Versuch 107

Das Kugelfall-Viskosimeter nach Höppler

Sadiah Azeem
sadiah.azeem@tu-dortmund.de

Nils Metzner
nils.metzner@tu-dortmund.de

Durchführung: 23.11.2021

Abgabe: 30.11.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Theorie

2 Durchführung

3 Messwerte

Gemessene Werte für die Durchmesser der kleinen und der großen Kugel:

$$d_{gross} = 1.58\text{cm}$$
$$d_{klein} = 1.55\text{cm}$$

Tabelle 1: Die gemessenen Fallzeiten der Kugeln bei Raumtemperatur(20°C).

kleine Kugel		große Kugel	
t_{hin} / s	t_{zur} / s	t_{hin} / s	t_{zur} / s
6.27	6.47	41.01	41.80
6.82	6.20	41.16	41.01
6.18	6.30	41.07	40.86
6.30	6.13	40.63	40.30
5.88	6.08	41.05	40.56
6.16	6.08		
6.17	6.27		
6.02	6.73		
6.30	6.40		
5.87	6.58		

Tabelle 2: Die gemessenen Fallzeiten der Kugeln zu verschiedenen Temperaturen

	Messung 1		Messung 2	
T / °C	t_{hin} / s	t_{zur} / s	t_{hin} / s	t_{zur} / s
25	35.17	35.36	/	/
29	32.45	33.53	32.70	/
32	29.96	30.13	29.65	29.76
34	29.61	29.29	29.12	29.55
36	28.37	28.73	28.79	29.12
38	27.45	27.50	26.86	27.89
40	25.72	26.64	25.98	26.18
42	25.42	25.10	25.40	25.72
44	24.57	24.20	24.04	24.34
46	23.80	23.65	23.54	23.99
48	23.01	22.90	22.58	22.76
50	21.48	22.09	22.72	22.31

4 Auswertung

4.1 Volumina und Dichten

Zuerst wurden die Dichten ρ_{kl} und ρ_{gr} der kleinen und großen Kugel bestimmt.

Dazu wurden deren Massen $m_{kl} = 4.453\text{g}$ und $m_{gr} = 4.953\text{g}$, sowie deren Durchmesser verwendet und damit die Volumina mit $V = \frac{1}{6}\pi\,(d)^3$ berechnet:

$$V_{kl} = \frac{1}{6}\pi\,(1.55\text{cm})^3 \approx 1.9498\text{cm}^3$$
$$V_{gr} = \frac{1}{6}\pi\,(1.58\text{cm})^3 \approx 2.0652\text{cm}^3.$$

Anschließend wurden mit der Formel $\rho = \frac{m}{V}$ die Dichten der Kugeln berechnet:

$$\rho_{kl} = \frac{m_{kl}}{V_{kl}} \approx 2.2838\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$
$$\rho_{gr} = \frac{m_{gr}}{V_{gr}} \approx 2.3983\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

4.2 Fehlerformeln

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} x_k$$
$$\Delta\bar{x} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)}\sum_{k=1}^{N}(x_k - \bar{x})^2} = \sqrt{\bar{x^2} - \bar{x}^2}.$$

Für die Berechnung der Fehlerfortpflanzung wurde die Gauß´schen Fehlerfortpflanzung verwendet:

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\Delta y\right)^2 + ...}$$

4.3 Bestimmung der Apparaturkonstanten

Schließlich wurden der Mittelwert und die Standardabweichungen der Fallzeiten der Kugeln berechnet.
Für die kleine Kugel ergibt sich:

$$\bar{t}_{hin} = (6.197 \pm 0.256)\text{s}$$
$$\bar{t}_{zur} = (6.324 \pm 0.208)\text{s}.$$

Und für die große Kugel ergibt sich:

$$\bar{t}_{hin} = (40.984 \pm 0.184)\text{s}$$
$$\bar{t}_{zur} = (40.906 \pm 0.510)\text{s}.$$

Nun wurde mit (**??**) und der Apparaturkonstante $K_{kl} = 0.0764\text{mPa}\,\text{cm}^3/\text{g}$ der kleinen Kugel die dynamische Viskosität η berechnet, wobei die angegebene Apparaturkonstante sich auf die Strecke $\Delta s = 100\text{mm}$ bezieht, aber die Messdaten auf einer Strecke von $\Delta s = 50\text{mm}$ genommen wurden, müssen die gemessenen Zeiten verdoppelt werden, hier also mit $t_{hin} = (12.394 \pm 0.512)\text{s}$ und $t_{zur} = (12.648 \pm 0.416)\text{s}$:

$$\eta_{hin} = (1.32575 \pm 0.05477)\text{mPa}\,\text{s}$$
$$\eta_{zur} = (1.35292 \pm 0.04450)\text{mPa}\,\text{s}$$

Es wurde Gleichung (**??**) nach K umgeformt.
Mit dem nun bekannten η kann K_{gr} mit den Zeiten für die große Kugel $t_{hin} = (81.968 \pm 0.367)\text{s}$ und $t_{zur} = (81.812 \pm 1.019)\text{s}$ berechnet werden:

$$Hin : K_{gr} = \frac{\eta_{hin}}{(\rho_K - \rho_{Fl})t_{hin}} = (11.5521 \pm 0.4800)\frac{\mathrm{\mu Pa\,cm^3}}{\mathrm{g}}$$
$$Zurueck : K_{gr} = \frac{\eta_{zur}}{(\rho_K - \rho_{Fl})t_{zur}} = (11.8113 \pm 0.4154)\frac{\mathrm{\mu Pa\,cm^3}}{\mathrm{g}}$$

4.4 Andradesche Gleichung

Um die Konstanten A und B aus der Andradeschen Gleichung zu bestimmen, wurden die Werte der Messung zu verschiedenen Temperaturen aus Tabelle 2 gemittelt und die Standardabweichungen berechnet, sowie für die folgende Berechnung die Temperaturen in K angegeben.

Außerdem wurden die zugehörigen η nach (**??**) bestimmt.

Tabelle 3: Es wurden die Zeiten wieder verdoppelt, um sich, wie die Apparaturkonstanten, auf die Strecke von $\Delta s = 100$mm zu beziehen.

T / K	$\bar{t}_{hin}$ / s	$\bar{t}_{zur}$ / s	η_{hin} / mPa s	η_{zur} / mPa s
298.15	70.34	70.72	1.1386±0.0473	1.1705±0.0412
302.15	65.15±0.25	67.06	1.0554±0.0440	1.1107±0.0391
305.15	59.61±0.31	59.89±0.37	0.9657±0.0404	0.9922±0.0354
307.15	58.73±0.49	58.84±0.26	0.9528±0.0404	0.9740±0.0346
309.15	57.16±0.42	57.85±0.39	0.9273±0.0391	0.9595±0.0344
311.15	54.31±0.59	55.39±0.39	0.8821±0.0379	0.9199±0.0330
313.15	51.7±0.26	52.82±0.46	0.8398±0.0351	0.8772±0.0318
315.15	50.82±0.02	50.82±0.62	0.8255±0.0343	0.8440±0.0314
317.15	48.61±0.53	48.54±0.14	0.7907±0.0340	0.8073±0.0285
319.15	47.34±0.26	47.64±0.34	0.7701±0.0323	0.7923±0.0284
321.15	45.59±0.43	45.66±0.14	0.7427±0.0316	0.7606±0.0269
323.15	44.2±1.24	44.4±0.22	0.7201±0.0361	0.7396±0.0263

Nun wurde die Andradesche Gleichung (**??**) entsprechend umgeformt, um $\ln(\eta)$ in einem Diagramm gegen T^{-1} darzustellen, und dazu ein lineare Regression zu berechnen:

$$\ln(\eta) = \frac{B}{T} + \ln(A)$$

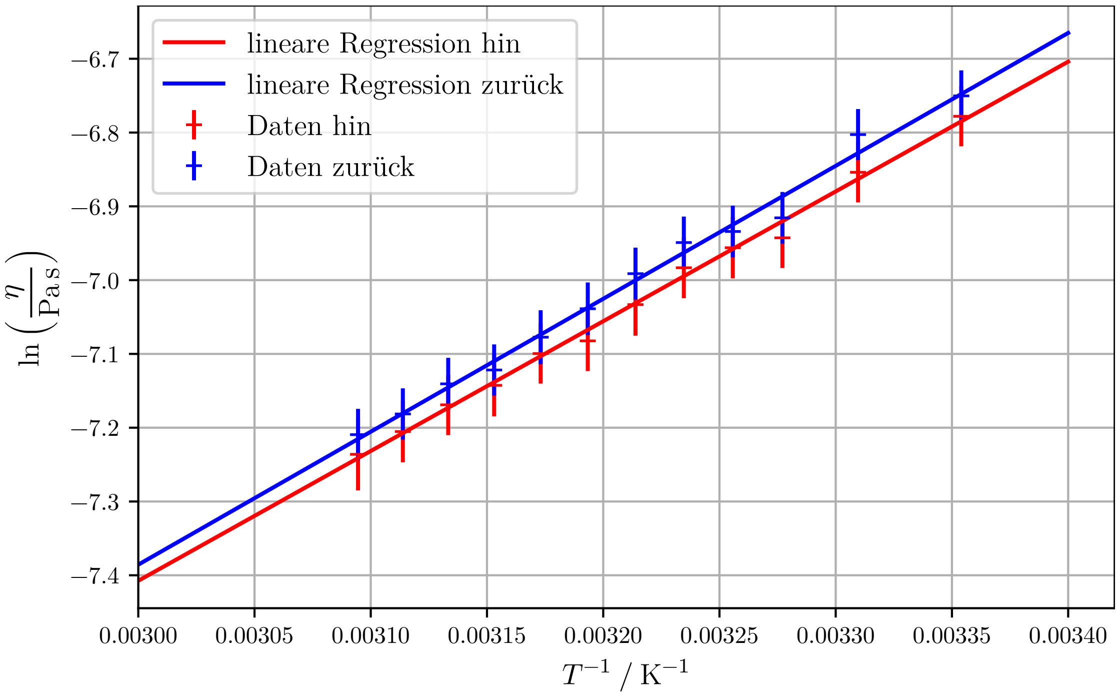

Abbildung 1: In diesem Diagramm ist T^{-1} gegen $\ln(\eta)$ mit den Daten aus Tabelle 3 aufgetragen, sowie die zugehörigen linearen Regressionen dargestellt.

Die Konstanten A und B der Andradeschen Gleichung ergeben sich danach für den Hinweg zu:

$$\begin{aligned} \ln(A_{hin}) &= (-12.6842 \pm 0.1248) \\ A_{hin} &= (3.0997 \pm 0.4120) \cdot 10^{-6} \\ B_{hin} &= (1758.9033 \pm 38.8663)\mathrm{K}. \end{aligned}$$

Und für den Rückweg ergibt sich:

$$\begin{aligned} \ln(A_{zur}) &= (-12.7903 \pm 0.1725) \\ A_{zur} &= (2.7877 \pm 0.5248) \cdot 10^{-6} \\ B_{zur} &= (1801.5717 \pm 53.7424)\mathrm{K}. \end{aligned}$$

Aus Abbildung 1 und den berechneten Konstanten erkennt man, dass die Unterteilung in Hin- und Rückweg nicht nötig ist, da sich die Fehlerbereiche immer überschneiden, sodass die Werte demnach nur statistische Fehler trennen.

4.5 Reynoldsche Zahl

Zuletzt wurde durch die Berechnung der Reynoldschen Zahl nach (**??**) überprüft, ob es sich bei der Strömung im Viskosimeter um eine laminare Strömung handelt.

Da die Gleichung von $\frac{1}{\eta t}$ abhängt, müssen nur deren kleinsten Werte betrachtet werden.

Da beide mit höheren Temperaturen sinken, werden nur die Werte für $T = 323.15\mathrm{K}$ bei der großen Kugel betrachtet.

Weil die Breite des Rohres nicht angegeben ist, wird näherungsweise der Durchmesser der großen Kugel für die sogenannte charakteristische Länge verwendet:

$$Re_{gr} = 49.0455 \pm 2.8176$$

Für die kleine Kugel ergibt sich für die Reynoldsche Zahl maximal:

$$Re_{kl} = 95.9856 \pm 5.0678$$

Beide berechneten Reynoldszahlen liegen deutlich unter dem Grenzwert von 2300, ab dem eine Strömung turbulent wäre, daher liegt hier keine turbulente Strömung vor.

5 Diskussion

Bei der Auswertung zeigt sich, dass sich die Viskosität des Wassers, wie nach der Andradeschen Gleichung zu erwarten war, mit steigender Temperatur verringert.

Auch tritt in allen berechneten Werten ein fast gleichbleibende Abweichung der dynamischen Viskosität von den Literaturwerten auf, da in Abbildung 1 die Ausgleichsgerade trotzdem gut an den Messwerten anliegt.

Bei Raumtemperatur wurde η bei der kleinen Kugel zu:

$$\eta = 1.32575\mathrm{mPa\,s}$$

bestimmt, wobei der Literaturwert

$$\eta = 1.005\mathrm{mPa\,s}$$

lautet.

Diese regelmäßige Abweichung aller Ergebnisse lassen sich auf systematische Fehler bei der Messung zurückführen.

Dort wurden beispielsweise die Zeiten mit der Stoppuhr des Handys gemessen und der Zeitpunkt, an dem gestoppt wird, per Augenmaß gewählt.

Dadurch ist die Zeitmessung an sich relativ ungenau.

Hinzu kommt, dass die Temperatur des Wassers in der Fallröhre nicht in selbiger gemessen wurde, sondern bevor es durch Pumpen im umliegenden Zylinder verteilt wurde.

Diese Verteilung ist ebenfalls nicht überall gleichmäßig und die Erwärmung des Wassers in der Fallröhre auf die gewünschte Temperatur kann nicht garantiert sein.

Zudem ist die Bestimmung der Apparaturkonstante der großen Kugel, mit Hilfe der Konstante der kleinen Kugel, sehr ungenau, da sie explizit für die Kugeln bestimmt werden müsste.

Außerdem können kleine Luftblasen in der Fallröhre und an der großen Kugel nicht ausgeschlossen werden, da diese bereits eine Beschädigung in Form einer unebenen Oberfläche aufwies.

Abgesehen von den systematischen Fehlern hat der Versuch die zu erwartenden Ergebnisse geliefert und ist bei Reduktion dieser Fehler gut geeignet, um die Temperaturabhängigkeit der dynamischen Viskosität von Wasser zu messen.

Literatur

[1] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: `http://matplotlib.org/`.

[2] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python.* Version 0.16.0. URL: `http://www.scipy.org/`.

[3] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties.* Version 2.4.6.1. URL: `http://pythonhosted.org/uncertainties/`.

[4] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: `http://www.numpy.org/`.