Polytech Nice Sophia – MAM3 - MI1 **2022/2023**

FEUILLE DE T.D. 7

Les notations sont celles du cours.

<u>Exercice 1</u>. Calculer les transformées de Fourier des fonctions suivantes :

1. $\Pi = \chi_{[a,b]}$
2. $f = \frac{1}{T}\chi_{[-\frac{T}{2}\,,\,\frac{T}{2}]}$
3. $f(x) = e^{-ax}\chi_{[0,\infty[}$; $a > 0$
4. $f(x) = e^{-a|x|}$; $a > 0$

<u>Exercice 2</u>. On suppose que $f \in L^1(\mathbb{R})$. Montrer que :

1°) Si $g(x) = f(ax)$, $a \in \mathbb{R}^*$, alors $\hat{g}(\xi) = \frac{1}{|a|}\,\hat{f}(\frac{\xi}{a})$.

2°) Si $g(x) = f(ax+b)$, $a \in \mathbb{R}^*$, alors $\hat{g}(\xi) = \frac{1}{|a|}\,e^{+2i\pi\xi\frac{b}{a}}\,\hat{f}(\frac{\xi}{a})$.

<u>Applications :</u> Donner les transformées de Fourier des fonctions suivantes (où Λ est la fonction triangle) : $\Lambda(x-1)$; $\Lambda\left(\frac{x}{2}\right)$; $\Lambda\left(\frac{x-1}{2}\right)$.

<u>Exercice 3</u>. Montrer que :

1°) Si f est une fonction à valeurs complexes, alors la transformée de Fourier de $\bar{f}$ est :

$$\hat{\bar{f}}(\xi) = \bar{\hat{f}}(-\xi)$$

2°) Si la fonction f est réelle et paire alors sa transformée de Fourier est réelle et paire, et :

$$\hat{f}(\xi) = 2\int_0^{+\infty} f(x)\cos(2\pi\xi x)\,dx$$

3°) Si la fonction f est réelle et impaire alors sa transformée de Fourier $\hat{f}$ est imaginaire pur et impaire, et :

$$\hat{f}(\xi) = -2\boldsymbol{i}\int_0^{+\infty} f(x)\,sin(2\pi\xi x)\,dx$$