Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Συστήματα και Τεχνολογίες Γνώσης

1η Σειρά Ασκήσεων

Αχλάτης Στέφανος-Σταμάτης (03116149)

<el16149@central.ntua.gr>

Μάιος 2020

Ερώτημα 1

1. Κατασκευάστε, αν υπάρχει, ένα μοντέλο για κάθε μία από τις έννοιες που δίνονται παρακάτω με βάση το δεδομένο TBox (αν δεν δίνεται θεωρήστε ότι είναι κενό):

   (α΄) $A \sqcap \exists R.B \sqcap \exists R^{-}.C \sqcap \forall R.\neg(B \sqcap C)$

Θα δείξουμε ότι ένα μοντέλο της γνώσης $\mathrm{K} = \langle A,\ T \rangle$ με A Box το

$\mathrm{A} = \{A \sqcap \exists R.B \sqcap \exists R^{-}.C \sqcap \forall R \neg (B \sqcap C)\}$ και με T Box το $\mathrm{T} = \{\}$ είναι το εξής:

$\Delta^{I} = \{a_0,\ a_1,\ a_2\}$

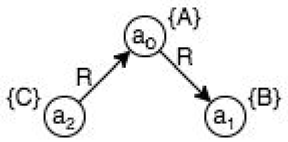
$R^{I} = \{(a_0,\ a_1),\ (a_2,\ a_0)\}$

$A^{I} = \{a_0\}$

$B^{I} = \{a_1\}$

$C^{I} = \{a_2\}$

Με αντίστοιχο γράφο γνώσης:



(ότι δεν δηλώνεται explicitly στον γράφο δεν ισχύει!)

Ας εξετάσουμε γιατί ισχύει αυτό:

Έστω ερμηνεία I και $a_0 \in (A \sqcap \exists R.B \sqcap \exists R^{-}.C \sqcap \forall R \neg (B \sqcap C))^{I}$.

Έτσι, λόγο της σημασιολογικής ερμηνείας του $\sqcap$ βλέπουμε ότι για το a_0 πρέπει να ισχύουν τα εξής αντίστοιχα τέσσερα σημεία:

- Πρέπει να ισχύει ότι $a_0 \in A^{I}$ πράμα που ισχύει στο μοντέλο μας.
- Από την σημασιολογία του πρώτου υπαρξιακού ποσοδείκτη έχουμε ότι το a_0 έχει τουλάχιστον ένα R παιδι που ανήκει στο B^{I}. Στο μοντέλο μας έχουμε ένα τέτοιο R παιδί, το $a_1 \in B^{I}$ και η σχέση που δηλώνει ότι το a_1 είναι R παιδί του a_0 φαίνεται στο ότι $(a_0,\ a_1) \in R^{I}$.
- Από την σημασιολογία του δεύτερου υπαρξιακου ποσοδείκτη έχουμε ότι στο αντικείμενο a_0 καταλλήγει σχέση R από τουλάχιστον ένα στιγμιότυπο που ανήκει στο C^{I}. Στο μοντέλο μας, έχουμε ένα τέτοιο στιγμιότυπο, το $a_2 \in C^{I}$ και η σχέση που δηλώνει ότι στο αντικείμενο a_0 καταλλήγει σχέση R από το a_2 φαίνεται στο ότι $(a_2,\ a_0) \in R^{I}$.
- Από την σημασιολογία του καθολικού ποσοδείκτη έχουμε ότι κάθε R παιδι του a_0 δεν γινεται να ανήκει ταυτόχρονα και στην κλάση B^{I} και C^{I}. Πράγματι στο μοντέλος μας το μοναδικό R παιδί του a_0 το a_1 ανήκει μόνο στην κλάση B^{I} και δεν ανήκει στο C^{I} (αυτό το ξέρουμε επειδή οι ερμηνείες είναι κλειστές σχέσεις).

Θα δείξουμε ότι υπάρχει μοντέλο της γνώσης $K = \langle A, T \rangle$ με A Box το $A = \{\exists R.A \sqcap \exists R.B \sqcap \forall R^{-}.B\}$ και με T Box το $T = \{B \sqsubseteq D, \exists R.(D \sqcup C) \sqsubseteq \exists R^{-}.\neg A\}$ και ότι είναι το εξής:

$\Delta^I = \{a_0, a_1, a_2\}$

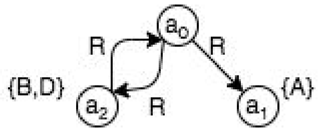
$R^I = \{(a_0, a_1), (a_0, a_2), (a_2, a_0)\}$

$A^I = \{a_1\}$

$B^I = \{a_2\}$

$D^I = \{a_2\}$

Με αντίστοιχο γράφο γνώσης:



(ότι δεν δηλώνεται explicitly στον γράφο δεν ισχύει!)

Ας εξετάσουμε γιατί ισχύει αυτό:

Έστω ερμηνεία I και $a_0 \in (\exists R.A \sqcap \exists R.B \sqcap \forall R^{-}.B)^I$.

Έτσι, λόγο της σημασιολογικής ερμηνείας του $\sqcap$ βλέπουμε ότι για το a_0 πρέπει να ισχύουν τα εξής αντίστοιχα τρια από το A box:

- Το a_0 πρέπει να έχει τουλάχιστον ένα R παιδί που να ανήκει στο A^I.
  Έστω ότι το a_0 έχει ένα τέτοιο R παιδί το a_1. Επομένως έχουμε ότι $a_1 \in A^I$ και ότι $(a_0, a_1) \in R^I$.
- Το a_0 πρέπει να έχει τουλάχιστον ένα R παιδί που να ανήκει στο B^I.
  Έστω ότι το a_0 έχει ένα τέτοιο R παιδί το a_2. Επομένως έχουμε ότι $a_2 \in B^I$ και ότι $(a_0, a_2) \in R^I$.
- Για κάθε σχέση R που καταλήγει στο a_0 από κάποιο στιγμιότυπο, το στιγμιότυπο αυτό θα ανήκει στο B^I. Έστω λοιπόν ότι το στιγμιότυπο a_2 έχει R παιδί το a_0 δηλαδή $(a_2, a_0) \in R^I$, τότε θα έχουμε ότι το $a_2 \in B^I$.

Άρα ως τώρα έχουμε το εξής μοντέλο (χωρίς να έχουμε μελετήσει ακόμη το T Box)

$\Delta^I = \{a_0, a_1, a_2\}$

$R^I = \{(a_0, a_1), (a_0, a_2), (a_2, a_0)\}$

$A^I = \{a_1\}$

$B^I = \{a_2\}$

Από το T box έχουμε αντίστοιχα ότι:

- Από το τ_1 συμπεραίνουμε ότι τα στοιχεία που ανήκουν στο B^I ανήκουν και στο D^I
  Άρα στο μοντέλο μας το θα πρέπει να ισχύει ότι το $a_2 \in D^I$
- Από το τ_2 συμπεραίνουμε ότι αν καποιο στιγμιότυπο έχει R παιδί το οποίο ανήκει στις κλάσεις D^I ή C^I τότε υπάρχει R^{-} παιδια του που δεν ανήκει στο A^I.
  Στο μοντέλο μας το a_0 έχει R παιδί που ανήκει στο D^I, το στιγμιότυπο a_2 και επίσης το a_0 έχει R^{-} παιδι το a_2 που δεν ανήκει στο A^I.

2. Να ελέγξετε αν ισχύουν οι παρακάτω υπαγωγές με βάση το δεδομένο TBox:

(α΄) $D \sqcap B \sqsubseteq A$ μβτ. $\mathcal{T} = \{B \sqsubseteq A \sqcup C,\ D \sqsubseteq \neg C\}$.

Η υπαγωγη $D \sqcap B \sqsubseteq A$ θα είναι λογικό συμπέρασμα του TBox (και άρα θα ισχύει πάντα με βάση το δεδομένο TBox) αν και μόνο αν η έννοια:
$D \sqcap B \sqcap \neg A$ είναι μη ικανοποιήσιμη στο TBox, δηλαδή αν η $D \sqcap B \sqcap \neg A$ δεν έχει μοντέλο.
Θα αποδείξουμε ότι η $D \sqcap B \sqcap \neg A$ δεν έχει μοντέλο.
Έστω ερμηνεία I και $a_0 \in (D \sqcap B \sqcap \neg A)^I$.

- Από τη σημασιολογία της τομής συνεπάγεται ότι $a_0 \in D^I, a_0 \in B^I, a_0 \in (\neg A)^I$
- Από το τ_1 συνεπάγεται ότι τα στοιχεία που ανήκουν στο B^I ανήκουν και στο A^I ή στο C^I. Άρα στο μοντέλο μας αφου το $a_0 \in B^I$ θα πρέπει να ισχύει ότι $a_0 \in C^I$ ή
  $a_0 \in A^I$.
- Από το τ_2 συμπεραίνουμε ότι τα στιγμιότυπα που ανήκουν στο D^I δεν ανηκουν στο C^I. Άρα στο μοντέλο μας αφου το $a_0 \in D^I$ θα πρέπει να ισχύει ότι $a_0 \in (\neg C)^I$.

Απο το τ_1 αν $a_0 \in C^I$ τότε ερχόμαστε σε αντίφαση με το τ_2 αφού από αυτό έχουμε ότι $a_0 \in (\neg C)^I$.
Απο το τ_1 αν $a_0 \in A^I$ τότε ερχόμαστε σε αντίφαση με το $D \sqcap B \sqcap \neg A$ από το οποίο έχουμε ότι $a_0 \in (\neg A)^I$.
Άρα σε κάθε περίπτωση η $D \sqcap B \sqcap \neg A$ είναι μη ικανοποιησιμη στο δεδομένο TBox και άρα η υπαγωγή $D \sqcap B \sqsubseteq A$ ισχύει με βάση το δεδομένο Box.

(β΄) $C \sqsubseteq \neg C_1 \sqcup C_2$ μβτ. $\mathcal{T} = \{C \sqsubseteq \exists R.(A \sqcap \exists R.B),\ \exists R.B \sqsubseteq D,\ \exists R.(A \sqcap D) \sqsubseteq \neg(C_1 \sqcap C_2)\}$

Η υπαγωγή $C \sqsubseteq \neg C_1 \sqcup C_2$ θα είναι λογικό συμπέρασμα του TBox $T = \{C \sqsubseteq \exists R.(A \sqcap \exists R.B),\ \exists R.B \sqsubseteq D,\ \exists R.(A \sqcap D) \sqsubseteq \neg(C_1 \sqcap C_2)\}$ και άρα θα ισχύει με βάση το T αν και μόνο αν η έννοια $C \sqcap C_1 \sqcap \neg C_2$ είναι μη ικανοποιήσιμη στο T, δηλαδή αν η $C \sqcap C_1 \sqcap \neg C_2$ δεν έχει μοντέλο.

Θα αποδείξουμε ότι η $C \sqcap C_1 \sqcap \neg C_2$ έχει μοντέλο.

Έστω ερμηνεία I και $a_0 \in (C \sqcap C_1 \sqcap \neg C_2)^I$

- Από τη σημασιολογία της τομής συνεπάγεται ότι $a_0 \in C^I, a_0 \in C_1^I, a_0 \in (\neg C_2)^I$
- Από το τ_1 συνεπάγεται ότι τα στοιχεία που ανήκουν στο C^I θα έχουν ένα R-παιδί το οποίο θα ανήκει στο A^I και θα έχει ένα R παιδί που θα ανήκει στο B^I.
  Επομένως αφού $a_0 \in C^I$ θα έχουμε ότι υπάρχει ένα R - παιδί του a_0, έστω το a_1, το οποίο ανήκει στην A^I και επομένως $a_1 \in A^I$ και $(a_0, a_1) \in R^I$. Επίσης το το a_1 θα έχει ένα R παιδί, έστω a_2, που θα ανήκει στο B^I, επομένως $a_2 \in B^I$ και $(a_1, a_2) \in R^I$.
- Από το τ_2 συνεπάγεται ότι αν ένα στοιχείο x έχει ένα R παιδί που ανήκει στην B^I τότε το στοιχείο x υπάγεται στην D^I.
  Έτσι, στο μοντέλο μας έχουμε ότι το a_1 έχει ένα R παιδί το a_2 που ανήκει στο B^I επομένως το $a_1 \in D^I$.
- Από το τ_3 συνεπάγεται ότι αν ένα στοιχείο x έχει ένα R παιδί που ανήκει ταυτόχρονα στην A^I και D^I τότε το στοιχείο x δεν ανηκει ταυτόχρονα και στο C_1^I και στο C_2^I.
  Στο μοντέλο μας το μόνο στοιχείο που έχει R παιδιά που ανήκουν στην A^I και D^I είναι το a_0, το οποίο $a_0 \in (\neg C_2)^I$, επομένως πράματι δεν ανήκει ταυτόχρονα στα

Άρα βλέπουμε ότι το

$\Delta^I = \{a_0, a_1, a_2\}$

$R^I = \{(a_0, a_1), (a_1, a_2)\}$

$A^I = \{a_1\}$

$B^I = \{a_2\}$

$C^I = \{a_0\}$

$C_1^I = \{a_0\}$

$C_2^I = \{\}$

$D^I = \{a_1\}$

είναι μοντέλο.

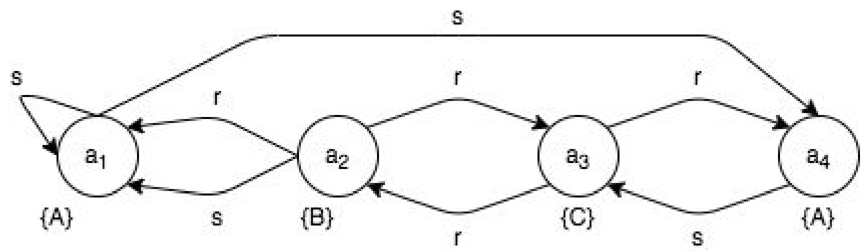
Επομένως υπάρχει μοντέλο της $C \sqcap C_1 \sqcap \neg C_2$ για το δεδομένο TBox και άρα η $C \sqsubseteq \neg C_1 \sqcup C_2$ δεν είναι λογικό συμπέρασμα του TBox.

Ερώτημα 2

Έστω η ερμηνεία $\mathcal{I}$ με $\Delta^{\mathcal{I}} = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$, $A^{\mathcal{I}} = \{a_1, a_4\}$, $B^{\mathcal{I}} = \{a_2\}$, $C^{\mathcal{I}} = \{a_3\}$, $r^{\mathcal{I}} = \{(a_2, a_1), (a_2, a_3), (a_3, a_2), (a_3, a_4)\}$ και $s^{\mathcal{I}} = \{(a_1, a_1), (a_1, a_4), (a_2, a_1), (a_4, a_3)\}$, η οποία αποτελεί μοντέλο μίας γνώσης $\mathcal{K}$. Δώστε την ερμηνεία των παρακάτω εννοιών της γνώσης $\mathcal{K}$, στο μοντέλο αυτό, δηλαδή, για κάθε μία από τις παρακάτω έννοιες X δώστε το σύνολο $X^{\mathcal{I}}$:

$$\forall r.\forall s.\bot \qquad \exists s.\exists r^{-}.\top \qquad \forall s.(A \sqcup \exists r.\top) \qquad \exists r.\exists.r.\exists r^{-}.\top$$

Η ερμηνεία αυτή φαίνεται και γραφικά εδώ:



∀r.∀s.⊥

Στην ερμηνεία αυτή ανήκουν τα αντικείμενα που ή δεν έχουν r παιδιά ή τα αντικείμενα που έχουν r παιδια τα οποία δεν έχουν s παιδιά.
Άρα εδώ έχουμε ότι ∀r.∀s.⊥ = $\{a_1, a_4\}$.

∃s∃ r^-.T

Στην ερμηνεία αυτή ανήκουν τα αντικείμενα που έχουν τουλάχιστον ένα s παιδι στο οποίο καταλήγει τουλάχιστον μια r σχέση.
Άρα εδώ έχουμε ότι ∃s∃ r^-.T = $\{a_1, a_2, a_4\}$.

∀s.(A⊔∃rT)

Στην ερμηνεία αυτή ανήκουν τα αντικείμενα που δεν έχουν s παιδιά ή που όλα τα s παιδιά τους ανήκουν είτε στο A είτε έχουν r παιδιά.
Άρα εδώ έχουμε ότι ∀s.(A⊔∃rT) = $\{a_2, a_3, a_4\}$.

∃r∃r∃ r^-.T

Στην ερμηνεία αυτή ανήκουν τα αντικείμενα που έχουν τουλάχιστον ένα r παιδί, το οποίο έχει τουλάχιστον ένα r παιδί στο οποίο καταλήγει τουλάχιστον μια r σχέση.
Άρα εδώ έχουμε ότι **∃r∃r∃ r^-.T** = $\{a_2, a_3\}$.

Ερώτημα 3

Δίνεται μια βάση γνώσης $\mathcal{K}$ που χρησιμοποιεί τις έννοιες Άνθρωπος και τους ρόλους έχειΣύζυγο και έχειΠαιδί. Ορίστε, αν είναι εφικτό, σε σύνταξη ΠΛ (όποιας εκφραστικότητας επιθυμείτε) τις εξής έννοιες:

1. ΕτεροθαλήςΑδελφόςΜεΜοναδικάΠαιδιάΕναΑνύπαντροΠαιδίΚαίΕναΠαντρεμένοΠαδίΜεΕγγόνια
2. ΑδελφόςΑνύπατρουΓονιούΜεΤρίαΕγγόνια

Εξηγήστε τους ορισμούς σας.

Η αρχική βάση γνώσης έχει μόνο τα εξείς:

Εννοιες: Άνθρωπος
Ρόλοι: έχειΣύζυγο, έχειΠαιδί

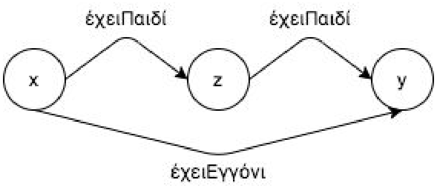
Θεωρούμε ότι η σημασιολογία τους είναι η εξής:
έχειΣύζυγο σημαίνει ότι έχει παντρευτεί κάποιον/α και έχειΠαιδί σημαίνει ότι αναγνωρίζεται νομικά ως γονέας ενός παιδιού.

Προσθετουμε τους παρακάτω ρόλους στη γνώση μας:

έχειΓονίο ≡ έχειΠαιδί$^{-}$
Προσθέτω στη βάση γνώσης τη σχέση έχειΓονίο και είναι αντίστροφη της σχέσεις έχειΠαιδί, δηλαδή όταν έχουμε το (γονιός,παιδί) ∈ έχειΠαιδί, δηλαδή ο “γονιός” έχει παιδί το “παιδί” το αντιστροφο του (παιδί,Γονιό) ∈ έχειΓονιό , ισχύει και δηλώνει ότι το “παιδί” έχει γονιό τον “γονιό”

έχειΣύζυγο ≡ έχειΣύζυγο^{-}
Για πληρότητα προσθέτουμε στην βάση γνώση μας την σχέση έχει Σύζυγο που είναι αντίστροφη της σχέσης έχειΣύζυγο, δηλαδή όταν έχουμε το (μαρία,νίκος) ∈ έχειΣύζυγο, δηλαδή η “μαρία” έχει συζυγο τον “νίκο” το αντιστροφο του (νίκος,μαρία) ∈ έχειΣύζυγο , ισχύει και δηλώνει ότι ο “νίκος” έχει σύζυγο την “μαρία”.
Άρα τώρα έγινε overwrite της σχέσης “έχειΣύζυγο” και ισχύει και η (x,y) και η (y,x) εκδοχή της.

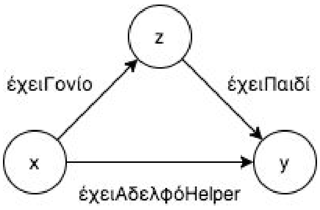
έχειΕγγόνι ≡ έχειΠαιδί ∘ έχειΠαιδί
Προσθέτω στη βάση γνώσης τη σχέση έχειΕγγόνι και την ορίζουμε ως:



Σύμφωνα με τον ορισμό της σύνθεσης ρόλων.
Δηλαδή εννοούμε ότι ο x έχει κάποιο παιδί z το οποίο έχει κάποιο y, αν υπάρχει αυτή η διαδρομή τότε λέμε ότι ο x έχειΕγγόνι το y

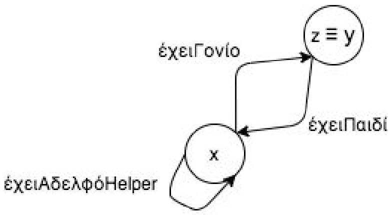
$\text{έχειΑδελφό}Helper \equiv \text{έχειΓονιό} \circ \text{έχειΠαιδί}$

Προσθέτω στη βάση γνώσης τη σχέση έχειΑδελφόHelper για να μας βοηθήσει να εκφράσουμε στην συνεχεια το cn έχειΑδελφό και την ορίζουμε ως:



Γράφος 1

Βέβαια αυτή η σχέση θα μπορούσε να ικανοποιείται και με τον ακόλουθο γράφο:

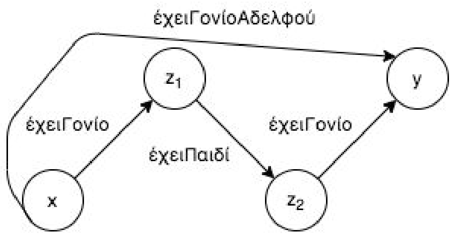


Γράφος 2

Αυτό το θέμα θα το αντιμετωπίσουμε όμως στο CN έχειΑδελφό(γράφος 1), για να δηλώσουμε ότι κάποιος έχει αδελφό καποιον αλλον(και ότι δεν είναι αδελφός με τον ίδιο του τον εαυτό- γράφος 2)

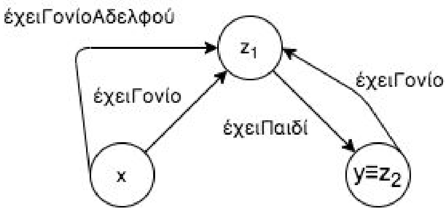
$\text{έχειΓονιόΑδελφού} \equiv \text{έχειΓονιό} \circ \text{έχειΠαιδί} \circ \text{έχειΓονιό}$

Προσθέτω στη βάση γνώσης τη σχέση έχειΓονιόΑδελφόυ για να μας βοηθήσει να εκφράσουμε στην συνεχεια το CN ετεροθαλήςΑδελφός και την ορίζουμε ως:



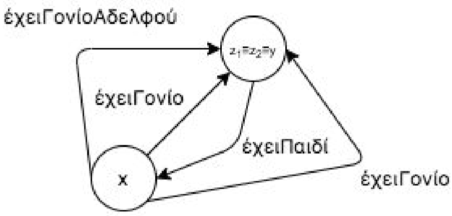
Γράφος 1

Βέβαια αυτή η σχέση θα μπορούσε να ικανοποιείται και με τον ακόλουθο γράφο:



Γράφος 2

και με τον ακόλουθο γράφο:



Γράφος 3

Αυτό το θέμα θα το αντιμετωπίσουμε όμως στο C.N. ετεροθαλήςΑδελφος (γράφος 1) και θα αποκλείσουμε τους γράφους 2 και 3.

Προσθετουμε τις παρακάτω έννοιες στη γνώση μας:

έχειΕγγόνια ≡ ≥ 2 έχειΕγγόνι. Άνθρωπος

Θεωρούμε ότι το έχειΕγγόνια σημαίνει ότι έχει παραπάνω από δυο εγγόνια ή ακριβώς δύο εγγόνια. Έτσι, κάποιος έχειΕγγόνια αν το rn έχειΕγγόνι έχει περισσότερα από δύο βελάκια από τον κόμβο αυτού του κάποιου τα οποία καταλλήγουν σε κόμβους που έχουν την ετικέτα “Ανθρωποι”, δηλαδή τα εγγόνια του είναι άνθρωποι.

έχειΑδελφό ≡ ≥ 2 έχειΑδελφό*Helper*. Άνθρωπος

Για να αντιμετωπίσουμε το πρόβλημα που δημιουργεί ο γράφος 2 ορίζουμε να έχει τουλάχιστον 2 έχειΑδελφόHelper, αφού η μία σχέση επιστρέφει πάντα το αντικείμενο από το οποίο εκπορεύεται-βγαίνει (γράφος2) και η άλλη σχέση πηγαίνει σε κάποιο αντικείμενο που όντως είναι αδελφός, και η τρίτη σχέση πηγαίνει σε κάποιον άλλο αδερφό του και ούτως καθεξής μέχρι να μην έχει άλλα αδέλφια.
Αρα αυτό το cn επιστρέφει όλα τα αντικείμενα του κόσμου μας που έχουν τουλάχιστον ένα αδελφό

Ανύπαντρος ≡ Άνθρωπος Π $\forall$ έχειΣύζυγο $\perp$

Ανύπαντρος είναι κάποιος που είναι άνθρωπός και δεν έχει σχέση έχειΣυζυγο με κανένα αντικείμενο του κόσμου μας, δηλαδή δεν έχει παντρευτεί.

ετεροθαλήςΑδελφός ≡ ≥ 3 έχειΓονιόΑδελφού. Άνθρωπος

Για να αντιμετωπίσουμε το πρόβλημα που δημιουργεί ο γράφος 2 και ο γράφος 3 ορίζουμε να έχει τουλάχιστον τρείς σχέσης έχειΑδελφόHelper, αφού η μία σχέση επιστρέφει πάντα το αντικείμενο από το οποίο εκπορεύεται-βγαίνει (γράφος3), η άλλη σχέση είναι η περίπτωση του γράφου 2 , και η τρίτη σχέση πηγαίνει σε κάποι ετεροθαλή αδελφό, αν υπάρχει και 4 πηγαίνει σε κάποιον άλλον ετεροθαλή αδελφό του κλπ.
Αρα αυτό το cn επιστρέφει όλα τα αντικείμενα του κόσμου μας που έχουν τουλάχιστον ένα ετεροθαλή αδελφό.

έχειΔυοΜοναδικάΠαιδία ≡ ≥ 2 έχειΠαιδί. Άνθρωπος Π $\leq$ 2 έχειΠαιδί. Άνθρωπος

Εδώ το cn έχειΔυοΜοναδικάΠαιδία, επιστρέφει τα αντικείμενα του κόσμου που έχουν ακριβώς 2 παιδιά, αφού κόβει όσα έχουν λιγότερα και όσα έχουν περισσότερα

έχειΤρίαΕγγόνια ≡ ≥ 3 έχειΕγγόνι. Άνθρωπος Π $\leq$ 3 έχειΕγγόνι. Άνθρωπος

Αντιστοιχία επιστρέφει τα αντικείμενα που έχουν ακριβώς τρία εγγόνια.

είναιΠαντρεμένο ≡ Άνθρωπος Π $\exists$ έχειΣύζυγο.Άνθρωπος

Κάποιο αντικείμενο του κόσμου είναι παντρεμένο αν είναι άνθρωπος και συνδέεται με τουλάχιστον ένα αντικείμενο του κόσμου με την σχέση έχειΣυζυγο.
Θα μπορούσε να έχει πολλούς συζύγους-πολυγαμία.

είναιΑνύπατροςΓονιόςΜεΤρίαΕγγόνια ≡ Άνθρωπος Π ∃ έχειΓονιό.(Ανύπαντρος Π έχειΤρίαΕγγόνια)
Επιστρέφει τα αντικείμενα του κόσμου που είναι άνθρωποι και έχουν τουλάχιστον ένα Γονιό ο οποίος ανήκει στην κλάση, δηλαδή είναι, ανύπαντρος και έχει τρια εγγόνια.

Άρα συνολικά έχουμε:
Τους παρακάτω ρόλους RN στη γνώση μας:
έχειΣύζυγο (default ορισμός)
έχειΠαιδί (default ορισμός)
έχειΓονίο ≡ έχειΠαιδί$^{-}$
έχειΣύζυγο ≡ έχειΣύζυγο^{-}
έχειΕγγόνι ≡ έχειΠαιδί ∘ έχειΠαιδί
έχειΑδελφό*Helper* ≡ έχειΓονιό ∘ έχειΠαιδί
έχειΓονιόΑδελφού ≡ έχειΓονιό ∘ έχειΠαιδί ∘ έχειΓονιό

Τις παρακάτω έννοιες CN στη γνώση μας:
Άνθρωπος (default ορισμός)
έχειΕγγόνια ≡ ≥ 2 έχειΕγγόνι. Άνθρωπος
έχειΑδελφό ≡ ≥ 2 έχειΑδελφό*Helper*. Άνθρωπος
Ανύπαντρος ≡ Άνθρωπος Π ∀ έχειΣύζυγο ⊥
ετεροθαλήςΑδελφός ≡ ≥ 3 έχειΓονιόΑδελφού. Άνθρωπος
έχειΔυοΜοναδικάΠαιδία ≡ ≥ 2 έχειΠαιδί. Άνθρωπος Π ≤ 2 έχειΠαιδί. Άνθρωπος
έχειΤρίαΕγγόνια ≡ ≥ 3 έχειΕγγόνι. Άνθρωπος Π ≤ 3 έχειΕγγόνι. Άνθρωπος
είναιΠαντρεμένο ≡ Άνθρωπος Π ∃ έχειΣύζυγο.Άνθρωπος
είναιΑνύπατροςΓονιόςΜεΤρίαΕγγόνια ≡ Άνθρωπος Π ∃ έχειΓονιό.(Ανύπαντρος Π έχειΤρίαΕγγόνια)

Έτσι ορίζουμε τις εξείς ζητούμενες έννοιες CN:

ΕτεροθαλήςΑδελφός*Μ*εΜοναδικάΠαιδιάΈναΑνύπαντροΠαιδίΚαίΈναΠαντρεμένοΠαδίΜεΕγγόνια
≡ ετεροθαλήςΑδελφός Π (∃ έχειΠαιδί.Ανύπαντρο Π ∃ έχειΠαιδί.(είναιΠαντρεμένο Π έχειΕγγόνια)
Π έχειΔυοΜοναδικάΠαιδία)

Το cn ετεροθαλήςΑδελφός επιστρέφει όλα τα αντικείμενα του κόσμου που έχουν και είναι ετεροθαλή αδέλφια από αυτά κρατάμε όσα επιστρέφει η παρένθεση. Δηλαδή αυτά τα αντικείμενα του κόσμου που έχουν ανύπαντρο παιδί και έχουν (προφανως διαφορετικό) παιδί που είναι παντρεμένο και έχει εγγόνια και δεν έχουν άλλα παιδιά, δηλαδή έχουν ακριβώς 2 παιδιά.

ΑδελφόςΑνύπατρουΓονιούΜεΤρίαΕγγόνια

$\equiv$ (είναιΑνύπατροςΓονιόςΜεΤρίαΕγγόνια $\sqcap \geq 2$ $\exists$ έχειΑδελφό$Helper$.είναιΑνύπατροςΓονιόςΜεΤρίαΕγγόνια)
$\sqcup$ ($\neg$είναιΑνύπατροςΓονιόςΜεΤρίαΕγγόνια $\sqcap$ $\exists$ έχειΑδελφό$Helper$.είναιΑνύπατροςΓονιόςΜεΤρίαΕγγόνια)

Επειδή το rn έχειΑδεφλόHelper επιστρέφει είτε εμένα είτε τα αδέλφια μου, οπότε αν εγώ σιγουρα δεν ειμαι Ανυπαντρος Γονέας με τρία εγγόνια τότε αν ο έχειΑδελφόςHelper μου επιστρέψει κάτι που ανήκει στην κλάση, δηλαδή είναι, ανύπαντρος γονιός με τρία εγγόνια, τότε σιγουρα αυτο το κάτι δεν ειναι εγώ και άρα θα είναι κάποιος αδελφός μου.
Η άλλη περίπτωση είναι να είμαι σίγουρα ανύπνατρος γονέας με τρία εγγόνια, οπότε τώρα θέλω η έχειΑδελφόHelper να μου επιστρέψει τουλάχιστον 2 τέτοια αντικείμενα, καθώς το ένα θα είμαι σίγουρα εγώ και το δευτερο θα είναι όντως αδελφός.
Πιο τυπικά, το αριστερό κομμάτι του $\sqcup$ μέσω του είναιΑνύπατροςΓονιόςΜεΤρίαΕγγόνια επιστρέφει όλα τα αντικείμενα του κόσμου που είναι ανύπαντροι γονείς με τρια εγγονια και από αυτά κρατάω(λόγω του και) μόνο όσα έχουν δύο αντικείμενα του κόσμου που συνδέονται με την σχέση έχειΑδελφόHelper (το ένα θα είναι ο εαυτός του) και ανηκουν στην κλάση είναιΑνύπατροςΓονιόςΜεΤρίαΕγγόνια.
Το δεξί κομμάτι του μέσω του $\neg$είναιΑνύπατροςΓονιόςΜεΤρίαΕγγόνια επιστρέφει όλα τα αντικείεμνα του κόσμου που δεν είναι ανύπαντροι γονείς με τρια εγγονια και από αυτά κρατάω (λόγω του και) μόνο όσα έχουν τουλάχιστον μια σχέση της μορφής έχειΑδελφόHelper και ανηκουν στην κλάση είναιΑνύπατροςΓονιόςΜεΤρίαΕγγόνια. Σίγουρα αυτή η σχέση δεν είναι self loop αφού ο εαυτός μου σε αυτή τη περίπτωση δεν ανήκει στην κλάση αυτη.
Τέλος,μέσω του $\sqcup$ κρατάω και τις δύο περιπτώσεις, άρα κάλυψα κάθε σενάριο.