Parte I

Reflexión y Trasmición de ondas

Teniendo una solución propagante armónica ?? y un cambio repentino de medio (que se puede lograr en una cuerda cambiando la densidad) se genera un proceso de reflexión y transmisión de la onda propagante.
Dispongamos el cambio de medio de $x = 0$, en ese punto pedimos que la continuidad de las soluciones de la ecuación de onda, que implica que la coordenada y su derivada espacial valgan lo mismo, es decir

$$\psi_1(x=0,t) = \psi_2(x=0,t) \qquad \partial_x\psi_1(x=0,t) = \partial_x\psi_2(x=0,t)$$

y consideramos que tenemos un número de ondas para cada medio, es decir k_1 y k_2. De esta forma encontramos que

$$\begin{aligned} \psi_1(0,t) = (A+B)e^{i\omega t} = \psi_2(0,t) = Ce^{i\omega t} \qquad &\Rightarrow \qquad A+B = C \\ \partial_x\psi_1(0,t) = ik_1(B-A) = \partial_x\psi_2(0,t) = ik_2C \qquad &\Rightarrow \qquad A+B = \frac{k_2}{k_1}C \end{aligned}$$

con lo que obtenemos que

$$B = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}A \qquad C = \frac{2k_1}{k_2 + k_1}A \tag{0.1}$$

y definimos coeficientes de transmición y reflexión de la siguiente manera

$$T = \frac{C}{A} = \frac{2k_1}{k_1 + k_2} \qquad R = \frac{B}{A} = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \tag{0.2}$$

con lo que observamos que si $k_1 = k_2$ no hay reflexión, como es esperable, y la transmisión es total. Si el coeficiente $R = -1$, entonces $T = 0$ (observar que se verifica que $T - R = 1$), por lo que toda la señal es reflejada (que es el caso de ondas estacionarias). Estos coeficientes no dependen de la fase o la frecuencia de la onda incidente y además siempre van a ser reales, por lo que la reflexión y transmisión tendrá la misma fase inicial. En una cuerda la impedancia tiene un valor definido $Z = \sqrt{T_0\rho}$. En general la impedancia de un sistema es compleja, la parte real se denomina resistencia (determina el valor de la respuesta) y la parte imaginaria, reactancia (cambia la fase de la respuesta).
Con esta magnitud definida podemos reescribir los coeficientes de transmisión y reflexión de la siguiente forma

$$R = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \qquad T = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} \tag{0.3}$$

ya que $Z = \frac{T_0}{c} = T_0\frac{k}{\omega}$. Nuevamente vemos que no cambia la fase al reflejarse, y que si $Z_1 = Z_2$ la reflexión es nula (lo que se llama terminación perfecta).
Como ya mencionamos si la reflexión es total estamos en un caso de onda estacionaria. En este caso no existe transmisión, por lo que toda la energía que llega al borde debe ser devuelta (ya que si no el borde cambiaría su estado dinámico, empezando a acelerar) y por lo tanto en una onda estacionaria no hay flujo neto de energía (toda la energía que vino de la fuente vuelve a la fuente).