قسمت دوم

طراحی سطح لغزش: جاده‌ای به سوی پایداری

مجموعه:	گزارش پیشرفت مشاور — بررسی عمیق
مدت:	۸ تا ۱۰ دقیقه
راوی:	مجری تنها
منابع:	بخش ۱.۲ گزارش مشاور

افتتاحیه: سطح لغزش چیست؟

در قسمت قبل، سیستم خود را تعریف کردیم — یک بردار حالت شش‌بعدی که آونگ معکوس مضاعف را توصیف می‌کند. حالا سوال این است: چطور آن را کنترل کنیم؟

رویکرد کنترل مُد لغزشی با یک ایده هوشمندانه شروع می‌شود. به جای اینکه مستقیماً بخواهیم حالت شش‌بعدی را به صفر برسانیم، ابتدا یک سطح هدف کم‌بعدتر در فضای حالت تعریف می‌کنیم. اگر بتوانیم سیستم را به آن سطح برسانیم و نگه‌داریم، دینامیک‌های کاهش‌یافته روی سطح تضمین می‌شوند که پایدارند. در واقع یک مسئله سخت شش‌بعدی را به دو زیرمسئله ساده‌تر تبدیل کرده‌ایم: رسیدن به سطح، و سپس ماندن روی آن.

مثلاً فرود هواپیما را در نظر بگیرید. سعی نمی‌کنید مستقیماً از ارتفاع پرواز به لمس باند برسید. ابتدا با مسیر فرود تلاقی می‌کنید — یک مسیر ورود از پیش تعریف‌شده — و سپس آن مسیر را دنبال می‌کنید. مسیر فرود همان سطح لغزش ماست. وقتی روی آن هستید، باقی فرود توسط یک مجموعه دینامیک بسیار ساده‌تر هدایت می‌شود.

معادله سطح

سطح لغزشی که در تمام چهار کنترل‌گر این پروژه استفاده می‌شود عبارت است از:

sigma = lambda-one * theta-one + lambda-two * theta-two + k-one * theta-one-dot + k-two * theta-two-dot

سیگما یک عدد اسکالر است — یک عدد واحد که حالت هر دو آونگ را خلاصه می‌کند. وقتی سیگما صفر باشد، روی سطح هستید. سطح یک ترکیب وزن‌دار از دو زاویه آونگ و سرعت‌های زاویه‌ای آن‌هاست. موقعیت و سرعت چرخ‌دستی مستقیماً در سیگما ظاهر نمی‌شوند — آن‌ها از طریق معادلات حرکت وارد می‌شوند وقتی سیگما را مشتق می‌گیریم.

وقتی سیگما صفر باشد، دینامیک‌ها چه شکلی دارند؟ سیستم کاهش‌یافته به دو معادله مستقل مرتبه اول تجزیه می‌شود: مشتق تتا-یک مساوی است با منفی لامبدا-یک تقسیم بر کا-یک ضربدر تتا-یک، و مشتق تتا-دو مساوی است با منفی لامبدا-دو تقسیم بر کا-دو ضربدر تتا-دو. اینها واپاشی‌های نمایی هستند. اگر و فقط اگر همه چهار پارامتر مثبت باشند، پایدارند.

این شرایط پایداری را می‌دهد: لامبدا-یک، لامبدا-دو، کا-یک، کا-دو باید همه به شکل دقیق از صفر بزرگ‌تر باشند. این نابرابری‌ها به حدود پایین سختی در بهینه‌سازی تبدیل می‌شوند — هر مجموعه بهره کاندیدا باید آن‌ها را ارضا کند، وگرنه فوری با حداکثر جریمه رد می‌شود.

چرا این سطح، نه سطح دیگری؟

گزارش به صراحت رد دو گزینه را مستند می‌کند. یک مشاور تقریباً حتماً در این مورد سوال می‌پرسد.

سطح لغزشی انتگرالی

این طراحی، سیگما را با انتگرال خطا غنی می‌کند. در نظریه، خطای ماندگار را حذف می‌کند. رد شد چون افزودن یک حالت انتگرال‌گیر یعنی آنالیز لیاپانوف باید یک متغیر حالت هفتم را در نظر بگیرد. برای سیستمی که از قبل شش

بُعدی است، این پیچیدگی اثبات را به شکل قابل توجهی افزایش می‌دهد بدون فایده متناسب — خطای ماندگار در شبیه‌سازی ما از قبل کوچک است.

سطح لغزشی پایانی

این طراحی جمله سرعت زاویه‌ای خطی را با یک توان کسری از خطا جایگزین می‌کند که نسبت توان کمتر از یک است. سطوح پایانی همگرایی زمان محدود را تضمین می‌کنند. رد شد چون توان کسری یک تکینگی مشتق در تعادل ایجاد می‌کند. وقتی زاویه آونگ دقیقاً صفر است، مشتق آن توان کسری منفجر می‌شود. این یک مشکل عددی در شبیه‌سازی است و یک مشکل فیزیکی روی سخت‌افزار است، جایی که کوانتیزاسیون حسگر تضمین می‌کند حالت هرگز دقیقاً روی صفر ننشیند.

سطح خطی

همین است که پروژه استفاده می‌کند. درجه نسبی دقیقاً یک است — که به صورت تحلیلی تصدیق شده. آنالیز لیاپانوف قابل حل است. بهینه‌سازی می‌تواند همه چهار پارامتر سطح را همزمان تنظیم کند. هیچ مشکل عددی در تعادل وجود ندارد. این توازن مناسب برای یک سیستم در سطح پایان‌نامه است.

بررسی درجه نسبی

درجه نسبی یک پیش‌نیاز فنی برای کنترل مُد لغزشی استاندارد است — باید دقیقاً برابر یک باشد. یعنی: سیگما را یک بار نسبت به زمان مشتق بگیرید، و ورودی کنترل u باید به صراحت ظاهر شود.

بررسی به این شکل است. سیگما را نسبت به زمان مشتق می‌گیریم. نتیجه شامل مشتقات تتا-یک و تتا-دو و شتاب‌های زاویه‌ای است. معادلات حرکت را جایگزین می‌کنیم: شتاب‌ها به معکوس ماتریس اینرسی ضربدر ماتریس B ضربدر u بستگی دارند، در کنار جملات دیگر. کنترل u از طریق حاصل‌ضرب L ضربدر معکوس M ضربدر B ظاهر می‌شود، که L بردار صفر-کا-یک-کا-دو است.

این حاصل‌ضرب یک اسکالر است. برای درجه نسبی یک، باید غیرصفر باشد. از آنجا که M برای هر پیکربندی فیزیکی DIP — هر مجموعه جرم‌ها و طول‌های مثبت — مثبت معین است، معکوسش خوش‌تعریف است و حاصل‌ضرب غیرصفر است. درجه نسبی یک تأیید می‌شود.

اگر درجه نسبی دو یا بیشتر بود، کنترل مُد لغزشی استاندارد شکست می‌خورد. به روش‌های مُد لغزشی مرتبه بالاتر نیاز داشتید که بسیار پیچیده‌ترند. انتخاب سطح خطی، همراه با ساختار فیزیکی DIP، دقیقاً درجه یک را می‌دهد.

شرط تطابق

شرط تطابق فرضی است که باعث می‌شود رد اغتشاش SMC کار کند. بیان می‌کند که اغتشاشات خارجی از همان کانال ورودی که سیگنال کنترل وارد می‌شود وارد سیستم می‌شوند.

برای DIP: نیروی کنترل به صورت افقی به چرخ‌دستی وارد می‌شود. اغتشاشات خارجی — لرزش کف، عدم قطعیت پارامتر، باد — نیز از طریق نیروها روی چرخ‌دستی وارد می‌شوند. وقتی سیگما-دات را می‌نویسید، اغتشاش d در همان جمله‌ای که u هست ظاهر می‌شود: L ضربدر معکوس M ضربدر B ضربدر مجموع u و d. چون از کانال یکسانی وارد می‌شوند، بهره سوئیچینگ K می‌تواند هر اغتشاشی را که اندازه‌اش از K کمتر است رد کند. نیازی نیست d را بدانید — فقط باید K به اندازه کافی بزرگ باشد.

این در حالت کلی تضمین نمی‌شود. این یک فرض است، و گزارش آن را به صراحت بیان می‌کند. برای سیستم ما — یک چرخ‌دستی با ورودی نیروی افقی و اغتشاشات روی همان چرخ‌دستی — معقول است.

> **[یادداشت صوتی:]** سطح چهار پارامتر قابل تنظیم دارد: لامبدا-یک، لامبدا-دو، کا-یک، کا-دو. بهینه‌سازی این‌ها را در محدوده ۰.۲ تا ۰.۳۰ جستجو می‌کند. حد پایین شرایط پایداری را با حاشیه تضمین می‌کند — هیچ بهره‌ای به زیر ۰.۲ نمی‌رود، بنابراین همه چهار نابرابری پایداری به صورت ساختاری ارضا می‌شوند. این چهار پارامتر بین همه چهار کنترل‌گر مشترک هستند. سطح لغزشی بین کنترل مُد لغزشی کلاسیک، الگوریتم ابر-پیچشی، تطبیقی، و هیبرید تطبیقی تغییر نمی‌کند. آنچه تغییر می‌کند قانون کنترل است — تابعی که سیگما را به نیرو تبدیل می‌کند.

نتیجه‌گیری

سطح لغزشی یک مسئله سخت چندبعدی را به یک مسئله دسترسی یک‌بعدی به علاوه یک سیستم کاهش‌یافته پایدار تبدیل می‌کند. شکل خطی برای پاکیزگی ریاضی و قابلیت اطمینان عددی انتخاب شد. شرط تطابق رد اغتشاش را

توجیه می‌کند. درجه نسبی یک تضمین می‌کند که کنترل مُد لغزشی استاندارد اعمال می‌شود.

در قسمت بعدی، چهار کنترل‌گر مختلف با این سطح مشترک را بررسی می‌کنیم. هر کدام چطور سیگما را به نیرو تبدیل می‌کنند؟

منابع گزارش: بخش ۱.۲ — معادلات eq:surface, eq:stability_cond