Versuch 103

TITEL

AUTOR A
authorA@udo.edu

AUTOR B
authorB@udo.edu

Durchführung: DATUM

Abgabe: DATUM

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung

Ziel dieses Versuchs ist es, den Elastizitätsmodul eines quadratischen und eines runden Stabes zu bestimmen.

2 Theorie

Eine Kraft, die auf eine Flächeneinheit eines Körpers wirkt, kann bei diesem eine Volumenänderung hervorrufen. Die Komponente dieser Kraft, die orthogonal zur Oberfläche des Versuchskörpers steht, wird als Normalspannung σ des Flächenelements bezeichnet. Diese Spannung wird durch das Hooke´sche Gesetz:

$$\sigma = E\frac{\Delta L}{L} \tag{1}$$

beschrieben. Dabei ist E der Elastizitätsmodul, welcher eine materialabhängige Konstante ist, und $\frac{\Delta L}{L}$ die relative Änderung von L einer linearen Körperdimension. Um den Elastizitätsmodul aus dieser relativen Änderung, welche zumeist sehr klein ist, zu bestimmen, muss diese sehr präzise gemessen werden, wozu nicht immer die Geräte zur Verfügung stehen. Daher wird für diesen Versuch die Auslenkung D aus einer Ruhelage für die Messung verwendet, da diese bereits bei kleineren Kräften entsteht. Die Messverfahren dieser Größe werden in Abschnitt 3 beschrieben.

2.1 Biegung bei einseitiger Einspannung

Die in Abschnitt 2 erwähnte Auslenkung D ist nicht über den gesamten Querschnitt Q des Stabes konstant, sondern variiert. Daher wird die Verschiebung eines Punktes der Oberfläche an der Stelle x des Stabes zur Ruhelage, wie in Abbildung 1 als $D(x)$ gemessen.

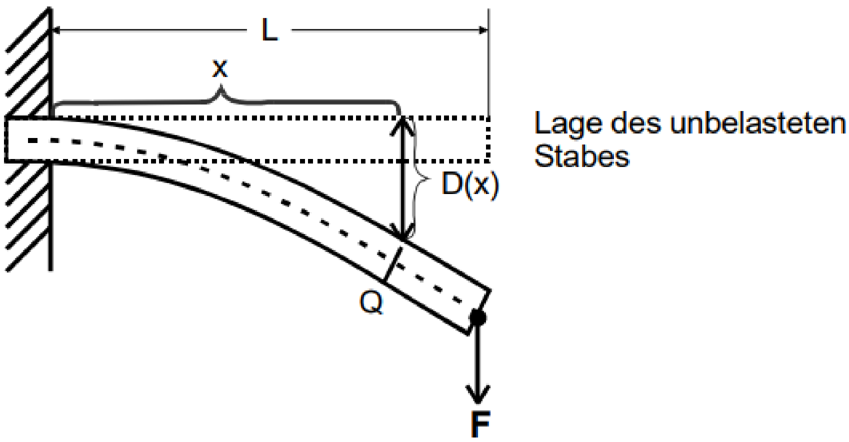

Abbildung 1: Einseitige Einspannung

Wirkt nun eine Kraft F wie in Abbildung 1 auf den Stab, bewirkt diese unterhalb der in Abbildung 1 gestrichelt eingezeichneten neutralen Faser, auf der keine Spannung auftritt, Druckspannungen und oberhalb Zugspannungen. Das Anwenden der Kraft erzeugt außerdem ein äußeres Drehmoment M_F. Da die eben erwähnten Zug- und Druckspannungen entgegengesetzt gleich sind, bewirken diese auch ein Drehmoment M_σ, wie in Abbildung 2 illustriert ist.

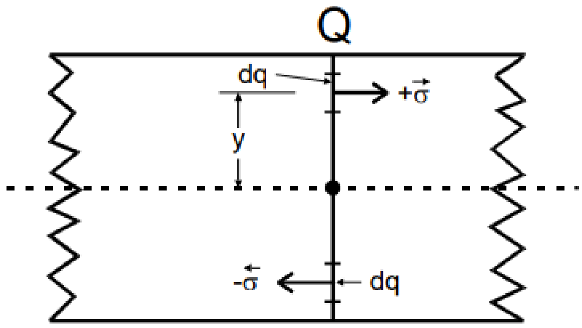

Abbildung 2: Einseitige Einspannung

Dieses lässt sich nach

$$M_\sigma = \int_Q y\sigma(y)dq \tag{2}$$

berechnen. Die Deformation des Stabes endet, wenn sich ein Gleichgewicht zwischen den Drehmomenten einstellt:

$$M_F = M_\sigma. \tag{3}$$

Der Betrag des äußere Drehmoments M_F ist hier über den Hebelarm $L - x$ definiert:

$$M_F = F(L - x). \tag{4}$$

Um nun den Elastizitätsmodul bestimmen zu können, wird die Beziehung zwischen Normalspannung und der Auslenkung D benötigt, welche sich zu:

$$\sigma = Ey\frac{d^2D}{dx^2} \tag{5}$$

ergibt. Aus (5), (2), (4) und dem Gleichgewicht der Momente nach (3) folgt:

$$E\frac{d^2D}{dx^2}\int_Q y^2 dq = F(L - x). \tag{6}$$

Woraus sich der Ausdruck:

$$I = \int_Q y^2 dq(y), \tag{7}$$

welcher als Flächenträgheitsmoment bezeichet wird, ergibt. Die Auslenkung D des Stabes an einer Stelle x kann dann nach der folgenden Formel berechnet werden:

$$D\left(x\right) = \frac{F}{2EI}\left(Lx^2 - \frac{x^3}{3}\right), \quad 0 \leq x \leq L. \tag{8}$$

2.2 Biegung bei beidseitiger Auflage

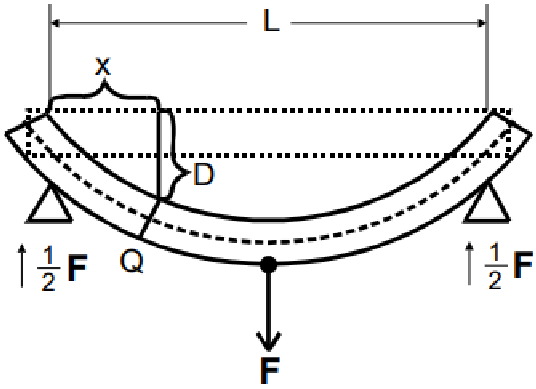

Abbildung 3: Beidseitige Auflage

Bei dem Wirken einer Kraft wie in Abbildung 3 auf einen beidseitig aufgelegten Stab ergeben sich zwei neue Drehmomente:

$$M_F = -\frac{F}{2}x, \qquad 0 \leq x \leq \frac{L}{2} \tag{9}$$

$$M_F = -\frac{F}{2}(L - x), \qquad \frac{L}{2} \leq x \leq L. \tag{10}$$

Damit folgt für die Auslenkung $D(x)$ der linken Stabhälfte:

$$D(x) = \frac{F}{48EI}\left(3L^2x - 4x^3\right), \quad 0 \leq x \leq \frac{L}{2} \tag{11}$$

und für die rechte Stabhälfte:

$$D(x) = \frac{F}{48EI}\left(4x^3 - 12Lx^2 + 9L^2x - L^3\right), \quad \frac{L}{2} \leq x \leq L. \tag{12}$$

3 Aufbau und Durchführung

Zur Messung des Elastizitätsmoduls werden jeweils 4 Messreihen für den runden und den quadratischen Stab durchgeführt. Zu beginn wurden die Maße der Stäbe aufgenommen, um deren Dichten zur Bestimmung des Materials zu erhalten und den Querschnitt für die Berechnung zu bestimmen. Für die folgenden Messverfahren wird ein Aufbau Abbildung 4 entsprechend verwendet.

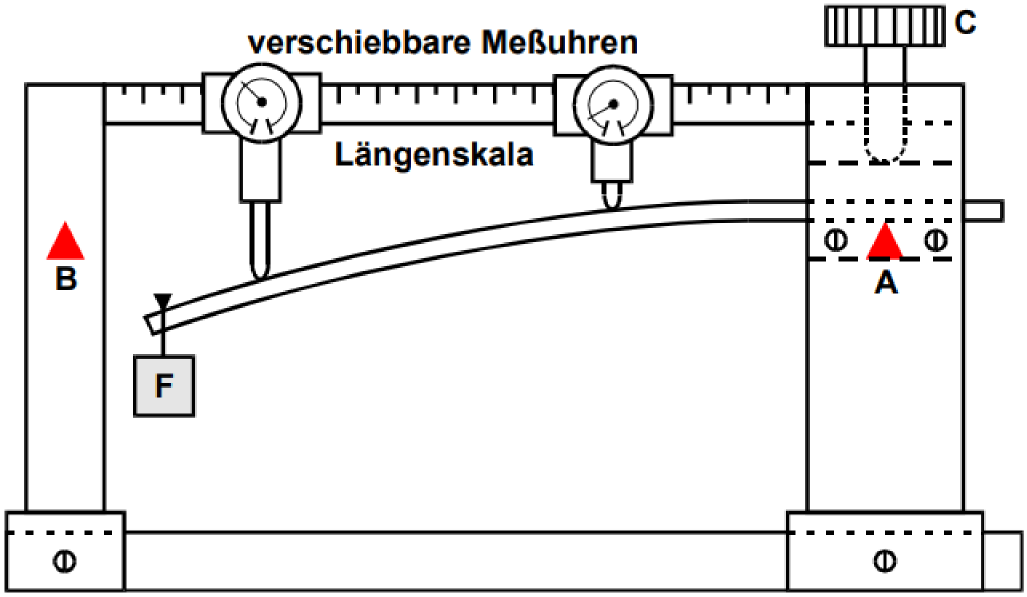

Abbildung 4: Messapperatur

3.1 Einseitige Einspannung

Bei der einseitigen Einspannung werden die Stäbe wie in Abbildung 4 an A eingespannt und zunächst eine Nullmessung, also eine Messung ohne angehängtes Gewicht F, für beide Stäbe durchgefürt und Werte $D_0(x)$ mit der rechten Messuhr in gleichmäßigen Abständen gemessen. Anschließend wird Abbildung 4 entsprechend das Gewicht F angehängt, welches so gewählt wird, dass die Auslenkung $D(x)$ aus der zuvor bestimmten Ruhelage zwischen 3mm und 7mm liegt, denn über 7mm verhalten sich die Stäbe nicht mehr elastisch. Es werden Werte $D_M(x)$ in den gleichen Abständen wie bei der Nullmessung aufgenommen, aus denen die Auslenkungen $D(x) = D_M(x) - D_0(x)$ berechnet werden.

3.2 Beidseitige Auflage

Es wird für die beidseitige Auflage der Stäbe auch die Apperatur aus Abbildung 4 verwendet und der Stab nur an den Stellen A und B aufgelegt. Zu beginn wird wie bei der einseitigen Einspannung eine Nullmessung von $D_0(x)$ für beide Stäbe durchgeführt, nur das hierbei zwischen rechts und links vom Mittelpunt der Stäbe unterschieden wird. Das Gewicht F wird hierbei anschließend in der Mitte des Stabes aufgehängt und groß gewählt, da die Auslenkung $D(x)$ sonst sehr klein sind. Die Messwerte der Auslenkung $D_M(x)$ werden entsprechend der Nullmessung dieser Messreihe rechts und links des Mittelpunktes für beide Stäbe aufgenommen. Die Auslenkungen $D(x)$ zu den Messwerten wird wie bei der einseitigen Einspannung berechnet.

4 Auswertung

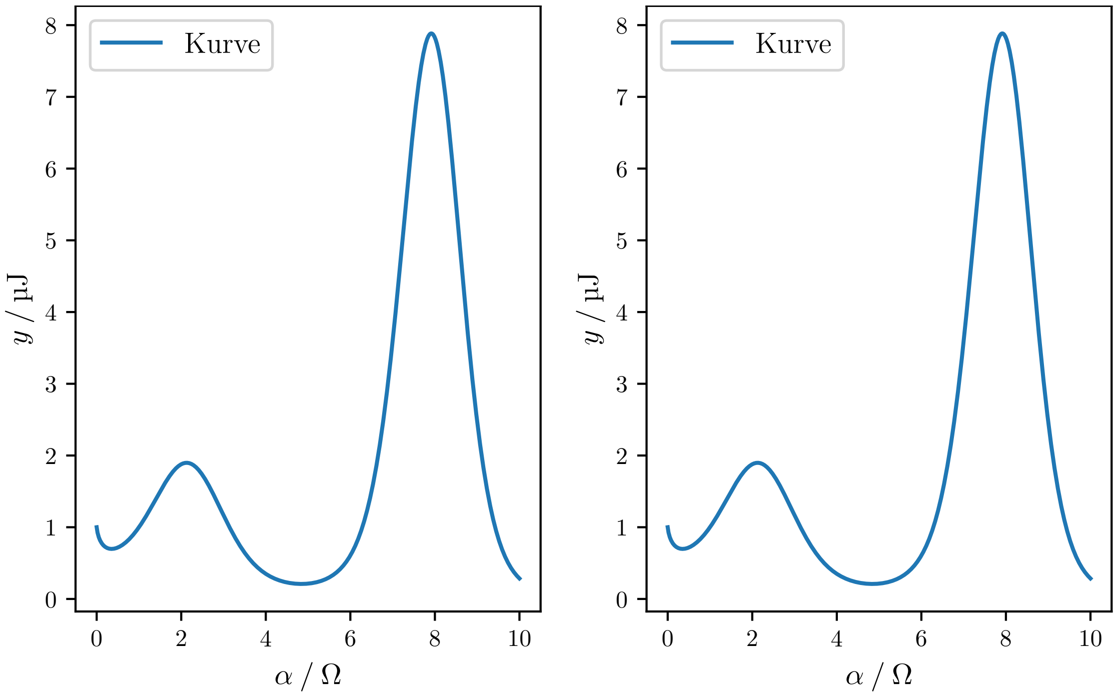

Abbildung 5: Plot.

Siehe Abbildung 5!

5 Diskussion

Literatur

[1] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: `http://matplotlib.org/`.

[2] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: `http://www.scipy.org/`.

[3] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: `http://pythonhosted.org/uncertainties/`.

[4] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: `http://www.numpy.org/`.

[5] *Versuch zum Literaturverzeichnis*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2014.