

**FEUILLE DE T.D. 6****Les notations sont celles du cours****Exercice 1.**

Etudier l'appartenance des fonctions suivantes à  $L^1(\mathbb{R})$ , puis à  $L^2(\mathbb{R})$  :

$$f(t) = \begin{cases} \frac{\sin t}{t} & \text{pour } t \neq 0 \\ 1 & \text{pour } t = 0 \end{cases} ; \quad g(t) = \frac{1}{\sqrt{t}(1+t^2)} \chi_{]0,+\infty[}(t)$$

$$h(t) = \frac{1}{\sqrt{t^2 + 1}} ; \quad w(t) = e^{-t^2}$$

**Exercice 2.**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $]0, +\infty[$  par

$$f(x) = \frac{1}{x(1+|\ln x|)^2}$$

1. Montrer que  $f \in L^1(]0,1])$ .
2. Montrer que  $f \notin L^p(]0,1])$ , pour  $1 < p < +\infty$ .
3. Montrer que  $f \in L^p([1, +\infty[)$ , pour  $1 \leq p < +\infty$ .