Теплопроводность, детерминированное горение

Этап № 1

Содержание

# 1 Цель работы

Изучить методы математического моделирования на примере теплопроводности и детерминированного горения.

# 2 Задачи проекта

* Написать программу, решающую одномерное уравнение теплопроводности с адиабатическими граничными условиями, используя явную разностную схему. Исследовать поведение численного решения при различных значениях .
* Исследовать влияние на режим горения. При каком минимальном значении возникает пульсирующий режим?
* По профилю рассчитать положение фронта. Достаточно точным и простым способом является нахождение координаты с . Предлагается воспользоваться линейной интерполяцией между двумя соседними точками. Построить график скорости горения от координаты фронта.

# 3 Определения

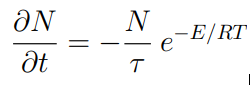
* Горение — это яркий и сложный природный процесс, который можно описать с помощью относительно простых моделей.
* Детерминированное горение - это процесс горения, который подчиняется определенным законам физики и химии.
* Теплопроводность — это передача тепла в веществе от горячих участков к холодным за счет взаимодействия частиц.

# 4 Основная часть

## 4.1 Размерная система уравнений

### 4.1.1 Закон Аррениуса для реакции первого порядка

Будем моделировать простейшим образом: вещество вида переходит в , при этом выделяется тепло. Для скорости воспользуемся законом Аррениуса для реакции первого порядка:

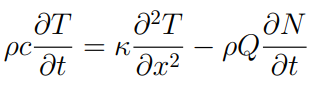


* — доля непрореагировавшего вещества , меняющаяся от — исходное состояние, до — все прореагировало.
* — энергия активации .
* — характерное время перераспределения энергии.
* — температура в данной точке.

## 4.2 Размерная система уравнений

### 4.2.1 Одномерный случай

В одномерном случае необходимо добавить уравнение теплопроводности с дополнительным членом, отвечающим за энерговыделение:

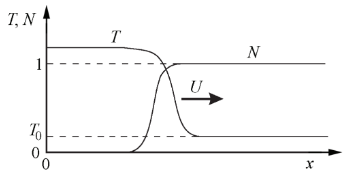


* — плотность,
* — удельная теплоемкость.
* — коэффициент теплопроводности.
* — удельное энерговыделение при .

## 4.3 Размерная система уравнений

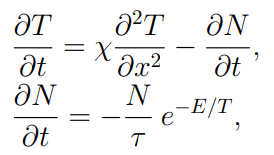
### 4.3.1 Одномерный случай

В этой системе уравнений возможен режим в виде самостоятельно распространяющейся волны горения:



## 4.4 Система уравнений для безразмерных величин

Поделив уравнение теплопроводности на и перейдя к безразмерным температуре и энергии активации , получим систему уравнений:



= κ/ρc называется коэффициентом температуропроводности.

Из имеющихся в системе уравнений и трех параметров наиболее интересна безразмерная энергия активации , равная отношению энергии активации к теплоте реакции. Именно этот параметр определяет режим волны горения, а остальные параметры и только масштабируют явление во времени и в пространстве.

## 4.5 Различные режимы горения

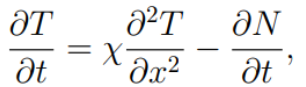
### 4.5.1 Одномерный случай

* Первый режим — скорость распространения волны постоянна, а профили температуры и концентрации переносятся вдоль оси не деформируясь.
* Второй режим — скорость волны переменная, и горение распространяется в виде чередующихся вспышек и угасаний. От значения параметра , зависит какой режим реализуется.

## 4.6 Различные режимы горения

### 4.6.1 Двумерный случай

Для моделирования волны горения в двумерном случае в уравнение:



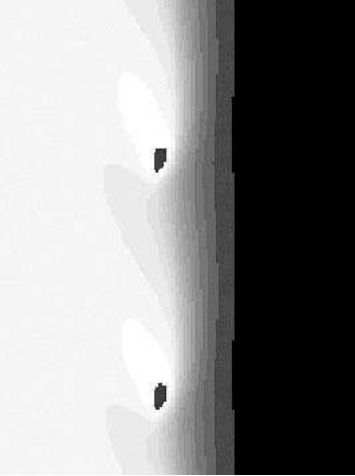
Нужно добавить перенос тепла по второй координате:



## 4.7 Различные режимы горения

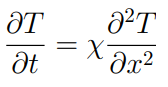
### 4.7.1 Спиновое горение

Кроме стационарного и пульсирующего режимов для этой двухмерной системы возможен третий режим распространения волны горения — спиновый. При этом фронт состоит из нескольких зон горения, распространяющихся по винтовой линии вдоль цилиндра.

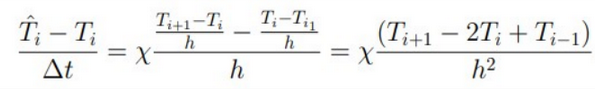


## 4.8 Явная разностная схема

Рассмотрим численные методы решения одномерного уравнения теплопроводности без химических реакций:

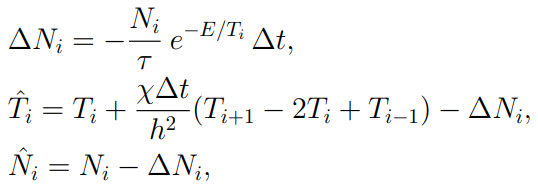


Для этого в уравнении теплопроводности заменим частные производные на разностные:



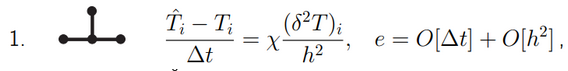
## 4.9 Явная разностная схема

Теперь, чтобы учесть , добавим к прошлой формуле изменение безразмерной температуры за счет энерговыделения в химических реакциях за шаг по времени:

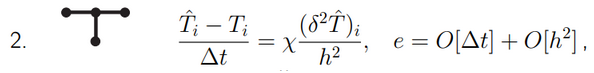


## 4.10 Неявные разностные схемы

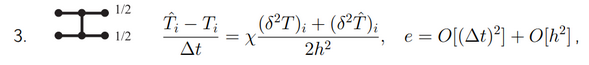
Явная схема, устойчива:



Неявная схема, всегда устойчива:

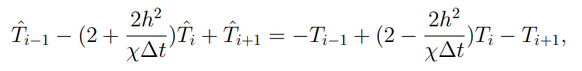


Неявная схема Кранка-Николсон, всегда устойчива:



## 4.11 Неявные разностные схемы

Преобразовав выражение для третьей схемы, получим систему n уравнений:



# 5 Заключительная часть

## 5.1 Результаты

Мы рассмотрели понятия теплопроводности и горения (детерминированного в том числе). Мы познакомились с понятиями, используемыми при изучении и построении уравнений теплопроводности и детерминированного горения.

## 5.2 Источники

Медведев Д. А., Куперштох А. Л., Прууэл Э. Р., Сатонкина Н. П., Карпов Д. И. Моделирование физических процессов и явлений на ПК: Учеб. пособие / Новосибирск: Новосиб. гос. ун-т., 2010. — 101 с.