

## Taller Integración

### Punto 1

Hacer pasos intermedios para la regla de Trapecio Simple

$$I = \int_a^b f(x) dx$$

• Para integrar aproximamos a un polinomio interpolador de grado 1

$$\Rightarrow f(x) \approx P_1(x) = \frac{x-b}{a-b} f(a) + \frac{x-a}{b-a} f(b)$$

ahora aplicamos la integral a  $P_1(x)$

$$\Rightarrow I = \int_a^b \left( \frac{x-b}{a-b} f(a) + \frac{x-a}{b-a} f(b) \right) dx$$

ahora resolvemos la integral

$$I = \int_a^b \frac{x-b}{a-b} f(a) dx + \int_a^b \frac{x-a}{b-a} f(b) dx$$

$$\Rightarrow \frac{f(a)}{a-b} \int_a^b (x-b) dx + \frac{f(b)}{b-a} \int_a^b (x-a) dx$$

$$\Rightarrow \frac{f(a)}{a-b} \left( \frac{x^2}{2} - bx \right) \Big|_a^b + \frac{f(b)}{b-a} \left( \frac{x^2}{2} - ax \right) \Big|_a^b$$



$$\Rightarrow I = \frac{f(a)}{a-b} \left( \frac{b^2}{2} - \frac{a^2}{2} - b^2 + ba \right) + \frac{f(b)}{b-a} \left( \frac{b^2}{2} - \frac{a^2}{2} + a^2 - ab \right)$$

$$\Rightarrow \frac{f(a)}{a-b} \left( \frac{b^2 - a^2 - 2b^2 + 2ba}{2} \right) + \frac{f(b)}{b-a} \left( \frac{b^2 - a^2 + 2a^2 - 2ab}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{f(a)}{a-b} \left( \frac{b^2 + 2ba - a^2}{2} \right) + \frac{f(b)}{b-a} \left( \frac{b^2 - 2b + a^2}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{f(a)}{-(b-a)} \left( \frac{-(b-a)^2}{2} \right) + \frac{f(b)}{b-a} \left( \frac{(b-a)^2}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \boxed{I = \left( \frac{b-a}{2} \right) (f(a) + f(b)) = \int_a^b P(x)}$$