

Fakultät für Mathematik

Arman Sadeghi Rad Matrikelnummer 12223560 Einführung in das mathematische Arbeiten Wintersemester 2022/2023

Übungsblatt 5B

Aufgabe 1. Der größte gemeinsame Teiler von a und m ist ggT(a, m). Daher ist auch die Aussage

$$ggT(\frac{a}{ggT(a,m)}, \frac{m}{ggT(a,m)}) = 1$$

richtig. Nach einem Satz von der Vorlesung gibt es $p,q\in\mathbb{Z}$, sodass

$$\frac{a}{\operatorname{ggT}(a,m)}p + \frac{m}{\operatorname{ggT}(a,m)}q = 1. \tag{1}$$

Nach einer Multiplikation mit b wird hergeleitet, dass

$$abp\frac{1}{\operatorname{ggT}(a,m)} + mbq\frac{1}{\operatorname{ggT}(a,m)} = b$$

und in der Resklasse von m

$$abp \frac{1}{\operatorname{ggT}(a, m)} \equiv b \mod m$$
 (2)

Für die Gleichungen 1 und 2 in der Restklasse von m, gelten auch p+km wenn $k \in \mathbb{Z}$. aber wenn $k = \operatorname{ggT}(a, m)$ dann gilt

$$ab(p+m\mathrm{ggT}(a,m))\frac{1}{\mathrm{ggT}(a,m)}=abp\frac{1}{\mathrm{ggT}(a,m)}+m\frac{\mathrm{ggT}(a,m)}{\mathrm{ggT}(a,m)}\equiv abp\frac{1}{\mathrm{ggT}(a,m)}\equiv b\mod m.$$

Daher gibt es nur ggT(a, m) Lösungen die mod m inkongruent sind.