Polytech Nice Sophia – MI1 **2022/2023**

FEUILLE DE T.D. 9

Les notations sont celles du cours.

<u>Exercice 1</u>.

Calculer la transformée de Laplace et préciser le domaine de sommabilité dans les cas suivants :

1. $f(t) = \cos(\omega t)\,\chi_{[0,+\infty[}(t)$; $g(t) = \sin(\omega t)\,\chi_{[0,+\infty[}(t)$; $\omega \in \mathbb{R}$
2. $f(t) = e^{-\alpha t}\chi_{[0,+\infty[}(t)$; $\alpha \in \mathbb{R}$
3. $\Pi(t) = \chi_{[0\,,\,T]}(t)$; $T > 0$; $f(t) = t\Pi(t)$; $g(t) = t^2\Pi(t)$.

<u>Exercice 2</u>.

1. Montrer que : si $\mathcal{L}f(x) = F(x)$ alors $\mathcal{L}\big(tf(t)\big)(x) = -F'(x)$ où $x \in \mathbb{R}$, $x > x_s$.
2. Calculer alors les transformées de Laplace de :

$$g(t) = te^{-2t}\chi_{[0,+\infty[}(t) \quad ; \quad h(t) = (at+b)\cos(\omega t)\,\chi_{[0,+\infty[}(t)$$

<u>Exercice 3</u>.

Résoudre les problèmes $(P1)$ et $(P2)$ suivants, en utilisant la transformée de Laplace :

$$(P1) \quad \begin{cases} y''(t) + y'(t) = t\,;\ t \geq 0 \\ y(0) = 1\,; y'(0) = 0 \end{cases}$$

$$(P2) \quad \begin{cases} ay'(t) + y(t) = \cos(\omega t)\,\chi_{[0,+\infty[}(t) \quad ; \quad a \neq 0\,;\ t \geq 0 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

Polytech Nice Sophia – MI1 **2021/2022**

FEUILLE DE T.D. 9 B

Les notations sont celles du cours.

Exercice

Résoudre le problème suivant en utilisant la transformée de Laplace :

$$\begin{cases} y''(t) - 3y'(t) + 2y(t) = e^{-t} \quad ; \quad t \geq 0 \\ y(0) = 0 \quad ; \quad y'(0) = 1 \end{cases}$$