

# 方法精讲-数量 3

主讲教师：高照

授课时间：2017.05.29



粉笔公考·官方微信

## 方法精讲-数量 3（笔记）

### 第六节 经济利润问题

基础公式：

利润=售价-成本

利润率=利润÷成本

总价=单价\*数量

折扣=折后价÷折前价

**【知识点】经济利润：**

1. 基础公式：利润=售价-成本；利润率=利润/成本；总价=单价\*数量；总利润=单个利润\*数量；折后价=折前价\*折扣。

例 1：衣服原价 1000 元，打九折售价变为  $1000 \times 0.9 = 900$  元。

注意：利润率在数量中的公式为：利润率=利润/成本，但在资料分析中的公式为：利润率=利润/收入。数量中一般是小本买卖，资料分析中一般研究的是某省/市的整体经济。

例 2：高照老师去批发市场买了一双鞋，进价（成本）5 元，售价 1000 元。

（1）利润=1000-5=995 元，利润率=995/5。

（2）十周年店庆打 1 折，现售价为 100 元，利润为 95 元，利润率=95/5。

2. 方法：（1）求具体价格：列式计算/方程。

例如：成本、售价、利润等。

（2）问比例：赋值法。

例如：利润率、打折。

**【技巧】**常设成本为 1、10、100，好算的数。如果成本当中涉及数量，也可以对数量赋值。

例：卖出商品总数的 10%， $10\% = 1/10$ ，赋值数量为 10 件或 100 件。

**【例 1】**（2016 联考）某种商品原价 25 元，每半天可销售 20 个。现知道每降价 1 元，销量即增加 5 个。某日上午将该商品打八折，下午在上午价格的基础

上再打八折出售，问其全天销售额为多少元？（ ）

- A. 1760  
B. 1940  
C. 2160  
D. 2560

【解析】例 1. 上午：原价为 25 元，售价= $25 \times 0.8 = 20$  元，售出  $20 \div 5 \times 5 = 45$  个，销售额= $20 \times 45 = 900$  元；下午：售价= $20 \times 0.8 = 16$  元， $25 - 16 = 9$  元，售出  $20 \div 5 \times 9 = 65$  个，销售额= $65 \times 16 = 1040$ ，总销售额= $900 + 1040 = 1940$ 。【选 B】

【例 2】（2014 山西）某钢铁厂生产一种特种钢材，由于原材料价格上涨，今年这种特种钢材的成本比去年上升了 20%。为了推销该种钢材，钢铁厂仍然以去年的价格出售，这种钢材每吨的盈利下降 40%，不过销售量比去年增加了 80%，那么今年生产该种钢材的总盈利比去年增加了多少？（ ）

- A. 4%  
B. 8%  
C. 20%  
D. 54%

【解析】例 2. 方法一：给的全部是比例，问的也是比例，没有给具体的数值，用赋值法。总盈利=单个盈利\*销量，赋值去年盈利为 1，今年盈利为 0.6，去年销量为 1，今年销量为 1.8，去年总盈利为 1，今年总盈利为 1.08，因此今年比去年的总盈利增加了 8%。

方法二：总盈利=单个盈利\*销量，设去年盈利为  $x$ ，今年的盈利为  $0.6x$ ，去年销量为  $y$ ，今年销量为  $1.8y$ ，去年总盈利为  $xy$ ，今年总盈利为  $1.08xy$ ， $x$ 、 $y$  最终可以被消掉，问的是比例， $x$ 、 $y$  对结果没有影响，找盈利和数量的关系即可。【选 B】

【注意】给比例，问比例，用赋值法。

【例 3】（2015 江苏）某商品今年的成本比去年减少 15%，由于售价不变，利润率比去年增加了 24 个百分点，则该商品去年的利润率为（ ）。

- A. 24%  
B. 30%  
C. 36%  
D. 42%

【解析】例 3. 经济利润问题，给比例问比例，用赋值法。要抓住问的是什么，问的是利润率，赋值去年的成本为 100，今年的成本为 85，售价不变，假设

去年利润为  $x$ ，售价不变，节省的成本 15 元变为利润，因此今年利润为  $x+15$ ，找去年利润率和今年利润率的关系， $x/100+24/100=(x+15)/85$ ， $(x+24)/100=(x+15)/85$ 。

方法一：约分，解得  $x=36$ 。

方法二： $A/B=C/D=(A-C)/(B-D)$ ， $(x+24)/100=(x+15)/85=9/15=3/5=60/100$ ， $x=36$ 。去年成本为 100，去年利润为 36，去年利润率=36%。【选 C】

【例 4】(2015 吉林) 某书店开学前新进一批图书，原计划按 40% 的利润定价出售，售出 80% 的图书之后，剩下的图书打折促销，结果所得利润比原计划少 14%，则剩下的图书销售时按定价打了几折？（ ）

A. 7

B. 8.5

C. 8

D. 7.5

【解析】例 4. 假如成本为 100，利润率为 40%，售价为 140 元，问的是打折，即问比例，给比例问比例，可以采用赋值法，赋值成本为 100 元，售价为 140 元，利润是 40 元，赋值数量为 100 件，卖出 80 件，剩余 20 件，设打  $x$  折，此时售价= $140x$ ，利润= $140x-100$ ， $40*80+(140x-100)*20=40*100*0.86$ ， $2*80+140x-100=2*86$ ， $160+140x-100=172$ ， $140x=112$ ，解得  $x=0.8$ ，相当于打 8 折。【选 C】

【知识点】分段计算：

1. 水费、电费、出租车费、税收等费用，常将收费标准分为几段，每段标准不一。

例：出租车，老师生活在一个小城市，5 公里内 6 元，之后每公里 1.5 元，问 10 公里多少钱？答：6+5\*1.5，总费用是每段的费用之和。

2. 计算方法：

(1) 将水电度数、公里数、应税收入等数值按分段拆开。

(2) 再分段计算每一段的收费，最后汇总求和。

例：销售高照老师，0~100 斤的部分为 5 毛，100~110 斤的部分为 2 毛每斤，110~150 斤的部分为 5 毛每斤。总售价=5 毛+10 斤\*2 毛+40 斤\*5 毛。

【例 5】(2016 河南) 某商品的单位利润和进货量的大小相关, 进货总额低于 5 万元时利润率为 5%, 低于或等于 10 万元时, 高于 5 万元的部分利润率在 10%, 高于 10 万元时, 高于 10 万元的部分利润在 15%, 问当进货量在 20 万元时, 一共有多少万元的利润?

- A. 1.75  
B. 2.25  
C. 3.15  
D. 4.05

【解析】例 5.0~5 万元利润率为 5%，5~10 万元利润率为 10%，10~20 万元利润率为 15%，总利润=5\*5%+5\*10%+10\*15%=0.25+0.5+1.5=2.25。【选 B】

【知识点】合并付费：生活中，商品享受的折扣往往随总金额而变化。问：如果将分开购买的物品合到一起买会省多少钱呢？

【引例】100 元以内不打折，100-200 打 9 折，200 元以上打 8 折，购买两件商品，分别付费 85 元和 192 元，请问如果一起购买，会比分开购买省多少钱？

【解析】引例. 合并付费找合并前后的差距。85 元是折后价，不超过 100 元，此时不打折，说明原价就是 85 元。如果原价是 200 元，折后价为  $100+90=190$  元，说明折后价 192 元的原价超过 200 元，合并在一起，85 元部分享受 8 折，省了  $85*0.2=17$  元。

例：你买了 85 元的东西，我实际付费 192 元，假设买 200 元商品，实际付费  $100+90=190$  元，则实际付费 192 元对应原价大于 200 元，合并后你的 85 元部分打 8 折。

【例 6】(2013 联考) 某商场开展购物优惠活动: 一次购买 300 元及以下的商品九折优惠; 一次购买 300 元以上的商品, 其中 300 元九折优惠, 超过的部分八折优惠。小王购物第一次付款 144 元, 第二次又付款 310 元。如果他一次购买并付款, 可以节省多少元? ( )

- A. 16  
C. 30.6  
B. 22.4  
D. 48

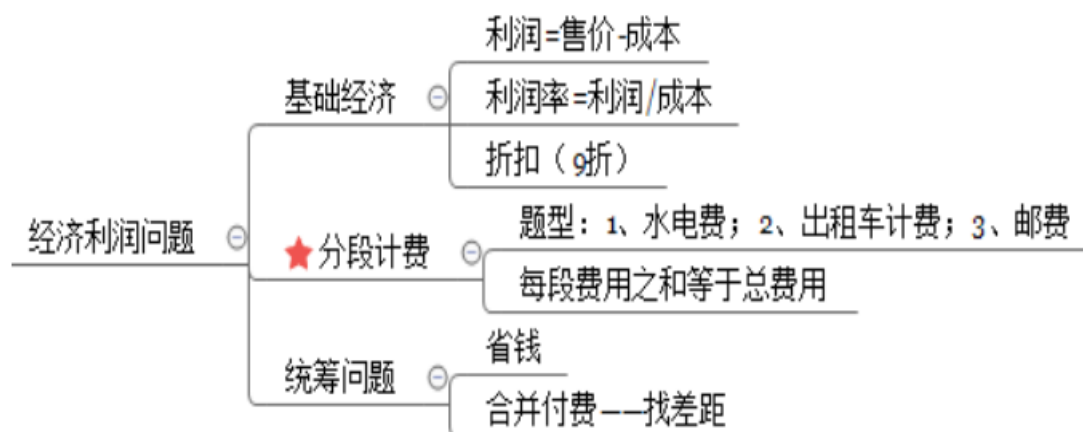
【解析】例 6. 找差距，“付款 310 元”说明原价  $> 300$ ， $144 < 300$ ，只能打

9 折， $\text{原价} \times 0.9 = 144$ ， $\text{原价} = 144 / 0.9 = 160$ ，合并付费后打 8 折，省原价的 1 折即  $160 \times 0.1 = 16$  元。【选 A】

【注意】1. 核心点：合并付费时其折扣产生变化从而省钱。

2. 相对便宜的商品单独付费花了 144 元，原价为  $144 / 0.9 = 160$  元，合并付费后变为 8 折，省的钱数为原价 160 的，9 折和 8 折的差距。做题时，想象成自己在商场买东西。

【答案汇总】1-5：BBCCB；6：A



【小结】经济利润问题：

1. 基础经济：（1） $\text{利润} = \text{售价} - \text{成本}$ ；（2） $\text{利润率} = \text{利润} / \text{成本}$ ；（3）折扣（9 折、8 折等）。

2. 分段计费：（1）题型：①水电费；②出租车计费；③邮费。

（2）每段费用之和等于总费用。

3. 统筹问题：（1）省钱。

（2）合并付费——找差距。

## 第七节 排列组合与概率

【知识点】排列组合（每年必考）

分类分步：

1. 分类用加法，题型为要么……要么……（多者选其一）

2. 分步用乘法，题型为先……后……（同时成立）

3. 例题 1：高照从山东到北京，出行方式有火车、汽车、飞机三种方式，问高照从山东到北京有几种选择？

答：要么……要么……题型，有  $1+1+1=3$  种选择。

例题 2：宋文涛家住东北，邀请高照从北京到东北，北京到东北有火车、骑马、跑步、飞四种方式，问高照从山东转北京到山东有几种方式？

答：先……后……题型，总共有  $3*4=12$  种方式。

【拓展 1】（2012 浙江）南阳中学有语文教师 8 名、数学教师 7 名、英语教师 5 名和体育教师 2 名。现要从以上四科教师中各选出 1 名教师去参加培训，问共有几种不同的选法？

A. 96

B. 124

C. 382

D. 560

【解析】拓展 1. 同时成立，先……后……，有  $8*7*5*2$  种选法，尾数为 0，对应 D 项。【选 D】

【注意】如果题干改成“从以上四科教师中选出 1 名教室去参加培训”，则转化为要么……要么……，用加法，共有  $8+7+5+2=22$  种选法。

### 【知识点】排列组合

1. 排列：与顺序有关，用 A。假设从 1300 个人抽取 3 个人，一等奖一亿元，二等奖一万元，三等奖一角钱，此时获奖名次与抽取顺序有关，应该有  $A(1300, 3)$  种选法。

2. 组合：与顺序无关，用 C。假设从 1300 个人抽取 3 个人，一、二、三等奖都为 一角钱，此时获奖名次与抽取顺序无关，应该有  $C(1300, 3)$  种选法。

3. 判定标准：从选出的主体当中任意地挑出两个，置换顺序，有差别，与顺序有关（A）；无差别，与顺序无关（C）。

4. 计算

(1)  $A(1300, 3) = 1300*1299*1298$ 。

$$(2) A(9, 3) = 9 \times 8 \times 7。$$

$$(3) A(5, 4) = 5 \times 4 \times 3 \times 2。$$

$$(4) C(1300, 3) = 1300 \times 1299 \times 1298 / (3 \times 2 \times 1)。$$

$$(5) C(9, 4) = 9 \times 8 \times 7 \times 6 / (4 \times 3 \times 2 \times 1)。$$

### 5. 计算方法

$$C(9, 2) = 9 \times 8 / (2 \times 1) = 36。$$

$$C(9, 7) = 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 / (7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) = 9 \times 8 / 2 = 36。$$

$$\text{所以 } C(9, 2) = C(9, 7), \text{ 即 } C(n, m) = C(n, n-m)$$

【例 1】(2013 上海) 从甲地到乙地每天有直达班车 4 班，从甲地到丙地每天有直达班车 5 班，从丙地到乙地每天有直达班车 3 班，则从甲地到乙地共有多少种不同的乘车方法？( )

A. 12

B. 19

C. 32

D. 60

【解析】例 1. 从甲到乙直达车有 4 班，从甲到丙有 5 班车，从丙到乙有 3 班车。如果转车有  $5 \times 3 = 15$  种方式，如果直达有 4 种方式，所以甲到乙总共有  $4 + 15 = 19$  种方式。【选 B】

【例 2】(2014 国家) 一次会议某单位邀请了 10 名专家，该单位预定了 10 个房间，其中一层 5 间、二层 5 间。已知邀请专家中 4 人要求住二层，3 人要求住一层，其余 3 人住任一层均可，那么要满足他们的住房要求且每人 1 间，有多少种不同的安排方案？( )

A. 43200

B. 7200

C. 450

D. 75

【解析】例 2. 房间之间有区别，应该用 A。对于安排人住房间的题型，先选人再排序。首先安排有要求的人，住二层有 5 个房间选 4 个，有  $A(5, 4)$  种方式，住一层有 5 个房间选 3 个，有  $A(5, 3)$  种方式，剩余的 3 个人任意选择有  $A(3, 3)$  种方式。总共有  $A(5, 4) \times A(5, 3) \times A(3, 3) = 120 \times 60 \times 6 = 7200 \times 6 > 7200$ ，对应 A 项。【选 A】





【拓展 4】(2016 联考湖北) 在九宫格内依次填入数字 1~9, 现从中任取两个数, 要求取出的两个数既不在同一行也不在同一列, 共有多少种不同取法?

- A. 9  
B. 18  
C. 36  
D. 45

【解析】拓展 4. 第一个数有  $C(9, 1) = 9$  种选法，第二个数则在剩余  $9-5=4$  个格子中选位置，有 4 种选法，总共有  $9*4/2=18$  种情况。【选 B】

【拓展5】(2015 四川/山西) 将 10 名运动员平均分成两组进行对抗赛, 问有多少种不同的分法? ( )

- A. 120  
B. 126  
C. 240  
D. 252

【解析】拓展 5. 每组 5 人，先挑选 5 人有  $C(10, 5)$  种情况，第二次选人有  $C(5, 5)$  种情况，但要考虑去除重复情况，总共有  $C(10, 5) * C(5, 5) / 2 = 252$  种情况。【选 D】

【拓展6】1. 将10名运动员平均分成5组，问有多少种不同的分法？

2. 将 10 名运动员分成 2+2+3+3，问有多少种不同的分法？

3. 将 10 名运动员分成  $1+2+3+4$ ，问有多少种不同的分法？

【解析】拓展 6. 结论：有几组人数相同，就除以 A 几几。

1. 有  $C(10, 2) * C(8, 2) * C(6, 2) * C(4, 2) * C(2, 2) / A(5, 5)$  种情况。

2. 有  $C(10, 2) * C(8, 2) * C(6, 3) * C(3, 3) / [A(2, 2) * A(2, 2)]$  种情况。

3. 有  $C(10, 1) * C(9, 2) * C(7, 3) * C(4, 4)$  种情况。

**【知识点】**特定题型：站一排、站一起、不相邻、分苹果、错位。

1. 站一排：如五个人站一排照相，一共多少种不同方法分法？

答：五个位置选五个，全排列即  $A(5, 5)$ 。因 A、B、C、D、E 谁站中间谁站两边是有区别的，如你考上公务员，站在中间和站在角上的感觉是不同的，故用 A。

2. 站一起：

(1) 捆绑法：题目要求一部分主体必须在一起（在一起即相邻、挨着），需要先将要求在一起的部分排列，然后视为一个主体，和其他主体排列。

引例：①大学舍友老大、老二、老三、老四在老大婚礼上照相，先排列老大和他媳妇即  $A(2, 2)$ ，两人谁在做谁在右是不同的，故用 A。将其视为一个主体，老二、老三、老四各为一个主体，一共四个主体  $A(4, 4)$ 。则一共有  $A(2, 2) * A(4, 4)$  种照相方法。

②老大和他媳妇结婚视为一个主体  $A(2, 2)$ ，老二和他媳妇结婚视为一个主体  $A(2, 2)$ ，老三、老四各为一个主体，一共四个主体  $A(4, 4)$ 。则一共有  $A(4, 4) * A(2, 2) * A(2, 2)$  种方法。

③老大和他媳妇为一个主体  $A(2, 2)$ ，老二和他媳妇为一个主体  $A(2, 2)$ ，老三和他媳妇为一个主体  $A(2, 2)$ ，老四为一个主体，一共四个主体  $A(4, 4)$ 。则一共有  $A(4, 4) * A(2, 2) * A(2, 2) * A(2, 2)$  种方法。

④老大和他媳妇为一个主体  $A(2, 2)$ ，老二和他媳妇一个主体  $A(2, 2)$ ，老三和他媳妇为一个主体  $A(2, 2)$ ，老四和他媳妇为一个主体  $A(2, 2)$ ，一共四个主体  $A(4, 4)$ 。先……后……用乘法，则一共有  $A(4, 4) * A(2, 2) * A(2, 2) * A(2, 2) * A(2, 2)$  种方法。

(2) 方法：

①把相邻的元素捆绑起来，注意内部有无顺序。

②再将捆绑后的看成一个元素，与其他元素进行后续排列。

例4（2014浙江）四对情侣排成一队买演唱会门票，已知每对情侣必须排在一起，问共有多少种不同的排队顺序？（ ）

A. 24

B. 96

C. 384

D. 40320

【解析】例4. 每对情侣必须在一起，第一对情侣A(2, 2)，第二对情侣A(2, 2)，第三对情侣A(2, 2)，第四对情侣A(2, 2)，一共四个主体A(4, 4)。则共有 $A(2, 2) * A(2, 2) * A(2, 2) * A(2, 2) * A(4, 4) = 2 * 2 * 2 * 2 * (4 * 3 * 2 * 1) = 4 * 4 * 24 = 16 * 24$ ，运用尾数法，尾数为4对应C项。【选C】

### 【知识点】

3. 插空法：题目要求一部分主体不能在一起（不在一起即不相邻，不挨着，间隔），就需要先排列其他主体，然后把不能在一起的主体插空。

（1）引例：

①A、B、C、D、E五人站一排照相，A和B不相邻。

答：因A、B不相邻，则先排C、D、E，三个人A(3, 3)，三个人一共四个空，将两个人放进四个空中则一定不相邻，四个空选两个有区别A(4, 2)。故一共有 $A(3, 3) * A(4, 2) = 3 * 2 * 1 * 4 * 3 = 72$ 种方法。

②假设一天五个人照相，你和高照老师不相邻，先排剩下的三个人A(3, 3)，3个人一共4个空，4个空插进2个人位置不同有区别A(4, 2)，故一共有 $A(3, 3) * A(4, 2) = 3 * 2 * 1 * 4 * 3 = 72$ 种方法。

（2）方法：

①先将可以相邻的元素进行排列，排列后形成若干个空位。

②再将不相邻的元素插入到①形成的空位中去。

（3）易错点：第②步有无顺序，取决于不相邻的元素不同或相同。即有顺序则相邻元素不同，无顺序则相邻元素相同。

例. 三个人中间插入两个雪糕，雪糕一模一样，则无差别，看元素是否相同。先将三个人排序A(3, 3)，四个空选两个，雪糕无差别C(4, 2)，故一共有 $A(3, 3) * A(4, 2)$ 种方法。

例5（2015国考）把12棵同样的松树和6棵同样的柏树种植在道路两侧，每侧种植9棵，要求每侧的柏树数量相等且不相邻，且道路起点和终点处两侧种植的都必须是松树。问有多少种不同的种植方法？（ ）

- A. 36  
B. 50  
C. 100  
D. 400

【解析】例5. 根据题意，一共 $12+6=18$ 棵树，每侧9棵（6棵松树，3棵柏树），因柏树不相邻，故先排松树。松树都是一样的，则不需要排序 $C(6,6)$ ，6棵松树一共7个空，因柏树不能种在起点和终点，故在5个空中选择。柏树一样无差别 $C(5,3) = (5 \times 4 \times 3) / (3 \times 2 \times 1) = 10$ ，一侧共 $1 \times 10 = 10$ 种情况。道路有两侧，右侧与左侧相同，故另一侧有10种情况，先……后……用乘法，共有 $10 \times 10 = 100$ 种情况。【选C】

【答案汇总】1-5：BACCC

【知识点】4. 插板法：题目要求每个主体至少一个时，在空隙里插板。

（1）引例：①假设唐僧在西天取经的路上遇到孙悟空，一天孙悟空摘来了7个桃子，分给每个人至少一个，分完即可，问应该如何分？

答：分两份即切一刀，7个桃子6个空，则共有 $C(6,1)$ 种方法。若先在第一个空切代表唐僧1个孙悟空6个，若在第六个空切也代表唐僧1个孙悟空6个，结果不变故用C。

②唐僧、孙悟空、猪八戒三人，7个桃子，每人至少一个，怎么分？

答：7个桃子6个空，分三份则切两刀，则共有 $C(6,2)$ 种方法。若先在第二个空切一刀，再在第三个空切一刀，则唐僧2个，孙悟空1个，猪八戒4个；若先在第三个空切一刀，再在第二个空切一刀，一样为唐僧2个，孙悟空1个，猪八戒4个，结果并未改变则用C。

③唐僧、孙悟空、猪八戒、沙僧四个人分7个西瓜，每人至少分一个，怎么分？

答：7个西瓜6个空，4个人切3刀，则共有 $C(6,3)$ 种方法。

（2）方法： $n$ 个物品分给 $m$ 个人，每人至少分1个， $n$ 个物品代表有 $n-1$ 个空，分给 $m$ 个人代表切了 $m-1$ 刀，故有 $C(n-1, m-1)$ 种不同的分法。

例6（2014河南）将7个大小相同的桔子分给4个小朋友，要求每个小朋友至少得到1个桔子，一共有几种分配方法？（ ）

- A. 14  
B. 18  
C. 20  
D. 22

【解析】例6. 判定题型：出现“至少一个”，7个桔子6个空，4个小朋友则切3刀，总共有 $C(6, 3) = (6 \times 5 \times 4) / (3 \times 2 \times 1) = 20$ 种分配方法。【选C】

【拓展7】光明小学现有20本辅导书，要分给4个班级，每个班级至少分4本，有多少种不同分法？（ ）

- A. 24  
B. 35  
C. 49  
D. 66

【解析】拓展7. 辅导书为相同元素，每人至少4本，则每人先分3本， $3 \times 4 = 12$ 本。剩下每人至少1本，剩下 $20 - 12 = 8$ 本，8本书7个空，4个人切3刀，则一共有 $C(7, 3) = (7 \times 6 \times 5) / (3 \times 2 \times 1) = 35$ 。【选B】

例7（2013陕西）某领导要把20项任务分给三个下属，每个下属至少分得三项任务，则共有（ ）种不同的分配方式。

- A. 28  
B. 36  
C. 54  
D. 78

【解析】例7. 因每人至少分三项，则每人先分2项，剩下的每人至少一项。先分 $3 \times 2 = 6$ 项任务，再将剩余的 $20 - 6 = 14$ 项任务分给3个。14项有13个空，3个人切2刀，一共有 $C(13, 2) = (13 \times 12) / (2 \times 1) = 78$ 种情况。【选D】

【知识点】枚举法：需要一一枚举才能做出，2016、2017 年都考查过。

例8（2015 国考）餐厅需要使用 9 升食用油，现在库房里库存有 15 桶 5 升装的，3 桶 2 升装的，8 桶 1 升装的。问库房有多少种发货方式，能保证正好发出餐厅所需要的 9 升食用油？（ ）

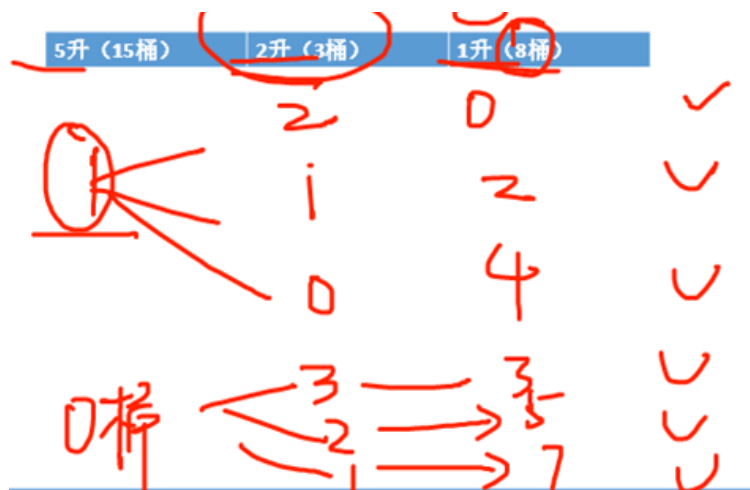
- A. 4  
B. 5

C. 6

D. 7

【解析】例8. 题干出现“正好发出”，可使用枚举法来做。利用列表法枚举：

(1) 5升1桶+2升2桶+1升0桶；(2) 5升1桶+2升1桶+1升2桶；(3) 5升1桶+2升0桶+1升4桶；(4) 5升0桶+2升3桶+1升3桶；(5) 5升0桶+2升2桶+1升5桶；(6) 5升0桶+2升1桶+1升7桶，共6种的情况。【选C】



【知识点】5. 错位排列（避嫌）：

(1) 题型判定：停车、人员借调等，本应一一对应却发生错位。

(2) 引例：①1个厨师，炒1了盘菜，不能给自己打分，全错位排列，（即1不放1, 2不放2，依次类推），一共多少种放法？

答：共有0种方法。错位排列用字母D表示，则表示为 $D_1=0$ 。

②2个厨师，炒2了盘菜，我炒了B菜，你炒了A菜，两人不能给自己打分，我要品尝你的A，你要品尝我的B，错位排列 $D_2=1$ 。

③假设现在又来了一个他炒了C菜，三个人每人都不能给自己打分，错位排列，1不能尝1, 2不能尝2，你不能尝A则可尝我的B，我不能尝B可尝C，他则尝A；或者你尝C，我尝A，他尝B，故 $D_3=2$ 。

(3) 结论：错位排列（避嫌） $D_1=0$ ， $D_2=1$ ， $D_3=2$ ， $D_4=9$ ， $D_5=44$ 。

元素个数	1	2	3	4	5	6
错排数 $D_n$	0	1	2	9	44	.....

例 9（2014 北京）相邻的 4 个车位中停放了 4 辆不同的车，现将所有车开出

后再重新停入这 4 个车位, 要求所有车都不得停在原来的车位中, 则一共有多少种不同的停放方式? ( )

- A. 9  
B. 12  
C. 14  
D. 16

【解析】例9. 要求所有车都不得停在原来的车位，避嫌，4个车、4个车位即4个的错位排列， $D_4=9$ 。【选A】

【拓展8】(2011浙江)四位厨师聚餐时各做了一道拿手菜。现在要求每个人去品尝一道菜，但不能尝自己做的那道菜。问共有几种不同的尝法:

- A. 6种  
B. 9种  
C. 12种  
D. 15种

【解析】拓展8. 四个厨师不能品尝自己做的菜(避嫌), 4个人的全错位排列,  $D_4=9$ 。【选B】

【拓展9】(2015山东)某单位从下属的5个科室各抽调了一名工作人员,交流到其他科室,如每个科室只能接收一个人的话,有多少种不同的人员安排方式?

- A. 120  
B. 78  
C. 44  
D. 24

【解析】拓展9. 5个科室、5个人，要求交流到其他科室，即错位排列， $D_5=44$ 。

【选C】

【注意】 $D_6=265$ 。公式： $(D_1+D_2)*2=D_3$ ， $(D_2+D_3)*3=D_4$ ， $(D_3+D_4)*4=D_5$ ， $(D_4+D_5)*5=D_6$ 。

概率公式:  $P = \frac{\text{满足要求的情况数}}{\text{所有的情况数}}$

**【知识点】** 概率问题:

1. (1) 给情况求概率： 概率=满足情况数/总情况数。

例. 给出5个球, 有2个是红球, 则摸到红球的概率=2/5。

(2) 反向求: 满足情况数=总数-不满足。



2. 给概率求概率:

分类 (加法):  $P(A) = P_1 + P_2 + \dots + P_n$ ;

分步 (乘法):  $P(A) = P_1 * P_2 * \dots * P_n$ 。

正难则反: 某条件成立的概率 =  $1 - \text{不成立的概率}$  (反面概率、对立事件概率)

例 10 (2015 联考) 某单位共有四个科室, 第一科室 20 人, 第二科室 21 人, 第三科室 25 人, 第四科室 34 人, 随机抽取一人到外地考察学习, 抽到第一科室的概率是多少? ( )

A. 0.3

B. 0.25

C. 0.2

D. 0.15

【解析】例10. 抽到第一科室的概率 = 抽到第一科室的情况数 / 所有的情况数 =  $20 / (20 + 21 + 25 + 34) = 20 / 100 = 0.2$ 。【选C】

【注意】假设抽到1、2、3科室的概率, 则概率 =  $(20 + 21 + 25) / 100$ , 或者反向 =  $1 - P_{\text{第四科室}} = 1 - 34 / 100$ 。

【答案汇总】6-10: CDCAC

例 11 (2016 江苏) 一辆公交车从甲地开往乙地需经过三个红绿灯路口, 在这三个路口遇到红灯的概率分别是 0.4、0.5、0.6, 则该车从甲地开往乙地遇到红灯的概率是 ( )。

A. 0.12

B. 0.50

C. 0.88

D. 0.89

【解析】例11. 方法一: 从甲到乙遇到红灯, 只要任何一个路口遇到红灯都算, 正面计算复杂, 正难则反。红灯 =  $1 - \text{非红灯的概率} = 1 - (1 - 0.4) * (1 - 0.5) * (1 - 0.6) = 1 - 0.6 * 0.5 * 0.4 = 1 - 0.12 = 0.88$ 。

方法二: 若不想计算, 本题要么是正面计算, 要么是反面思考, 则正面 =  $1 - \text{反面}$ , 观察选项, A项+C项=1, 因此选择C项。【选C】

【注意】假设三个路口全是红灯的概率 =  $0.4 * 0.5 * 0.6$ 。

例 12（2015 联考）某场羽毛球单打比赛采取三局两胜制。假设甲选手在每局都有 80% 的概率赢乙选手，那么这场单打比赛甲选手有多大的概率战胜乙选手？（ ）

- A. 0.768                      B. 0.800  
C. 0.896                      D. 0.924

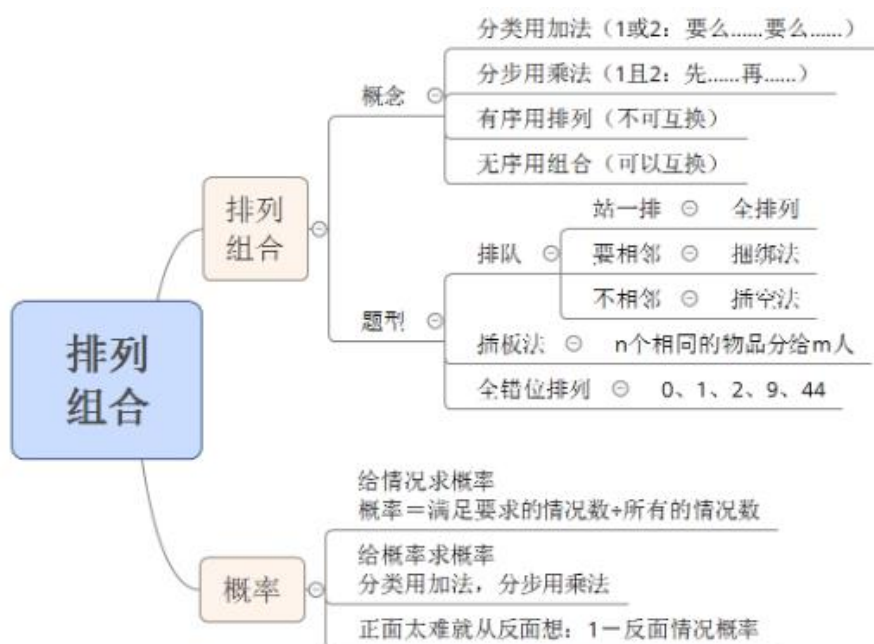
【解析】例12. 三局胜两局的情况：（1）前两局赢了，第三局就不用比，因此甲赢前两局的概率= $0.8 \times 0.8$ 。（2）第一局和第三局甲赢的概率= $0.8 \times 0.2 \times 0.8$ ；（3）后两局甲赢的概率= $0.2 \times 0.8 \times 0.8$ 。三种情况求和= $0.8 \times 0.8 + 0.8 \times 0.2 \times 0.8 + 0.2 \times 0.8 \times 0.8 = 0.8 \times 0.8 \times (1 + 0.2 + 0.1) = 0.8 \times 0.8 \times 1.4$ ，尾数为6。【选C】

例 13（2017 国考）某集团企业 5 个分公司分别派出 1 人去集团总部参加培训，培训后再将 5 人随机分配到这 5 个分公司，每个分公司只分配 1 人。则 5 个参加培训的人中，有且仅有 1 人在培训后返回原分公司的概率（ ）。

- A. 低于 20%                      B. 在 20%~30%之间  
C. 在 30%~35%之间              D. 高于 35%

【解析】例13. 有且仅有1人回原公司即4人没回原公司，为部分错位即 $D_4=9$ 。再考虑剩下1个人的情况数，从5个人选1个人回去原公司， $C(5, 1)=5$ 。所有的情况5个人回5个地方为 $A(5, 5)$ ，概率= $(9 \times 5) / A(5, 5) = 45 / (5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) = 3/8 \approx 37.5\%$ 。【选D】

【答案汇总】11-13：CCD



### 【小结】排列组合：

#### 1. 排列组合：

##### (1) 概念：

- ①分类用加法（1或2；要么…要么…）；
- ②分步用乘法（1且2；先…再…）；
- ③有序用排列（不可互换）；
- ④无序用组合（可以互换）。

##### (2) 题型：

- ①排队：a. 站一排，全排列；  
b. 要相邻，捆绑法；  
c. 不相邻，插空法。

②插板法：n个相同的物品分给m人，如每个至少4个，则每人先分3个，再每人至少1个。

- ③全错位排列：0、1、2、9、44。

#### 2. 概率：

- (1) 给情况求概率：概率=满足要求的情况数/所有的情况数；
- (2) 给概率求概率：分类用加法，分步用乘法。
- (3) 正面太难就从反面想：1-反面情况概率。

**【注意】**

1. 作业：今晚所讲题目，最迟明天中午之前，将所讲题目全部手写一遍。
2. 预习范围：第八节容斥问题、第九节最值问题。
3. 每一个成功的背后都有无数个无人知晓的黑夜。每个人的成功都不是简简单单，不要说试一试，真正的实力都是做题而来的。

遇见不一样的自己  
come to meet a different you