

FEUILLE DE T.D. 6

Les notations sont celles du cours

Exercice 1.Etudier l'appartenance des fonctions suivantes à $L^1(\mathbb{R})$, puis à $L^2(\mathbb{R})$:

$$f(t) = \begin{cases} \frac{\sin t}{t} & \text{pour } t \neq 0 \\ 1 & \text{pour } t = 0 \end{cases} ; \quad g(t) = \frac{1}{\sqrt{t}(1+t^2)} \chi_{]0,+\infty[}(t)$$

$$h(t) = \frac{1}{\sqrt{t^2+1}} ; \quad w(t) = e^{-t^2}$$

Exercice 2.Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{1}{x(1+|\ln x|)^2}$$

1. Montrer que $f \in L^1(]0,1])$.
2. Montrer que $f \notin L^p(]0,1])$, pour $1 < p < +\infty$.
3. Montrer que $f \in L^p([1, +\infty[)$, pour $1 \leq p < +\infty$.