

方法精讲-数量 2

主讲教师：高照

授课时间：2017.05.27



粉笔公考·官方微信

方法精讲-数量 2（笔记）

第四节 工程问题

【知识点】工程问题

1. 基础公式：工程量=工作效率*工作时间。

2. 引例：一车砖，龙哥搬砖需要 3 天完成，高照需要 2 天完成，现俩人合作，需要多少天？

答：工作总量=效率*时间，设工作总量为时间（2、3）的公倍数 6，则龙哥的效率为 2，高照的效率为 3，俩人合作，则合作的效率=2+3=5，则需要的时间为 $6/5=1.2$ 天。注意：合作的时候效率可以相加，原因在于一共 6 块砖，龙哥需要 3 天搬完，则一天搬 2 块，高照一天搬 3 块，假设一起工作的时候，一天可以搬 5 块砖，这就是合作。

3. 公倍数的求法：短除法。

（1）例：求 15 和 18 的最小公倍数。

答：15 和 18 的公约数为 3，余下 5 和 6，则最小公倍数为 $3*5*6$ 。

（2）例：求 15、18、27 的最小公倍数。

答：三者公约数为 3，余下 5、6、9，其中 6 和 9 还有公约数 3，则剩下 5、2、3，则最小公倍数为 $3*3*5*2*3$ 。

（3）例：求 10、15、12 的最小公倍数。

答：10 和 12 有公约数 2，则余下 5、15、6，其中 5 和 15 还有公约数 5，则剩下 1、3、6，其中 3 和 6 还有公约数 3，则余下 1、1、2 则最小公倍数为 $2*5*3*2$ 。

【注意】工程问题、行程问题，几乎每年必考。

【知识点】给定时间型工程问题（完工时间）

（1）赋总量（时间的公倍数）。

（2）算效率：效率=总量/时间。

（3）求解。

例 1（2014 江苏）有一项工程，甲、乙、丙分别用 10 天、15 天、12 天可独立完成。现三人合作，在工作过程中，乙休息了 5 天，丙休息了 2 天，甲一直坚持到工程结束，则最后完成的天数是（ ）。

- A. 6
B. 9
C. 7
D. 8

【解析】例 1. 判定题型，给定时间的工程问题。结合列表法，总量=效率*时间。（1）赋值工作总量为完工时间（10、15、12）的公倍数 60；（2）求效率：则甲的效率为 $60/10=6$ ，乙的效率为 $60/15=4$ ，丙的效率为 $60/12=5$ ；（3）设最后完成的天数为 x ，则 $6x+4*(x-5)+5*(x-2)=60$ ，则 $15x=90$ ，解得 $x=6$ 。【选 A】

【注意】赋值工作总量为时间的公倍数是为了方便计算，不出现分数小数。

例 2（2015 联考）有 A 和 B 两个公司想承包某项工程，A 公司需要 300 天才能完工，费用为 1.5 万元/天，B 公司需要 200 天就能完工，费用为 3 万元/天，综合考虑时间和费用问题，在 A 公司开工 50 天后，B 公司才加入工程。按以上方案，该项工程的费用为多少？（ ）

- A. 475 万元
B. 500 万元
C. 525 万元
D. 615 万元

【解析】例 2. 判断题型，给定时间的工程问题。总量=效率*时间。（1）赋值工作总量为完工时间（300、200）的公倍数 600；（2）求效率，A 的效率为 $600/300=2$ ，B 的效率为 $600/200=3$ ；（3）A 先开工 50 天，完成 $2*50=100$ 的工作量。剩下工程 A、B 合作完成，共需要 $(600-100)/(2+3)=100$ 天，则该项工程的总费用= $150*1.5+100*3=525$ 万元。【选 C】

【知识点】平方数

1. 常见的平方数： $11^2=121$ ， $12^2=144$ ， $13^2=169$ ， $14^2=196$ ， $15^2=225$ ， $16^2=256$ ， $17^2=289$ ， $18^2=324$ ， $19^2=361$ 。

2. 记忆方法：每次把自己会的“划掉”，然后只背自己不会的。

3. 结合平方数之间的关系来记忆:

(1) $21^2=441+400=29^2=841$ 。

(2) $22^2=483+300=28^2=784$ 。

(3) $23^2=529+200=27^2=729$ 。

(4) $24^2=576+100=26^2=676$ 。

(5) $25^2=625$ 。

(6) 记忆方法: ①拿一张白纸记录, 然后拍下来, 做成手机屏保; ②写在手背上, 每天看。

4. 引例: 某市产值 1314.17 万, 增长率 $r=30\%$, 保持 8 年增长率不变, 则产值是现在的多少倍?

A. 7.1

B. 8.41

C. 9.76

D. 10.25

答: 倍数 $= [1314.17 * (1 + 30\%)^8] / 1314.17 = (1.3)^8 = (1.3^2)^4 \approx 1.69^4 \approx 1.7^4 \approx (1.7^2)^2 \approx 2.89^2 \approx 2.9^2 \approx 8.41$ 。对应 B 项。

【注意】一个数 $*1.5$, 等于这个数+本身的一半。 $A*1.5=A*(1+0.5)=A+A*0.5$ 。

例如: $120*1.5=120+60=180$; $18*15=180*1.5=180+90=270$

【知识点】给定效率比例关系型的工程问题

1. 常见问法

(1) 甲: 乙 $=3:4$ 。

(2) 甲 3 天完成的工作量是乙 4 天完成的工作量。

2. 方法

(1) 赋效率 (满足比例即可)。

(2) 算总量 “效率*时间=总量”。

(3) 根据工作过程求解。

【拓展】做一项工程, 甲和乙的之比为 $2:1$, 合作 3 天完成, 现在, 甲先干 2 天, 然后再交给乙做, 问乙需要做多少天?

【解析】拓展. 赋值甲、乙的效率分别为 2、1, 总量=效率*时间, 则总量=3*3=9, 甲先干 2 天, 则甲完成 $2*2=4$ 的工作量, 剩下 $9-4=5$ 由乙完成, 需要 5 天。

例 3 (2016 联考) A 工程队的效率是 B 工程队的 2 倍, 某工程交给两队共同完成需要 6 天。如果两队的工作效率均提高一倍, 且 B 队中途休息了 1 天, 问要保证工程按原来的时间完成, A 队中途最多可以休息几天? ()

- A. 4
B. 3
C. 2
D. 1

【解析】例 3. 给定效率比例关系的工程问题。由题意得到 A 工程队的效率是 B 工程队的 2 倍, 则赋值 A 的效率为 2, B 的效率为 1, 根据总量=效率*时间, 得到总量=3*6=18, 两队效率均提高一倍, 则 A 的效率为 4, B 的效率为 2, B 休息 1 天, 工作 5 天, 完成的工作量为 $5*2=10$, 则剩下工作量 8 由 A 完成, A 工作的时间为 $8/4=2$, 则 A 休息了 4 天。【选 A】

例 4 (2015 山西) 甲、乙、丙三个施工队, 乙的工效与甲、丙两队合作的工效相等, 丙的工效是甲、乙两队合作工效的 $1/4$ 。现有一项工程, 据测算, 三队合作 30 个工作日可完成。如果由甲队单独来做, 需要多少个工作日? ()

- A. 60
B. 96
C. 100
D. 150

【解析】例 4. 通过首句可知题目为给定效率型。第一步: 赋值效率。乙=甲+丙①, 4 丙=甲+乙②, 将不定方程组消元, ①代入②得: 4 丙=甲+(甲+丙)= 2 甲+丙, 2 甲=3 丙, 甲/丙=3/2, 甲赋值为 3, 丙赋值为 2, 可知乙=5, 甲: 乙: 丙=3: 5: 2。第二步: 求总量。总量=效率*时间, 甲乙丙效率之和是 $3+5+2=10$, 时间为 30 天, 可知总量是 300, 甲单独做效率为 3, 时间为 100。【选 C】

【知识点】切入点三: 给具体的效率值:

例 1. 甲效率为 10, 乙效率为 12。

例 2. 甲比乙每天的效率多 2, 设乙为 x , 甲为 $x+2$ 。

1. 设效率为未知数 (设小不设大或设出现最多的)。

例 1. 甲比乙多 3, 设乙为 x 。

例 2. 甲和乙相关, 丙和乙相关, 设乙为 x , 再推出甲和丙。

2. 根据工作过程列方程。

例 5 (2014 政法干警) 有一批汽车零件由 A 和 B 负责加工, A 每天比 B 少做 3 个零件, 如果 A 和 B 两人合作需要 18 天才能完成, 现在让 A 先做 12 天, 然后 B 再做 17 天, 还剩这批零件的 $\frac{1}{6}$ 没有完成。问这批零件共有多少个? ()

A. 300

B. 250

C. 240

D. 270

【解析】例 5. 给的是效率的比例关系, “A 每天”代表 A 的效率, “B 每天”代表 B 的效率, “3 个”是效率的具体值, 需要列方程。

方法一: A 比 B 小, 设小不设大, 设 A 效率为 x , B 效率为 $x+3$, $(x+x+3) \times 18 \times \frac{5}{6} = 12x + (x+3) \times 17$, 在数量关系中, 遇到算式先约分, $(2x+3) \times 15 = 12x + 17x + 51$, $30x + 45 = 29x + 51$, 解得 $x=6$, 总量 = $(x+x+3) \times 18 = 15 \times 18 = 270$ 。

方法二: 倍数特性。总量 = $(x+x+3) \times 18$, 总量一定是 18 的倍数, $18=2 \times 9$, 四个选项都能被 2 整除, A、B、C 项均不能被 9 整除, 排除。【选 D】

【知识点】同时开始同时结束:

例 1: 有 2 堆苹果, 我在这里吃, 你在那里吃, 张小龙在我这里吃几天, 在你那里吃几天, 最后 2 堆苹果一起被吃完。把 2 份苹果看成一个总整体, 被 3 个人吃完, 3 个人从头至尾一直在吃, 时间一定相同, 如果我的苹果是 100 个, 你的苹果是 50 个, 我每天吃 2 个, 你每天吃 2 个, 张小龙每天吃 1 个, 总效率为 5, 总量为 150, $150/5=30$, 可以吃 30 天。

例 2: 一家有三兄弟, 大哥给三弟生活费, 二哥给三弟学费, 割麦子的季节到了, 三弟回家帮忙割麦子, 如果只帮大哥不帮二哥, 则二哥以后就不给学费了, 只帮二哥不帮大哥, 那么二哥以后就不给生活费了, 最好的结果是帮大哥做几天, 帮二哥做几天, 最后三人一起完成所有工作。总量是 3 个人的工作量和, 代表时间相同。

例 6（2014 山东）A、B、C 三支施工队在王庄和李庄修路，王庄要修路 900 米，李庄要修路 1250 米。已知 A、B、C 队每天分别能修 24 米、30 米、32 米，A、C 队分别在王庄和李庄修路，B 队先在王庄施工若干天后转到李庄，两地工程同时开始同时结束。问 B 队在王庄工作了几天？（ ）

- A. 9
B. 10
C. 11
D. 12

【解析】例 6. 题目长且复杂，锁定最后一句话“同时开始同时结束”，说明所有的量是被所有人一起完成的，得到共同的时间，总量=效率*时间，总量=900+1250=2150，总效率=24+30+32=86，时间=2150/86=25 天，王庄是 900，A 负责王庄，效率是 24，实际做了 $24 \times 25 = 600$ ，B 做剩余的 300，效率为 30，需要时间 10 天。【选 B】

【答案汇总】1-5：ACACD；6：B

【解析】拓展. 某市有甲、乙、丙三个工程队，工作效率比为 3：4：5。甲队单独完成 A 工程需要 25 天，丙队单独完成 B 工程需要 9 天。现由甲队负责 B 工程，乙队负责 A 工程，而丙队先帮甲队工作若干天后转去帮助乙队工作。如希望两个工程同时开工同时竣工，则丙队要帮乙队工作多少天：

- A. 6
B. 7
C. 8
D. 9

【解析】拓展. 赋值效率：甲=3，乙=4，丙=5，A 工程总量=3*25=75，B 工程总量=5*9=45，“同时开工同时竣工”说明时间相同，总效率为 75+45=120，效率和为 12，时间=120/12=10，乙负责 A 工程，A 工程总量为 75，乙效率是 4，每人做 10 天，做了 40，剩余的 35 由丙来做，丙效率为 5，需要 35/5=7 天。【选 B】



【小结】工程问题：

1. 赋值总量型：

- （1）识别：题干只给多个完工时间；
- （2）方法：赋总量-求效率-列式求解；
- （3）技巧：总量设公倍数，公倍数难算用乘积。

2. 赋值效率型：

- （1）识别：题干给效率比、效率倍数等；
- （2）方法：赋效率-求总量-列式求解；
- （3）技巧：按照比例设效率，尽量设整数。

3. 给具体值型：

（1）识别：题干给效率、总量具体的值（有单位）；例：A 比 B 每天多 2，设 B 为 x，则 A 为 x+2。

（2）方法：代公式-列方程求解；

（3）技巧：求具体工程量，考虑倍数特性。如例 5，可以考虑倍数关系。

同时开始同时结束：所有人工作时间相同。所有总量是被所有人一起完成的。
总量/总效率=时间。

第五节 行程问题

基础公式：路程=速度*时间（ $s=v*t$ ）

火车过桥：车身长度+桥长=火车速度*过桥时间

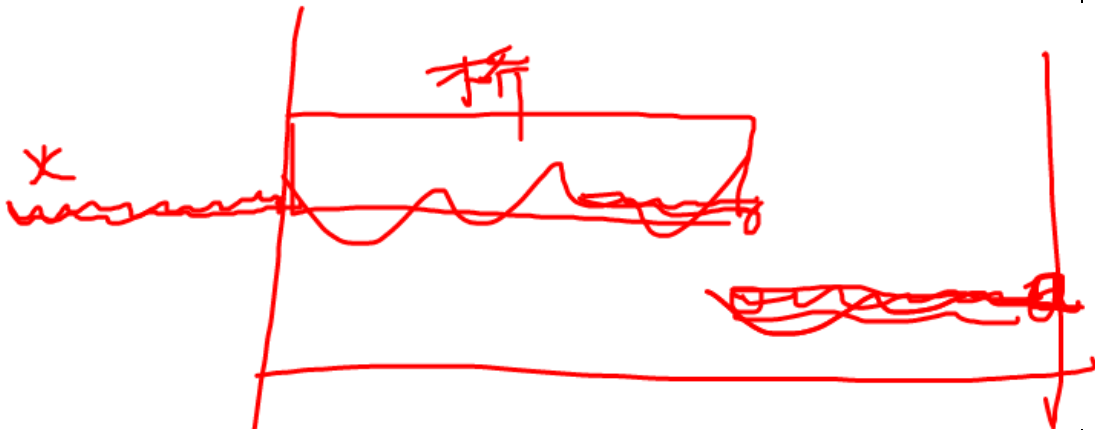
等距离平均速度：平均速度= $v=2v_1v_2/(v_1+v_2)$

【知识点】形成问题弄清楚原理是关键。但平方数不需要知道原理，知道 $21^2=441$ 即可。

1. 路程=速度*时间， $S=vt$ 。

2. 公式的运用：

(1) 火车过桥问题：总路程=火车车身长度+桥长=火车速度*过桥时间。
如下图，火车尾部出桥才行，火车不能看作质点。



(2) 等距离平均速度：例：老大爷爬坡，上去的速度是 1m/s ，下来的速度为 10m/s ，问老大爷的平均速度？不能用 $(1+10)/2$ 。上坡、下坡即等距离。

等距离平均速度公式（前提：等距离）： $v=2v_1v_2/(v_1+v_2)$ 。

适用于：往返、上下坡。

例 1(2015 江苏)一列火车途经两个隧道和一座桥梁，第一个隧道长 600 米，火车通过用时 18 秒；第二个隧道长 480 米，火车通过用时 15 秒；桥梁长 800 米，火车通过时速度为原来的一半。则火车通过桥梁所需的时间为（ ）。

- A. 20 秒
- B. 25 秒
- C. 40 秒
- D. 46 秒

【解析】例 1. 假设火车长为 L ， $S_1: 600+L=18v$ ①， $S_2: 480+L=15v$ ②，两个方程两个未知数，①-②得： $120=3v$ ，推出： $v=40$ ，代回①式： $L=120$ 。 $800+120=20*T$ ， $920=20*T$ ，解得： $T=92/2=46$ ，或看选项，结果不可能是 A、B、C 项。重点是火车经过桥梁。【选 D】

【拓展】(2014 年北京)某人开车从 A 镇前往 B 镇，在前一半路程中，以每

小时 60 公里的速度前进；而在后一半的路程中，以每小时 120 公里的速度前进。
则此人从 A 镇到达 B 镇的平均速度是每小时多少公里？

- A. 60
B. 80
C. 90
D. 100

【解析】拓展. 出现前一半、后一半，距离相等，代入等距离平均速度公式：
 $v = 2v_1v_2 / (v_1 + v_2) = 2 \times 60 \times 120 / 180 = 80$ 。【选 B】

例 2（2014 河北）小伟从家到学校去上学，先上坡后下坡。到学校后，小伟发现没带物理课本，他立即回家拿书（假设在学校耽误时间忽略不计），往返共用 36 分钟。假设小明上坡速度为 80 米/分钟，下坡速度为 100 米/分钟，小明家到学校有多远？（ ）

- A. 2400 米
B. 1720 米
C. 1600 米
D. 1200 米

【解析】例 2. 出现“上下坡”、“往返”，考虑等距离平均速度。假设去的时候上坡为 S_1 ，下坡为 S_2 ，则回来时上坡为 S_2 ，下坡为 S_1 ，所以上坡和下坡距离都为 $S_1 + S_2$ 。平均速度 $v = 2v_1v_2 / (v_1 + v_2) = 2 \times 80 \times 100 / 180 = 800/9$ ，往返的路程 $S = vT = 800/9 \times 36 = 3200$ ，单程为 $3200/2 = 1600$ 。【选 C】

【知识点】1. 直线相遇： $S_{\text{相遇}} = (V_1 + V_2) \times T$

举例：假设高照老师和媳妇相约吃饭，高照老师速度为 $v_1 = 10\text{m/s}$ ，媳妇速度为 $v_2 = 1\text{m/s}$ ，两人同时出发，时间相同，则 $S_1 = v_1 \times t$ ， $S_2 = v_2 \times t$ ， $S = S_1 + S_2 = v_1 t + v_2 t = (v_1 + v_2) \times t$ ，相遇指两人共同走的距离。

2. 直线追及： $S_{\text{追及}} = (V_1 - V_2) \times T$

举例：假设高照老师追媳妇，高照老师速度为 $v_1 = 10\text{m/s}$ ，媳妇速度为 $v_2 = 1\text{m/s}$ ， $S_1 = v_1 \times t$ ， $S_2 = v_2 \times t$ ， $S_1 - S_2 = v_1 t - v_2 t = (v_1 - v_2) \times t$ ，追及距离为多走的距离。

3. 直线多次相遇：

（1）两端出发相遇：第 1 次相遇，共走了 S ；第 2 次相遇，共走了 $3S$ ；第 3 次相遇，共走了 $5S$ ；第 n 次相遇，共走了 $(2n-1)S$ 。



注意：相遇指迎面遇上，中途追上不叫相遇。

(2) 同端出发相遇：第 1 次相遇，共走了 $2S$ ；第 2 次相遇，共走了 $4S$ ；第 3 次相遇，共走了 $6S$ ；第 n 次相遇，共走了 $2nS$ 。

【小结】1. $S_{\text{相遇}} = (V_1 + V_2) * T$ ，相遇为共同走的路程。

2. $S_{\text{追及}} = (V_1 - V_2) * T$ ，追及为多走的路程。

3. 直线上多次相遇的结论：(1) 从两端出发往返第 n 次相遇，共走 $(2n-1)$ 个全程；(2) 从同端出发往返第 n 次相遇，共走 $2n$ 个全程。

4. 环形相遇、追及：

同点出发：(1) $S_{\text{相遇}}$ （共同走的距离）：1 圈；(2) $S_{\text{追及}}$ （追上 1 次多跑 1 圈）：1 圈。例：甲乙同点出发，甲跑了 2.5 圈，第一次追上乙，则比乙多跑了 1 圈，因此乙跑了 1.5 圈。

例 3（2014 深圳）甲、乙二人从同一地点同时出发，绕西湖匀速背向而行，35 分钟后甲、乙二人相遇。已知甲绕西湖一圈需要 60 分钟，则乙绕西湖一圈需要多少分钟？（ ）

A. 25

B. 70

C. 80

D. 84

【解析】例 3. 方法一：背向而行即相遇问题。由题意知， $S_{1\text{圈}} = (V_{\text{甲}} + V_{\text{乙}}) * 35$ ， $S_{1\text{圈}} = V_{\text{甲}} * 60$ ，赋值路程为 35 和 60 的公倍数 $35 * 60$ ，则 $V_{\text{甲}} + V_{\text{乙}} = 60$ ， $V_{\text{甲}} = 35$ ， $V_{\text{乙}} = 25$ ，因此乙绕西湖一圈需要 $35 * 60 / 25 = 7 * 12 = 84$ 分钟。

方法二：比例法。 $(V_{\text{甲}} + V_{\text{乙}}) * 35 = V_{\text{甲}} * 60$ ，即 $(V_{\text{甲}} + V_{\text{乙}}) / V_{\text{甲}} = 60 / 35 = 12 / 7$ ，则 $V_{\text{甲}} / V_{\text{乙}} = 7 / 5$ ，路程相同，速度和时间成反比，速度之比为 $7 / 5$ ，时间之比为 $5 / 7$ ，5 份对应 60 分钟，1 份对应 12 分钟，则 7 份对应 84 分钟。【选 D】

【注意】赋值法：满足 $A=B \times C$ ，只知道其中一个量，可赋值。例：总量=效率*时间，两人完成一项工作分别需要 30 天和 20 天，则可以设总量为 30 和 20 的公倍数。

例 4（2015 吉林）甲乙两地铁路线长 1880 千米，从甲地到乙地开出一辆动车，每小时行驶 160 千米，3 小时后，从乙地到甲地开出一辆高铁，经 4 小时后与动车相遇，则高铁每小时行驶（ ）

- A. 180 千米
- B. 210 千米
- C. 200 千米
- D. 190 千米

【解析】例 4. 动车以 160 千米/每小时开出 3 小时后，高铁出发，4 小时后和动车相遇。则 $1880=160 \times 3 + (160 + V_{\text{高}}) \times 4 = 480 + 640 + 4 \times V_{\text{高}}$ ， $4 \times V_{\text{高}} = 760$ ，解得 $V_{\text{高}} = 190$ 。【选 D】

例 5（2016 河南）某人走失了一只小狗，于是开车沿路寻找，突然发现小狗沿路边往反方向走，车继续行 30 秒后，他下车去追小狗，如果他的速度比小狗快 3 倍比车慢 $\frac{3}{4}$ ，问追上小狗需要多长时间？

- A. 165 秒
- B. 170 秒
- C. 180 秒
- D. 195 秒

【解析】例 5. 发现小狗后，车和小狗都继续走了 30 秒后（此时共走了 $30 \times V_{\text{狗}} + 30 \times V_{\text{车}}$ ），人下车开始追小狗。则 $30V_{\text{狗}} + 30V_{\text{车}} = (V_{\text{人}} - V_{\text{狗}}) \times T$ ，设 $V_{\text{狗}}$ 为 1， $V_{\text{人}}$ 为 4（快 3 倍则是 4 倍）， $V_{\text{人}}$ 比 $V_{\text{车}}$ 慢 $\frac{3}{4}$ ，则 $V_{\text{车}}$ 为 16。代入： $30 \times 1 + 30 \times 16 = (4 - 1) \times T$ ，解得 $T = 170$ 。【选 B】

【注意】例：坐公交车遇到高照老师，车向前走了 30S，到公交站才停（此时车和高照老师都走了 30S），下车后马上追高照老师，则追及距离为公交车和高照老师共走的 30S。

【答案汇总】1-5：DCDDB

【知识点】环形追及

同时同地出发：

1. 追及：1 圈。
2. N 次追上：n 圈。

例 6（2014 浙江）甲、乙、丙三人跑步比赛，从跑道起点出发，跑了 20 分钟，甲超过乙一圈，又跑了 10 分钟，甲超过丙一圈，问再过多长时间，丙超过乙一圈？（ ）

- | | |
|----------|----------|
| A. 30 分钟 | B. 40 分钟 |
| C. 50 分钟 | D. 60 分钟 |

【解析】例 6. 列式子：超过 1 圈代表追及距离为一圈， $S_{\text{圈}} = (V_{\text{甲}} - V_{\text{乙}}) * 20$ ， $S_{\text{圈}} = (V_{\text{甲}} - V_{\text{丙}}) * 30$ ，赋值 $S_{\text{圈}}$ 为 60（20、30 的公倍数）， $V_{\text{甲}} - V_{\text{乙}} = 3$ ①， $V_{\text{甲}} - V_{\text{丙}} = 2$ ②，①-②得： $V_{\text{丙}} - V_{\text{乙}} = 1$ ， $S_{1\text{圈}} = (V_{\text{丙}} - V_{\text{乙}}) * T$ ， $60 = 1 * T$ ，所以 $T = 60/1 = 60$ ，前面走了 30 分钟，所以还需走 $60 - 30 = 30$ 分钟。【选 A】

【知识点】多次相遇

直线上多次相遇的结论：

1. 从两头出发往返第 n 次相遇，共走 $(2n-1)$ 个全程。
2. 从同一头出发往返第 n 次相遇，共走 $2n$ 个全程。
3. 注意： $S_{\text{总}} = (2n-1) S_{\text{全长}} = (V_{\text{甲}} + V_{\text{乙}}) * T$ 。

（1） $S_{\text{总}}$ 为运动过程中两人所走的路程和， $S_{\text{总}} = (V_{\text{甲}} + V_{\text{乙}}) * T$ 。

（2）n 为相遇次数。

（3） $S_{\text{全长}}$ 为从 A 到 B 的距离。

【拓展】（2015 河北）某高校两校区相距 2760 米，甲、乙两同学从各自校区同时出发到对方校区，甲的速度为每分钟 70 米，乙的速度为每分钟 110 米，在路上两人第一次相遇后继续行进，到达对方校区后马上回返。那么两人从出发到第二次相遇需要多少分钟？

- | | |
|-------|-------|
| A. 32 | B. 46 |
| C. 61 | D. 64 |

【解析】拓展. 多次相遇问题, 第 2 次相遇走了 3 个 $S_{\text{全程}}$, $S_{\text{总}}=3*S_{\text{全程}}=(V_{\text{甲}}+V_{\text{乙}})*T$, 则 $3*2760=180*T$, $T=2760/60$, 首位商 4, B 项符合。【选 B】

例 7 (2015 联考) 在一次航海模型展示活动中, 甲、乙两款模型在长 100 米的水池两边同时开始相向匀速航行, 甲款模型航行 100 米要 72 秒, 乙款模型航行 100 米要 60 秒, 若调头转身时间略去不计, 在 12 分钟内甲、乙两款模型相遇次数是 ()

- A. 9
B. 10
C. 11
D. 12

【解析】例 7. 两端出发, 多次相遇问题, $(2n-1)S=(V_{\text{甲}}+V_{\text{乙}})*T$, 把秒化为分钟, 72 秒=1.2 分钟, 60 秒=1 分钟, 则 $(2n-1)*100=(100/1.2+100/1)*12$ 分钟, $(2n-1)*100=1000+1200=2200$, $2n-1=22$, $2n=23$, 解得 $n=11.5$, 相遇不到 12 次, 只相遇了 11 次。【选 C】

【注意】1. 分钟化为秒, 则为 $(100/72+100/60)*12*60$ 。

2. $n=11.5$ 代表只相遇了 11 次, 在第 12 次相遇的路上。

【知识点】流水行船

1. $V_{\text{顺}}=V_{\text{船}}+V_{\text{水}}$, $V_{\text{逆}}=V_{\text{船}}-V_{\text{水}}$ 。
2. $V_{\text{船}}=(V_{\text{顺}}+V_{\text{逆}})/2$, $V_{\text{水}}=(V_{\text{顺}}-V_{\text{逆}})/2$ 。
3. $V_{\text{静}}=V_{\text{船}}$ 。
4. 你不动, $V_{\text{漂}}=V_{\text{水}}$, 你动, $V_{\text{漂}}=V_{\text{顺}}$ 。

例 8 (2014 吉林) 一条客船往返于甲、乙两个沿海城市之间, 由甲市到乙市是顺水航行, 由乙市到甲市是逆水航行。已知船在静水中的速度是每小时 25 海里。由甲市到乙市用了 8 小时, 由乙市到甲市所用的时间是由甲市到乙市所用时间的 1.5 倍, 则甲、乙两个城市相距多少海里? ()

- A. 240
B. 260
C. 270
D. 280

【解析】例 8. 甲到乙是顺水，乙到甲是逆水，船在静水中的速度是每小时 25 海里，即 $V_{\text{船}}=25$ ，甲市到乙市用了 8 小时，乙市到甲市所用时间是 $8 \times 1.5=12$ 小时，列式子： $S=(25+V_{\text{水}}) \times 8=(25-V_{\text{水}}) \times 12$ ，解得 $V_{\text{水}}=5$ ，问全程，可代入顺水也可代入逆水， $(25+5) \times 8=30 \times 8=240$ ，或者 $(25-5) \times 12=20 \times 12=240$ 。

【选 A】

【注意】 $S=(25+V) \times 8$ ， $S=(25-V) \times 12$ ，不可以用 S 是 8 的倍数和 12 的倍数这样做，只有当 $V_{\text{水}}$ 是整数时才可以用。

【知识点】比例行程

1. $S=V \times T$ ， S 一定， V 与 T 成反比； V 一定， S 与 T 成正比； T 一定， S 与 V 成正比。

例：有一路程，高照老师需 5 分钟，你需要 4 分钟， $T_{\text{高}}/T_{\text{你}}=5/4$ ， $V_{\text{高}}/V_{\text{你}}=4/5$ 。

2. 方法：确定不变量——找比例。

例 9（2016 联考）A、B 两辆列车早上 8 点同时从甲地出发驶向乙地，途中 A、B 两列车分别停了 10 分钟和 20 分钟，最后 A 车于上午 9 点 50 分，B 车于上午 10 点到达目的地。问两车平均速度之比是多少？（ ）

- A. 1: 1
- B. 3: 4
- C. 5: 6
- D. 9: 11

【解析】例 9. A、B 两车均为 8:00 出发，A 车 9: 50 到达，休息了 10 分钟，用了 1 小时 40 分钟；B 车 10: 00 到达，休息 20 分钟，用了 1 小时 40 分钟，路程相等，时间之比 $T_A/T_B=1/1$ ，速度之比为 1: 1。【选 A】

例 10（2016 河南）出租车以固定速度从乙地出发到甲地再回到乙地，往返需要 1 小时 40 分。这一天，小明早上 8 点从甲地出发步行去乙地，出租车在上午 9 点从乙地出发，小明中途遇到这辆出租车便坐车去乙地，并于上午 10 点 20 分到达。问出租车的速度是小明步行速度的多少倍？（ ）

- A. 4
- B. 6

C. 8

D. 10

【解析】例 10. 出租车从甲到乙往返需 1 小时 40 分钟，为 100 分钟，那么出租车一个全程需要 50 分钟。出租车从去到回来，9:00-10:20，共 80 分钟，所以单趟为 40 分钟，时间与甲后来走的时间相同，所以甲共走了 1 小时 40 分钟（1 小时+40 分钟=100 分钟），甲走的路程出租车需要 50-40=10 分钟，路程相同， $T_{人}/T_{出}=100/10=10/1$ ，所以 $V_{人}/V_{出}=1/10$ 。【选 D】

【注意】1. 出租车总共花了 9:00-10:20，80 分钟，单趟为 40 分钟，人共走了 1 小时 40 分钟。

2. 要研究同距离等量关系，找前边的路程的关系。

【答案汇总】6-10: ACAAD



【小结】行程问题

1. 普通行程

(1) 路程=速度×时间。

(2) 平均速度：总路程÷总时间；等距离（上下坡往返） $V=2ab/(a+b)$ 。

2. 相对行程

(1) 基本公式：相遇： $S_{\text{和}}=V_{\text{和}}*T$ ；追及： $S_{\text{差}}=V_{\text{差}}*T$ 。

(2) 多次运动：①线形第 n 次相遇：两头出发： $(2n-1)S=V_{\text{和}}*T$ ；一头出发： $2nS=V_{\text{和}}*T$ 。②环形第 n 次相遇： $n\text{圈}=V_{\text{和}}*T$ 。③环形第 n 次追及：超越 n 次= n 圈。

(3) 流水行船：①核心： $V_{\text{船}}$ 、 $V_{\text{水}}$ 、 $V_{\text{顺}}$ 、 $V_{\text{逆}}$ 。②公式：顺=船+水；逆=船-水；船= $(\text{顺}+\text{逆})/2$ ；水= $(\text{顺}-\text{逆})/2$ 。

3. 比例行程

(1) S 一定， V 与 T 成反比。

(2) V (T) 一定， S 与 T (V) 成正比。

【注意】1. 作业：所讲的所有题，自己手写一遍解析，不是看，是写。

2. 预习范围：第六节经济利润问题。第七节排列组合与概率问题。

3. 预习要求：原则上要做完每个章节至少 50% 的题目。实在不会的话，简单想一想，熟悉题型和题目吧。

【答案汇总】第四节工程问题：1-5：ACACD；6：B

第五节行程问题：1-5：DCDDB；6-10：ACAAD

遇见不一样的自己

come to meet a different you