X \\ X0000 \\ X1010 \\ 0X10X \\ 100XX \\ 011XX \\ 1XX11 \end{Bmatrix} \quad C_3 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ C \\ G \\ I \\ J \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X0X \\ X0000 \\ X1010 \\ 0X10X \\ 011XX \\ 10X1X \end{Bmatrix}$$

$$S_1^a = 23 \\ S_1^b = 30$$

$$S_2^a = 23 \\ S_2^b = 30$$

$$S_3^a = 20 \\ S_3^b = 26$$

$$C_4 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ C \\ G \\ I \\ K \\ L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X0X \\ X0000 \\ X1010 \\ 0X10X \\ 011XX \\ 10XX1 \\ 1X01X \end{Bmatrix} \quad C_5 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ C \\ G \\ I \\ L \\ M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X0X \\ X0000 \\ X1010 \\ 0X10X \\ 011XX \\ 1X01X \\ 1XX11 \end{Bmatrix} \quad C_6 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ D \\ F \\ G \\ H \\ K \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X0X \\ X0000 \\ X1111 \\ 01XX0 \\ 0X10X \\ 100XX \\ 10XX1 \end{Bmatrix}$$

$$S_4^a = 23 \\ S_4^b = 30$$

$$S_5^a = 23 \\ S_5^b = 30$$

$$S_6^a = 23 \\ S_6^b = 30$$

$$C_7 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ D \\ F \\ G \\ H \\ M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X0X \\ X0000 \\ X1111 \\ 01XX0 \\ 0X10X \\ 100XX \\ 1XX11 \end{Bmatrix} \quad C_8 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ D \\ F \\ G \\ J \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X0X \\ X0000 \\ X1111 \\ 01XX0 \\ 0X10X \\ 10X1X \end{Bmatrix} \quad C_9 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ D \\ F \\ G \\ K \\ L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X0X \\ X0000 \\ X1111 \\ 01XX0 \\ 0X10X \\ 10XX1 \\ 1X01X \end{Bmatrix}$$

$$S_7^a = 23 \\ S_7^b = 30$$

$$S_8^a = 20 \\ S_8^b = 26$$

$$S_9^a = 23 \\ S_9^b = 30$$

$$C_{10} = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ D \\ F \\ G \\ L \\ M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X0X \\ X0000 \\ X1111 \\ 01XX0 \\ 0X10X \\ 1X01X \\ 1XX11 \end{Bmatrix} \quad C_{11} = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ F \\ G \\ H \\ I \\ K \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X0X \\ X0000 \\ 01XX0 \\ 0X10X \\ 100XX \\ 011XX \\ 10XX1 \end{Bmatrix} \quad C_{12} = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ F \\ G \\ H \\ I \\ M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X0X \\ X0000 \\ 01XX0 \\ 0X10X \\ 100XX \\ 011XX \\ 1XX11 \end{Bmatrix}$$

$$S_{10}^a = 23 \\ S_{10}^b = 30$$

$$S_{11}^a = 22 \\ S_{11}^b = 29$$

$$S_{12}^a = 22 \\ S_{12}^b = 29$$

$$C_{13} = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ F \\ G \\ I \\ J \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X0X \\ X0000 \\ 01XX0 \\ 0X10X \\ 011XX \\ 10X1X \end{Bmatrix} \quad C_{14} = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ F \\ G \\ I \\ K \\ L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X0X \\ X0000 \\ 01XX0 \\ 0X10X \\ 011XX \\ 10XX1 \\ 1X01X \end{Bmatrix} \quad C_{15} = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ F \\ G \\ I \\ L \\ M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X0X \\ X0000 \\ 01XX0 \\ 0X10X \\ 011XX \\ 1X01X \\ 1XX11 \end{Bmatrix}$$

$$S_{13}^a = 19 \\ S_{13}^b = 25$$

$$S_{14}^a = 22 \\ S_{14}^b = 29$$

$$S_{15}^a = 22 \\ S_{15}^b = 29$$

$$C_{16} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ C \\ E \\ H \\ I \\ K \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X0X \\ X0101 \\ X1010 \\ 0XX00 \\ 100XX \\ 011XX \\ 10XX1 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{16}^a &= 23 \\ S_{16}^b &= 30 \end{aligned}$$

$$C_{17} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ C \\ E \\ H \\ I \\ M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X0X \\ X0101 \\ X1010 \\ 0XX00 \\ 100XX \\ 011XX \\ 1XX11 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{17}^a &= 23 \\ S_{17}^b &= 30 \end{aligned}$$

$$C_{18} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ C \\ E \\ I \\ J \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X0X \\ X0101 \\ X1010 \\ 0XX00 \\ 011XX \\ 10X1X \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{18}^a &= 20 \\ S_{18}^b &= 26 \end{aligned}$$

$$C_{19} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ C \\ E \\ I \\ K \\ L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X0X \\ X0101 \\ X1010 \\ 0XX00 \\ 011XX \\ 10XX1 \\ 1X01X \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{19}^a &= 23 \\ S_{19}^b &= 30 \end{aligned}$$

$$C_{20} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ C \\ E \\ I \\ L \\ M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X0X \\ X0101 \\ X1010 \\ 0XX00 \\ 011XX \\ 1X01X \\ 1XX11 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{20}^a &= 23 \\ S_{20}^b &= 30 \end{aligned}$$

$$C_{21} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ D \\ E \\ F \\ H \\ K \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X0X \\ X0101 \\ X1111 \\ 0XX00 \\ 01XX0 \\ 100XX \\ 10XX1 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{21}^a &= 23 \\ S_{21}^b &= 30 \end{aligned}$$

$$C_{22} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ D \\ E \\ F \\ H \\ M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X0X \\ X0101 \\ X1111 \\ 0XX00 \\ 01XX0 \\ 100XX \\ 1XX11 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{22}^a &= 23 \\ S_{22}^b &= 30 \end{aligned}$$

$$C_{23} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ D \\ E \\ F \\ J \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X0X \\ X0101 \\ X1111 \\ 0XX00 \\ 01XX0 \\ 10X1X \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{23}^a &= 20 \\ S_{23}^b &= 26 \end{aligned}$$

$$C_{24} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ D \\ E \\ F \\ K \\ L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X0X \\ X0101 \\ X1111 \\ 0XX00 \\ 01XX0 \\ 10XX1 \\ 1X01X \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{24}^a &= 23 \\ S_{24}^b &= 30 \end{aligned}$$

$$C_{25} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ D \\ E \\ F \\ L \\ M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X0X \\ X0101 \\ X1111 \\ 0XX00 \\ 01XX0 \\ 1X01X \\ 1XX11 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{25}^a &= 23 \\ S_{25}^b &= 30 \end{aligned}$$

$$C_{26} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ E \\ F \\ H \\ I \\ K \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X0X \\ X0101 \\ 0XX00 \\ 01XX0 \\ 100XX \\ 011XX \\ 10XX1 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{26}^a &= 22 \\ S_{26}^b &= 29 \end{aligned}$$

$$C_{27} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ E \\ F \\ H \\ I \\ M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X0X \\ X0101 \\ 0XX00 \\ 01XX0 \\ 100XX \\ 011XX \\ 1XX11 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{27}^a &= 22 \\ S_{27}^b &= 29 \end{aligned}$$

$$C_{28} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ E \\ F \\ I \\ J \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X0X \\ X0101 \\ 0XX00 \\ 01XX0 \\ 011XX \\ 10X1X \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{28}^a &= 19 \\ S_{28}^b &= 25 \end{aligned}$$

$$C_{29} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ E \\ F \\ I \\ K \\ L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X0X \\ X0101 \\ 0XX00 \\ 01XX0 \\ 011XX \\ 10XX1 \\ 1X01X \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{29}^a &= 22 \\ S_{29}^b &= 29 \end{aligned}$$

$$C_{30} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ E \\ F \\ I \\ L \\ M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 01X0X \\ X0101 \\ 0XX00 \\ 01XX0 \\ 011XX \\ 1X01X \\ 1XX11 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{30}^a &= 22 \\ S_{30}^b &= 29 \end{aligned}$$

$$C_{31} = \begin{pmatrix} T \\ C \\ E \\ G \\ H \\ I \\ K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 01X0X \\ X1010 \\ 0XX00 \\ 0X10X \\ 100XX \\ 011XX \\ 10XX1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{31}^a &= 22 \\ S_{31}^b &= 29 \end{aligned}$$

$$C_{32} = \begin{pmatrix} T \\ C \\ E \\ G \\ H \\ I \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 01X0X \\ X1010 \\ 0XX00 \\ 0X10X \\ 100XX \\ 011XX \\ 1XX11 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{32}^a &= 22 \\ S_{32}^b &= 29 \end{aligned}$$

$$C_{33} = \begin{pmatrix} T \\ C \\ E \\ G \\ I \\ J \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 01X0X \\ X1010 \\ 0XX00 \\ 0X10X \\ 011XX \\ 10X1X \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{33}^a &= 19 \\ S_{33}^b &= 25 \end{aligned}$$

$$C_{34} = \begin{pmatrix} T \\ C \\ E \\ G \\ I \\ K \\ L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 01X0X \\ X1010 \\ 0XX00 \\ 0X10X \\ 011XX \\ 10XX1 \\ 1X01X \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{34}^a &= 22 \\ S_{34}^b &= 29 \end{aligned}$$

$$C_{35} = \begin{pmatrix} T \\ C \\ E \\ G \\ I \\ L \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 01X0X \\ X1010 \\ 0XX00 \\ 0X10X \\ 011XX \\ 1X01X \\ 1XX11 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{35}^a &= 22 \\ S_{35}^b &= 29 \end{aligned}$$

$$C_{36} = \begin{pmatrix} T \\ D \\ E \\ F \\ G \\ H \\ K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 01X0X \\ X1111 \\ 0XX00 \\ 01XX0 \\ 0X10X \\ 100XX \\ 10XX1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{36}^a &= 22 \\ S_{36}^b &= 29 \end{aligned}$$

$$C_{37} = \begin{pmatrix} T \\ D \\ E \\ F \\ G \\ H \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 01X0X \\ X1111 \\ 0XX00 \\ 01XX0 \\ 0X10X \\ 100XX \\ 1XX11 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{37}^a &= 22 \\ S_{37}^b &= 29 \end{aligned}$$

$$C_{38} = \begin{pmatrix} T \\ D \\ E \\ F \\ G \\ J \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 01X0X \\ X1111 \\ 0XX00 \\ 01XX0 \\ 0X10X \\ 10X1X \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{38}^a &= 19 \\ S_{38}^b &= 25 \end{aligned}$$

$$C_{39} = \begin{pmatrix} T \\ D \\ E \\ F \\ G \\ K \\ L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 01X0X \\ X1111 \\ 0XX00 \\ 01XX0 \\ 0X10X \\ 10XX1 \\ 1X01X \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{39}^a &= 22 \\ S_{39}^b &= 29 \end{aligned}$$

$$C_{40} = \begin{pmatrix} T \\ D \\ E \\ F \\ G \\ L \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 01X0X \\ X1111 \\ 0XX00 \\ 01XX0 \\ 0X10X \\ 1X01X \\ 1XX11 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{40}^a &= 22 \\ S_{40}^b &= 29 \end{aligned}$$

$$C_{41} = \begin{pmatrix} T \\ E \\ F \\ G \\ H \\ I \\ K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 01X0X \\ 0XX00 \\ 01XX0 \\ 0X10X \\ 100XX \\ 011XX \\ 10XX1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{41}^a &= 21 \\ S_{41}^b &= 28 \end{aligned}$$

$$C_{42} = \begin{pmatrix} T \\ E \\ F \\ G \\ H \\ I \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 01X0X \\ 0XX00 \\ 01XX0 \\ 0X10X \\ 100XX \\ 011XX \\ 1XX11 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{42}^a &= 21 \\ S_{42}^b &= 28 \end{aligned}$$

$$C_{43} = \begin{pmatrix} T \\ E \\ F \\ G \\ I \\ J \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 01X0X \\ 0XX00 \\ 01XX0 \\ 0X10X \\ 011XX \\ 10X1X \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{43}^a &= 18 \\ S_{43}^b &= 24 \end{aligned}$$

$$C_{44} = \begin{pmatrix} T \\ E \\ F \\ G \\ I \\ K \\ L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 01X0X \\ 0XX00 \\ 01XX0 \\ 0X10X \\ 011XX \\ 10XX1 \\ 1X01X \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{44}^a &= 21 \\ S_{44}^b &= 28 \end{aligned}$$

$$C_{45} = \begin{pmatrix} T \\ E \\ F \\ G \\ I \\ L \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 01X0X \\ 0XX00 \\ 01XX0 \\ 0X10X \\ 011XX \\ 1X01X \\ 1XX11 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{45}^a &= 21 \\ S_{45}^b &= 28 \end{aligned}$$

Рассмотрим следующее минимальное покрытие:

$$C_{\min} = \left\{ \begin{array}{l} 01X0X \\ 0XX00 \\ 01XX0 \\ 0X10X \\ 011XX \\ 10X1X \end{array} \right\}$$

$$S^a = 18$$

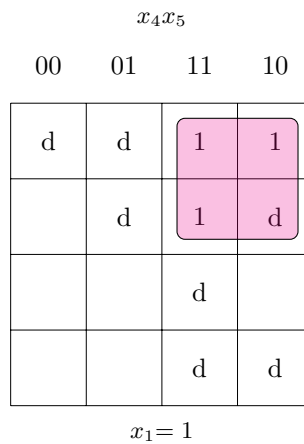
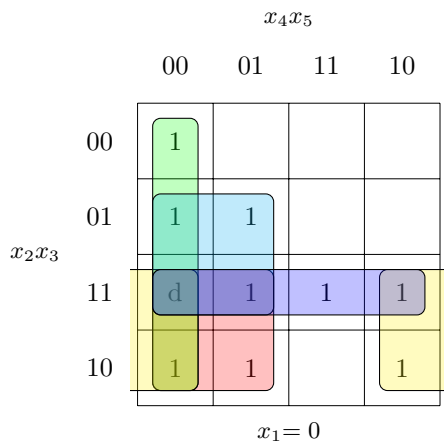
$$S^b = 24$$

Этому покрытию соответствует следующая МДНФ:

$$f = \overline{x_1} x_2 \overline{x_4} \vee \overline{x_1} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_3 \overline{x_4} \vee \overline{x_1} x_2 x_3 \vee x_1 \overline{x_2} x_4$$

Минимизация булевой функции на картах Карно

Определение МДНФ



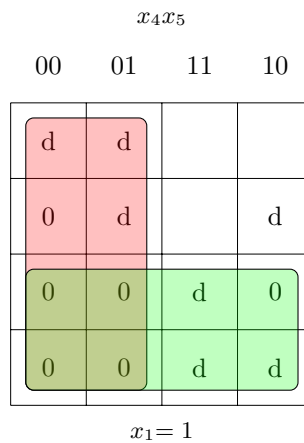
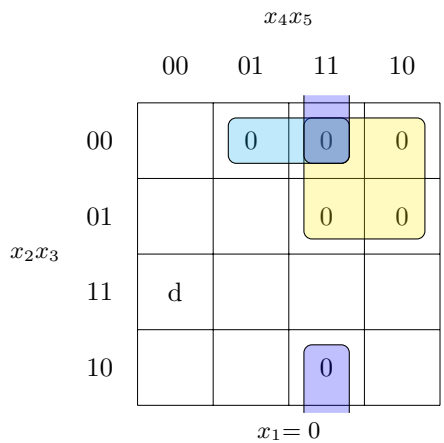
$$C_{\min} = \left\{ \begin{array}{l} 01X0X \\ 0XX00 \\ 01XX0 \\ 0X10X \\ 011XX \\ 10X1X \end{array} \right\}$$

$$S^a = 18$$

$$S^b = 24$$

$$f = \overline{x_1} x_2 \overline{x_4} \vee \overline{x_1} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_3 \overline{x_4} \vee \overline{x_1} x_2 x_3 \vee x_1 \overline{x_2} x_4$$

Определение МКНФ



$$C_{\min} = \left\{ \begin{array}{l} 1XX0X \\ 11XXX \\ 00X1X \\ 000X1 \\ 0X011 \end{array} \right\}$$

$$S^a = 15$$

$$S^b = 20$$

$$f = (\overline{x_1} \vee x_4) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2}) (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_4}) (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5})$$

Преобразование минимальных форм булевой функции

Факторизация и декомпозиция МДНФ

$$f = \overline{x_1} x_2 \overline{x_4} \vee \overline{x_1} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_3 \overline{x_4} \vee \overline{x_1} x_2 x_3 \vee x_1 \overline{x_2} x_4 \quad S_Q = 24 \quad \tau = 2$$

$$f = \overline{x_1} (x_2 \vee \overline{x_4}) (x_3 \vee \overline{x_5}) \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_4} \vee x_1 \overline{x_2} x_4 \quad S_Q = 16 \quad \tau = 3$$

$$\varphi = \overline{x_2} x_4$$

$$\overline{\varphi} = x_2 \vee \overline{x_4}$$

$$f = \overline{x_1} \overline{\varphi} (x_3 \vee \overline{x_5}) \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_4} \vee \varphi x_1 \quad S_Q = 16 \quad \tau = 4$$

Декомпозиция нецелесообразна

$$f = \overline{x_1} (x_2 \vee \overline{x_4}) (x_3 \vee \overline{x_5}) \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_4} \vee x_1 \overline{x_2} x_4 \quad S_Q = 16 \quad \tau = 3$$

Факторизация и декомпозиция МКНФ

$$f = (\overline{x_1} \vee x_4) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2}) (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_4}) (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) \quad S_Q = 20 \quad \tau = 2$$

$$f = (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} x_4) (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_4}) (x_1 \vee x_3 \vee \overline{x_5} \vee x_2 \overline{x_4}) \quad S_Q = 16 \quad \tau = 3$$

$$\varphi = \overline{x_2} x_4$$

$$\overline{\varphi} = x_2 \vee \overline{x_4}$$

$$f = (\overline{x_1} \vee \varphi) (\overline{\varphi} \vee x_1) (x_1 \vee x_3 \vee \overline{x_5} \vee x_2 \overline{x_4}) \quad S_Q = 16 \quad \tau = 4$$

Декомпозиция нецелесообразна

$$f = (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} x_4) (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_4}) (x_1 \vee x_3 \vee \overline{x_5} \vee x_2 \overline{x_4}) \quad S_Q = 16 \quad \tau = 3$$

Синтез комбинационных схем

Будем анализировать схемы на следующих наборах аргументов:

$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0, x_5 = 1]) = 0$$

$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1, x_5 = 0]) = 0$$

$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0, x_5 = 0]) = 1$$

$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0, x_5 = 0]) = 1$$

Булев базис

Схема по упрощенной МДНФ:

$$f = \overline{x_1} (x_2 \vee \overline{x_4}) (x_3 \vee \overline{x_5}) \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_4} \vee x_1 \overline{x_2} x_4 \quad (S_Q = 16, \tau = 3)$$

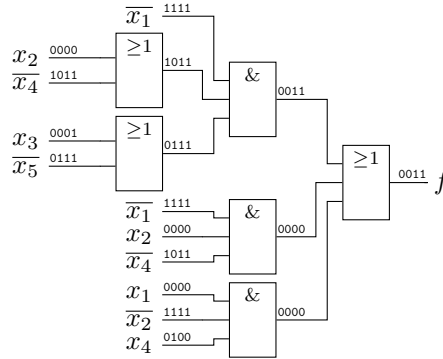
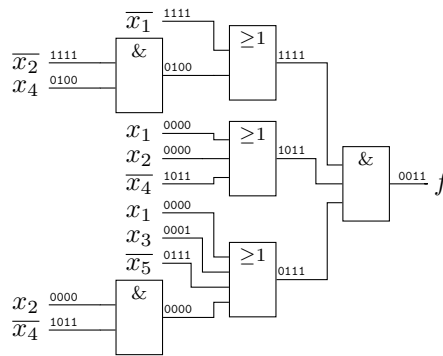


Схема по упрощенной МКНФ:

$$f = (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} x_4) (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_4}) (x_1 \vee x_3 \vee \overline{x_5} \vee x_2 \overline{x_4}) \quad (S_Q = 16, \tau = 3)$$



Сокращенный булев базис (И, НЕ)

Схема по упрощенной МДНФ в базисе И, НЕ:

$$f = \overline{\overline{\overline{\overline{x_1} \varphi \overline{x_3} x_5 \overline{x_1} x_2 \overline{x_4} \varphi x_1}}} \quad (S_Q = 21, \tau = 6)$$

$$\varphi = \overline{x_2} x_4$$

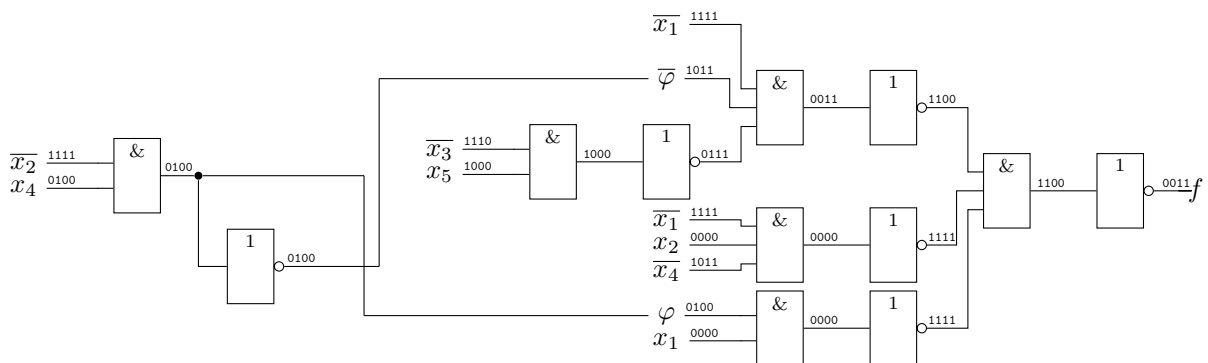
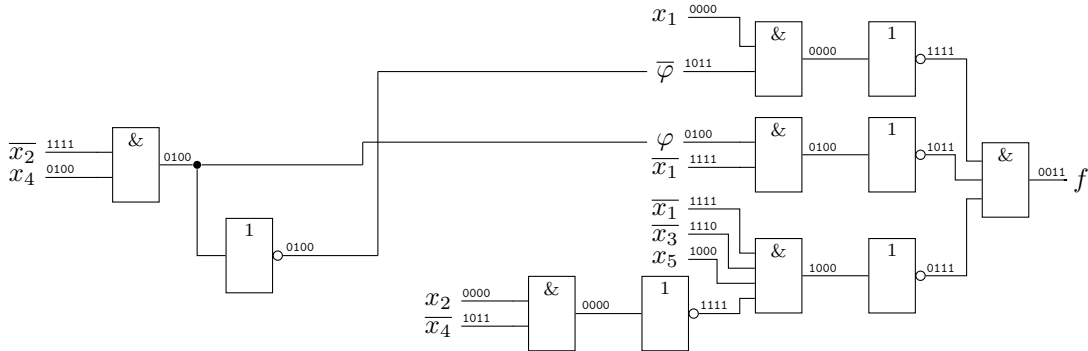


Схема по упрощенной МКНФ в базисе И, НЕ:

$$f = \overline{x_1} \overline{\varphi} \overline{\varphi} \overline{x_1} \overline{x_1} \overline{x_3} \overline{x_5} \overline{x_2} \overline{x_4} \quad (S_Q = 20, \tau = 5)$$

$$\varphi = \overline{x_2} x_4$$



Универсальный базис (И-НЕ, 2 входа)

Схема по упрощенной МДНФ в базисе И-НЕ с ограничением на число входов:

$$f = \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4} \overline{x_3} \overline{x_5} \overline{x_2} \overline{x_4} \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4} \quad (S_Q = 20, \tau = 5)$$

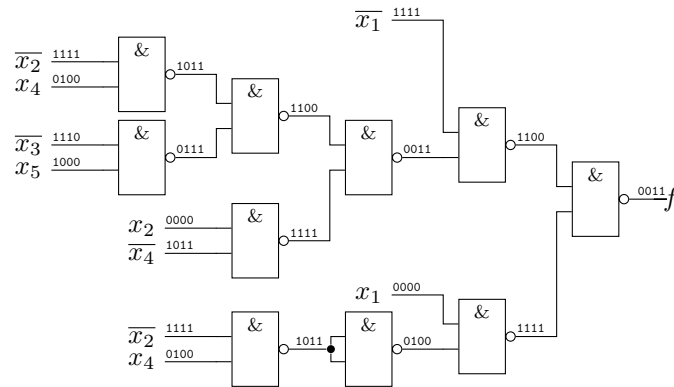


Схема по упрощенной МКНФ в базисе И-НЕ с ограничением на число входов:

$$f = \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4} \overline{x_3} \overline{x_5} \overline{x_2} \overline{x_4} \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4} \quad (S_Q = 22, \tau = 8)$$

