

例题

1.3

对于 $f(x + \frac{1}{x}) = \frac{x^2}{x^4+1}$

让 $t = x + \frac{1}{x}$, 然后将 $\frac{x^2}{x^4+1}$ 构造出由 $x + \frac{1}{x}$ 构成的式子

$$\text{即 } \frac{1}{x^2 + \frac{1}{x^2}} = \frac{1}{(x + \frac{1}{x})^2 - 2} = \frac{1}{t^2 - 2}$$

1.5

对于分段复合函数, 先画出内层函数的图像, 由图像来判断取值范围, 方便直观

- 例如 $f(u)$, $u = g(x)$, 先画出 $u = g(x)$ 的图像, 然后根据 $f(u)$ 中的 u 分段来选取相应的函数, 从而得出分段的复合函数

习题

1.5

- 关于对称轴的公式
- 变量代换问题

1.6

解:

1. 因为 $\sin x$ 的周期为 2π , 所以 $\arccos(\sin x)$ 的周期为 2π
2. $\arccos(\cos t) = t$, $t \in [0, \pi]$, 且由诱导公式 $\arccos(\sin x) = \arccos[\cos(x - \frac{\pi}{2})]$

找出一个周期即 2π 区间的函数, 然后以此延展即可 (且注意使用诱导公式)

由 1, 2 知

- $x \in [\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}], \cos(x - \frac{\pi}{2}) = \sin x, x - \frac{\pi}{2} \in [0, \pi]$
- $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}], \cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin x, \frac{\pi}{2} - x \in [0, \pi]$

由复合函数的单调性可以得知, 在一个周期内, 图像先增后减

还是有点未完全理解