Parte I
Óptica geométrica

Esta óptica es estudio de elementos ópticos solo con consideraciones geometricas (ya que podemos despreciar la longitud de onda λ de la onda). En esta sección vamos a analizar como alterar frentes de ondas por medio de elementos refractantes y reflectantes, despreciando efectos físicos de la onda (ver **??**).
Para este estudio riguroso vamos a usar dos principios de gran importancia no solamente en la óptica sino también en otras ramas. Primeramente, tenemos el principio de Huygens (que después vamos a completar y formalizar en la sección **??**) que determina que cada frente de onda lo podemos describir como una sucesión de fuentes esféricas (con las mismas frecuencias que el frente) que generan la envolvente del frente; este principio tiene algunas limitaciones, pero se puede probar que es una consecuencias de la ecuación de onda. El segundo principio que vamos a utilizar es un principio variacional (el primero, históricamente, utilizado), el principio de Fermat, que pregona que el camino óptico que finalmente recorre un haz en ir de un punto A a un punto B es la solución estacionaria respecto a variaciones de dicho y en general consideraremos el camino óptico mínimo (ya que no existe máximo). Este principio lo podemos escribir así

$$\delta S = \delta \int_A^B n(s) ds = 0 \tag{0.1}$$

es decir que la variación de esa integral sea nula, por lo que el camino óptico (que podemos notar S o LCO, dependiendo del contexto) es estacionario. El principio se puede utilizar para encontrar la ley de Snell, considerando que le tiempo que tarda de ir de un punto a otro es mínimo, es decir

$$t = \frac{\vec{AO}}{v_1} + \frac{\vec{OB}}{v_2} = \frac{\sqrt{h^2+x^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{b^2+(a-x)^2}}{v_2}$$

siendo h la altura desde la interfaz al punto A, x la distancia paralela a la interface del punto A al punto de contacto, b la altura desde la interfaz hasta el punto B y a la distancia paralela a la interfaz del punto A al punto B. El único parametro es la distancia x, por lo que debemos derivar el tiempo respecto a dicho

$$\frac{dt}{dx} = \frac{x}{v_1\sqrt{h^2+x^2}} + \frac{-(a-x)}{v_2\sqrt{b^2+(a-x)^2}} = 0$$

lo que finalmente queda (considerando que $n = \frac{c}{v_1}$).

$$n_1 \operatorname{sen}(\theta_1) = n_2 \operatorname{sen}(\theta_2) \tag{0.2}$$

la ley de Snell

0.1. Lentes

Una lente es un sistema óptico refractor, es decir un sistema con una discontinuidad en el indice de refracción respecto al medio, que varia la distribución de la energía incidente. Con esta definición podemos clasificar como lentes variados objetos en variados espectros de rayos (UV, IR, microondas y hasta sonido). En este curso vamos a analizar lentes esféricas, sin considerar lentes asfericas (que se pueden analizar por medio del principio de Fermat y la geometría analítica) ya que son de muy dificiles de producir.
Analizemos un rayo que incide en una superfície esférica de radio R, el camino óptico que efectúa es

$$LCO = n_1 l_o + n_2 l_i$$

que podemos escribir utilizando el teorema del coseno de la siguiente manera

$$LCO = n_1\sqrt{R^2+(s_o+R)^2-2R(s_o+R)\cos(\phi)} + n_2\sqrt{R^2+(s_i-R)^2-2R(s_i-R)\cos(\phi)},$$

siendo s_o la distancia entre el vertice (el punto más cercano al objeto, por donde pasa el eje óptico de la superficie) y la fuente, llamado distancia objeto, mientras que s_i es la distancia imagen, donde se une el eje óptico y el haz refractado. El ángulo ϕ es el ángulo del radio vector del punto de incidencia del haz, que va a ser el parametro del camino óptico, es decir que vamos a hacer $\frac{dLCO}{d\phi} = 0$ lo que nos queda

$$\frac{n_1 R(s_o+R)\operatorname{sen}(\phi)}{2l_0} - \frac{n_2 R(s_i-R)\operatorname{sen}(\phi)}{2l_i} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{n_1}{l_o} + \frac{n_2}{l_i} = \frac{1}{R}(\frac{n_2 s_i}{l_i} - \frac{n_1 s_o}{l_o}.$$

Esta expresión es muy complicada de llevar a la práctica, por lo que se hace una aproximación a primer orden, que corresponde con $\operatorname{sen}(\phi) \approx \phi$ y los rayos son paraxiales, es decir $l_x = s_x$ para imagen y objeto, lo que se llama óptica gaussiana. De esta forma nos queda

$$\frac{n_1}{s_o} + \frac{n_2}{s_i} = \frac{n_2 - n_2}{R} \tag{0.3}$$

Podemos definir dos distancias importantes, denominadas foco objeto y foco imagen, que corresponden al punto donde el frente de onda converge en o del infinito respectivamente (es decir que el foco objeto corresponde a la distancia objeto donde el frente de onda en la lente es plano y el foco imagen corresponde a la distancia imagen que se forma al tener una un frente de onda plano incidente). Por lo tanto siguien la siguiente relación

$$f_o = \frac{n_1}{n_2 - n_1} R \qquad f_i = \frac{n_2}{n_2 - n_1} R \tag{0.4}$$

Otra clasificación importante es objeto e imagen virtual o real. Un objeto es real cuando los rayos convergen del objeto, mientras que es virtual si los rayos convergen hacia el. Lo contrario pasa para la imagen. En nuestra convención, la más usual en óptica geométrica, las distancias objeto e imagen son positivas si son reales (lo mismo aplica para el foco) y negativa si son virtuales.
Las lentes que vamos a analizar ahora son de dobre interfaz, en general dos indices de refracción, el del medio y el de la lente. La imagen de la primera interfaz va a pasar ser el objeto de la segunda interfaz, por lo que podemos considerar que $|s_{o_2}| = |s_{i_2}| + d$, siendo d el espesor de la lente entre vertices, y considerando la convención propuesta obtenemos $s_{o_2} = -s_{i_1} + d$ por lo que al sumar la relación **??** para ambas interfaces obtenemos

$$n_e \left(\frac{1}{s_{o_1}} + \frac{1}{s_{i_2}} \right) = (n_l - n_e) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) + \frac{n_l d}{(s_{i_1} - d) s_{i_1}} \tag{0.5}$$

y si despreciamos el valor d, es decir consideramos lentes delgadas, nos queda (considerando que las distancias son las mismas medidas desde cualquier vértice)

$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{(n_l - n_e)}{n_e} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \tag{0.6}$$

y podemos deducir que el foco imagen y foco objeto son iguales, por lo que obtenemos que

$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f} \tag{0.7}$$

denominada fórmula gaussiana para lentes delgadas.
Consideremos un objeto de extensión finita, que por abstraccion lo vemos como un conjunto infinito de puntos. De un gráfico podemos deducir, considerando que la altura debajo del eje óptico es negativa, que

$$M_T = \frac{y_o}{y_i} = -\frac{s_i}{s_o} \tag{0.8}$$

que es el aumento transversal de la imagen. Con un poco de trabajo algebraico podemos llegar a la formula newtoneana

$$x_o x_i = f^2 \tag{0.9}$$

donde x es la distancia del objeto o imagen al foco (donde queda evidente, considerando la convención, que como el f^2 es siempre positivo, la imagen y el objeto deben estar opuestos respecto al respectivo punto focal). El aumento lateral o longitudinal de una lente se define y vale lo siguiente

$$M_L = \frac{dx_i}{dx_o} = -\frac{f^2}{x_0^2} = -M_T \tag{0.10}$$

es decir que si la imagen está derecha los objetos parecen más cerca de lo que realmente están, que es lo que se logra con una lupa por ejemplo.

0.2. Espejos

Un espejo es un elemento puramente reflector, para el cual vamos a estudiar únicamente con la ley de reflexión **??**. La aproximación que vamos a tomar es que no absorben nada de la radiación incidente, es decir son espejos perfectos.
Analizar un espejo plano es una tarea muy sencilla, ya que lo único que hace es reflejar perfectamente sin alterar la imagen más que por un giro o inversión de los sentidos (observable en un simple trazado de rayos). De esta forma vamos a analizar espejos esféricos (dejando los asfericos de lado, pero dichos son estudiables fácilmente con la ley de reflexión y geometría analítica). Veamos un espejo concavo, que por convención tiene radio negativo (ya que el centro de la superficie se haya a la izquierda del vertice). La imagen puntual (ya que el objeto utilizado es puntual, ubicado en s_o) que se va a generar es de origen real, por lo que será positiva (esta es la conveción utlizada también para lentes), cruzará el eje optico a una distancia s_i del vertice. Considerando rayos paraxiales, es decir que la distancia entre el punto de contacto y la distancia objeto son aproximadamente iguales y lo mismo para la distancia imagen, podemos probar, por argumentos gráficos, que la siguiente expresión tiene validez

$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = -\frac{2}{R} \tag{0.11}$$

y de donde deducimos que el foco es igual a

$$f_o = f_i = -\frac{R}{2} \tag{0.12}$$

por lo que podemos deducir que

$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f} \tag{0.13}$$

donde queda evidente que podemos utilizar todas las ecuaciones derivadas para las lentes delgadas por similitud matemática, considerando la convención de signos correspondiente.