

FEUILLE DE T.D. 8

Les notations sont celles du cours.

Exercice 1.

Calculer

1. $\chi_{[0,1]} * \chi_{[0,1]}$; puis $\chi_{[0,1]} * \chi_{[0,1]} * \chi_{[0,1]}$;
2. $(\chi_{[-a,a]} * \cos)(x)$; $(\chi_{[-a,a]} * \sin)(x)$ pour $a > 0$;
3. $f * H$; pour $f \in L^1(\mathbb{R})$; H étant la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$H(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Exercice 2.

Montrer que :

1. $f \in L^1(\mathbb{R})$ et $g \in L^\infty(\mathbb{R}) \Rightarrow \|f * g\|_\infty \leq \|f\|_1 \|g\|_\infty$;
2. $f \in L^2(\mathbb{R})$ et $g \in L^2(\mathbb{R}) \Rightarrow \|f * g\|_\infty \leq \|f\|_2 \|g\|_2$.

Exercice 3.

Calculer $\widehat{f * f}$ puis $\hat{f} \times \hat{f}$ dans le cas où $f = \chi_{[0,1]}$