

Versuch 603

Der Compton-Effekt

Sadiah Azeem

sadiah.azeem@tu-dortmund.de

Nils Metzner

nils.metzner@tu-dortmund.de

Durchführung: 18.01.2022(online)

Abgabe: 25.01.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theorie	3
2.1	Compton-Effekt und Compton-Streuung	3
2.2	Bestimmung der Compton-Wellenlänge	4
2.3	Bragg'sche Reflexion	4
3	Durchführung	4
3.1	Aufnahme des Emissionsspektrums	5
3.2	Bestimmung der Transmission als Funktion der Wellenlänge	5
3.3	Bestimmung der Compton-Wellenlänge	5
3.4	Aufgaben zur Vorbereitung	6
4	Auswertung	7
4.1	Emissionsspektrum von Kupfer	7
4.2	Transmission T des Aluminiumabsorbers	8
4.3	Ermittlung der Compton-Wellenlänge	10
5	Diskussion	11
5.1	Emissionsspektrum	11
5.2	Compton-Wellenlänge	12
	Literatur	12

1 Zielsetzung

Ziel des Versuches zum Compton-Effekt ist es die Compton Wellenlänge λ_c mithilfe der Röntgenstrahlung zu bestimmen.

2 Theorie

2.1 Compton-Effekt und Compton-Streuung

Mit dem Compton-Effekt wird das Phänomen bezeichnet, dass die Wellenlänge von γ -Strahlung, wenn diese an einem Elektron gestreut werden, zu längeren Wellenlängen verschoben wird. Die in diesem Versuch verwendete Methode untersucht die Streuung von Röntgenstrahlung. Dabei treten inkoherente Streuung(Compton-Streuung) und koherente Streuung auf. Bei der Compton-Streuung trifft ein Photon auf ein freies Elektron und wechselwirkt mit diesem, wobei das Photon dabei einen Teil seiner Energie abgibt. Die Verschiebung zur längeren Compton-Wellenlänge wird in der Energie-Wellenlänge Relation

$$E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}, \quad (1)$$

mit dem Planck'schen Wirkungsquantum h und der Lichtgeschwindigkeit c , deutlich.[1] Das Photon wird dabei ebenfalls um den Winkel Θ (siehe Abbildung 1) gestreut und die Differenz der Wellenlängen $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ der einfallenden Wellenlänge λ_1 und der Compton verschobenen λ_2 lässt sich durch

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos(\Theta)), \quad (2)$$

mit der Masse des Elektrons m_e und der Compton-Wellenlänge $\lambda_c = \frac{h}{m_e c}$, ausdrücken.

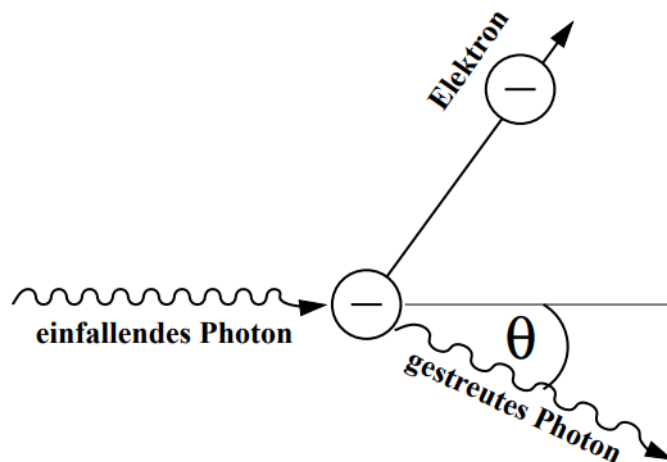


Abbildung 1: Die Streuung eines Photons an einem Elektron.[2]

2.2 Bestimmung der Compton-Wellenlänge

Um die Compton-Wellenlänge zu bestimmen wird die Transmisson und Absorption von Röntgenstrahlung durch Aluminium ausgenutzt. Denn die Transmisson nimmt mit steigender Wellenlänge ab und demnach die Absorption zu. Entsprechend wird die Intensität der einfallenden Welle I_0 nach dem Delamber'schen Gesetz

$$I = I_0 e^{-\mu d} \quad (3)$$

verringert. Dabei hat das absorbierende Material die Dicke d und der Absorptionskoeffizient μ setzt sich aus den Absorptionskoeffizienten der Paarbildung μ_{Paar} , des Photoeffekts μ_{Photo} und des Comptoneffekts μ_{Com}

$$\mu = \mu_{Paar} + \mu_{Photo} + \mu_{Com}$$

zusammen.

2.3 Bragg'sche Reflexion

Die Wellenlänge der Röntgenstrahlung λ wird mithilfe der Bragg'schen Reflexion untersucht. Dabei fällt die Röntgenstrahlung auf ein dreidimensionales Gitter, beispielsweise einen LiF-Kristall, und die Photonen werden dort an jedem Atom des Gitters gestreut. Die Röntgenstrahlung interferiert beim Glanzwinkel α konstruktiv und es folgt die Bragg'sche Bedingung

$$2d \sin(\alpha) = n\lambda. \quad (4)$$

Hierbei ist d die Gitterkonstante ($d_{LiF} = 201,4 \text{ pm}$) und n die Beugungsordnung.

3 Durchführung

In Abbildung 2 ist die Versuchsaппeratur zu sehen. Es wurde hier eine Kupfer-Röntgenröhre und als Gitter ein LiF-Kristall und ein Plexiglas-Streuer verwendet. Der verwendete Aufbau kann manuell oder per PC gesteuert werden. Für diesen Versuch wird eine Beschleunigungsspannung von 35 kV und ein Emissionsstrom von 1 mA eingestellt. Auf der integrierten Anzeige des Gerätes kann dann die Zählrate abgelesen werden.

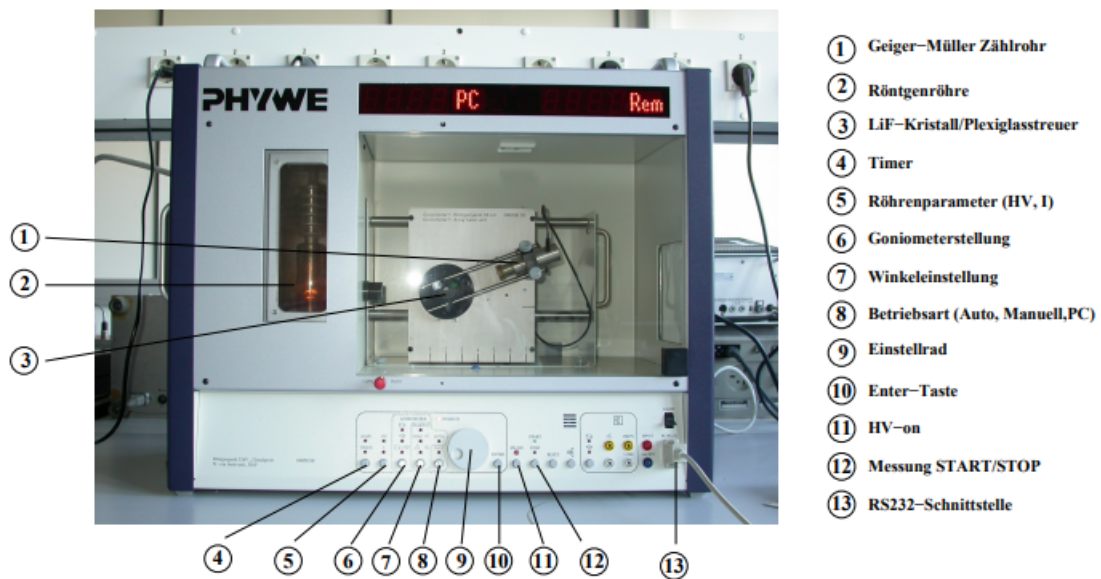


Abbildung 2: Die verwendete Versuchsaппaratur mit den einzelnen Komponenten.[2]

3.1 Aufnahme des Emissionsspektrums

Zur Aufnahme des Emissionsspektrums von Kupfer wurde eine 2 mm Blende und ein LiF-Kristall verwendet. Es wurde das Röntgenspektrum digital in $\Delta\alpha = 0,1^\circ$ -Schritten mit einer Integrationszeit $t = 10$ s gemessen. Der Winkel lag dabei zwischen $8^\circ \leq \alpha \leq 25^\circ$.

3.2 Bestimmung der Transmission als Funktion der Wellenlänge

Um die Transmission als Funktion der Wellenlängen zu bestimmen wurde in Schritten von $\Delta\alpha = 0,1^\circ$ und einer Integrationszeit $t = 200$ s die Zählrate der Röntgenstrahlung in einem Winkelbereich von $7^\circ \leq \alpha \leq 10^\circ$ gemessen. Dabei wurde einmal mit Aluminium-Absorber (N_{Al}) und einmal ohne (N_0) digital gemessen. Dafür wurde einmal der Aluminium-Absorber vor die 2 mm Blende gesetzt.

3.3 Bestimmung der Compton-Wellenlänge

Für die Bestimmung der Compton-Wellenlänge wurde die 2 mm Blende mit der 5 mm Blende und der LiF-Kristall durch einen Plexiglas-Streuer ersetzt. Die Integrationszeit betrug dabei $t = 300$ s und der Kristall wurde auf 45° eingestellt, sowie das Geiger-Müller-Zählrohr auf 90° . Es wurde Abbildung 3 entsprechend die Intensitäten I_0 , I_1 und I_2 gemessen. Dabei befand sich bei der Messung von I_0 kein Aluminium-Absorber in der Apparat. Dieser wurde zur Messung von I_1 zwischen die Röntgenröhre und den Streuer gesetzt und anschließend zur Messung von I_2 zwischen Streuer und Geiger-Müller-Zählrohr verbaut. Die Messungen der Intensitäten wurden fünf Mal wiederholt.

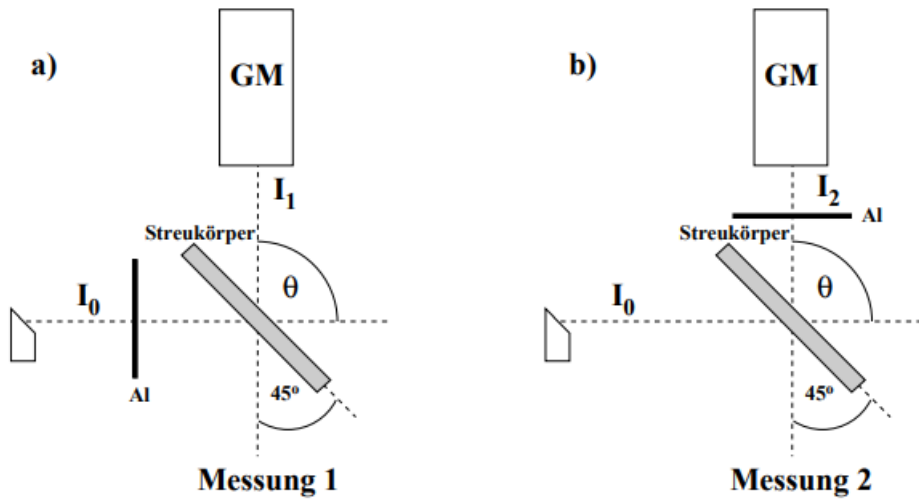


Abbildung 3: Der Aufbau des Experiments.[2]

3.4 Aufgaben zur Vorbereitung

Zur Vorbereitung sollten die Energien der Kupfer K_α und K_β Linien recherchiert werden.[3] Diese betragen

$$K_\alpha = 8047,78 \text{ eV}$$

$$K_\beta = 8905,29 \text{ eV}.$$

Außerdem sollten die zugehörigen Wellenlängen und Winkel α berechnet werden. Nach Gl.(1) ergibt sich

$$\lambda_{K_\alpha} = 15,4060 \text{ nm}$$

$$\lambda_{K_\beta} = 13,9225 \text{ nm}$$

und damit durch Gl.(4) mit $n = 1$ und $d = d_{LiF}$

$$\alpha_{K_\alpha} = 22,4869^\circ$$

$$\alpha_{K_\beta} = 20,2211^\circ.$$

Zuletzt sollte die Compton-Wellenlängen λ_c berechnet werden. Nach $\lambda_c = \frac{h}{m_e c}$ ergibt sich

$$\lambda_c = 2,4363 \text{ pm}.$$

Die verwendeten Konstanten h , c , m_e und e wurden [1] entnommen.

4 Auswertung

4.1 Emissionsspektrum von Kupfer

In Abbildung 4 ist das Bremsspektrum der Röntgenstrahlung, die auf das Kupfer trifft, zu sehen.

Es wird die Zählrate N der Impulse pro Sekunde gegen die Wellenlänge λ in Metern aufgetragen.

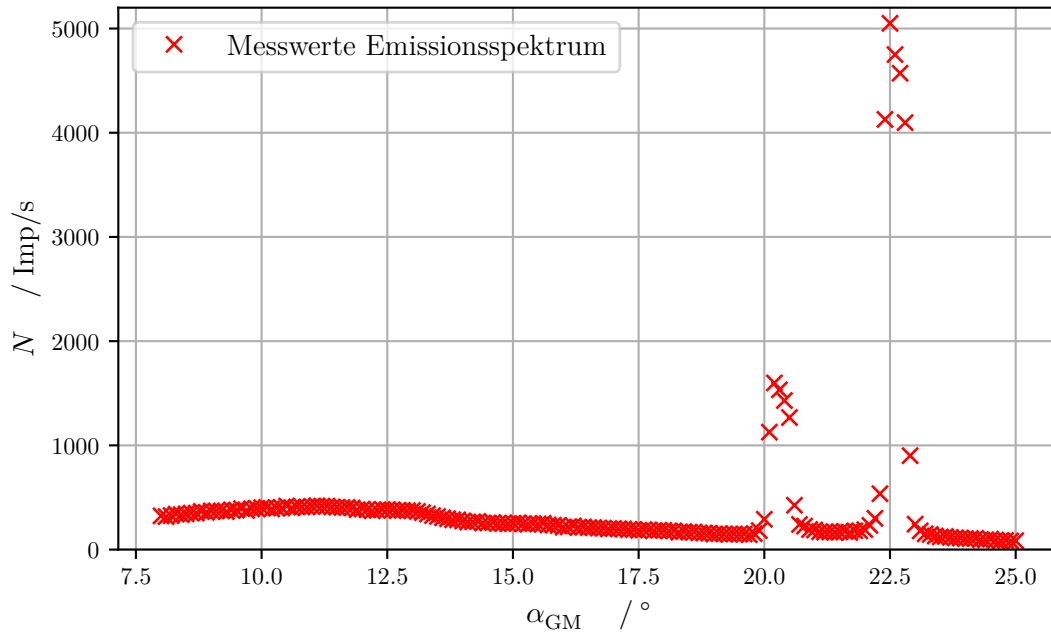


Abbildung 4: Das Emissionsspektrum von Kupfer mit gekennzeichneten Peaks. Der erste Peak stellt K_β dar, der zweite K_α .

Es sind die Peaks K_α und K_β bei den Winkeln $\alpha(K_\alpha) = 22,5^\circ$ und $\alpha(K_\beta) = 20,2^\circ$ zu erkennen.

Mit Hilfe der Formel

$$E = \frac{hc}{2d_{LiF} \sin(\alpha)}$$

nach Gl.(1) und Gl.(4) lassen sich die zu den Peaks gehörigen Energien zu

$$E(K_\alpha) = 8043,3545 \text{ eV}$$

$$E(K_\beta) = 8914,2038 \text{ eV}$$

bestimmen.

4.2 Transmission T des Aluminiumabsorbers

Die Funktion der Transmission $T(\lambda)$ beschreibt die Transmission der Röntgenstrahlung durch die Aluminiumplatte des Aufbaus in Abhängigkeit von der Wellenlänge.

Es wird die Totzeit τ des Geiger-Müller-Zählrohrs als $\tau = 90 \mu\text{s}$ angenommen. Die Integrationszeit der einzelnen Messungen lautet $t = 200 \text{ s}$.

Die Wellenlängen λ werden nach Gl.(4) mit $n = 1$, $d = d_{LiF}$ und den Winkeln α aus Tabelle 1 bestimmt. Die korrigierten Zählraten I werden nach

$$I = \frac{N}{1 - \tau N}$$

bestimmt und deren Fehler ergibt sich mit dem Fehler der Zählraten $\Delta N = \sqrt{N}$ nach Gaußscher-Fehlerfortpflanzung zu

$$\Delta I = \frac{\Delta N}{(90 \cdot 10^{-6} \text{ s} \cdot N - 1)^2}.$$

Der Fehler der Transmission $T = \frac{I_{Al}}{I_0}$ wird nach

$$\Delta T = \sqrt{\left(\frac{1}{I_0} \cdot \Delta I_{Al}\right)^2 + \left(-\frac{I_{Al}}{I_0^2} \cdot \Delta I_0\right)^2}$$

bestimmt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 1 aufgeführt.

Tabelle 1: .

$\alpha / ^\circ$	λ / pm	$I_0 / \text{Imp/s}$	$I_{Al} / \text{Imp/s}$	$T / \text{Imp/s}$
7.0	49.089	230.692 ± 1.108	114.671 ± 0.769	0.497 ± 0.004
7.1	49.787	236.947 ± 1.123	113.140 ± 0.764	0.477 ± 0.004
7.2	50.484	245.821 ± 1.146	113.140 ± 0.764	0.460 ± 0.004
7.3	51.118	253.662 ± 1.165	114.671 ± 0.769	0.452 ± 0.004
7.4	51.879	260.990 ± 1.183	116.203 ± 0.774	0.445 ± 0.004
7.5	52.576	268.327 ± 1.201	114.671 ± 0.769	0.427 ± 0.003
7.6	53.273	275.674 ± 1.218	114.161 ± 0.767	0.414 ± 0.003
7.7	53.970	283.030 ± 1.235	115.692 ± 0.772	0.409 ± 0.003
7.8	54.666	288.291 ± 1.248	115.182 ± 0.771	0.400 ± 0.003
7.9	55.363	297.245 ± 1.268	113.140 ± 0.761	0.381 ± 0.003
8.0	56.059	303.046 ± 1.282	110.590 ± 0.755	0.365 ± 0.003
8.1	56.755	308.325 ± 1.294	110.080 ± 0.753	0.357 ± 0.003
8.2	57.451	317.310 ± 1.314	109.060 ± 0.749	0.344 ± 0.003
8.3	58.147	319.956 ± 1.320	107.021 ± 0.742	0.334 ± 0.003
8.4	58.842	326.310 ± 1.334	105.492 ± 0.737	0.323 ± 0.003
8.5	59.538	333.732 ± 1.350	102.436 ± 0.726	0.307 ± 0.003
8.6	60.233	338.508 ± 1.361	100.908 ± 0.720	0.298 ± 0.002
8.7	60.928	342.757 ± 1.370	101.417 ± 0.722	0.296 ± 0.002
8.8	61.623	347.541 ± 1.381	98.363 ± 0.711	0.283 ± 0.002
8.9	62.317	351.265 ± 1.389	95.819 ± 0.701	0.273 ± 0.002
9.0	63.012	359.252 ± 1.406	93.277 ± 0.692	0.260 ± 0.002
9.1	63.706	361.384 ± 1.410	90.227 ± 0.680	0.250 ± 0.002
9.2	64.400	364.583 ± 1.417	88.703 ± 0.674	0.243 ± 0.002
9.3	65.094	368.317 ± 1.425	85.148 ± 0.660	0.231 ± 0.002
9.4	65.788	370.987 ± 1.431	83.625 ± 0.654	0.225 ± 0.002
9.5	66.481	375.794 ± 1.441	81.595 ± 0.646	0.217 ± 0.002
9.6	67.174	379.536 ± 1.449	79.059 ± 0.635	0.208 ± 0.002
9.7	67.868	381.675 ± 1.453	76.523 ± 0.625	0.200 ± 0.002
9.8	68.560	383.280 ± 1.457	74.496 ± 0.616	0.194 ± 0.002
9.9	69.253	388.098 ± 1.467	72.470 ± 0.608	0.187 ± 0.002
10.0	69.945	388.634 ± 1.468	68.925 ± 0.593	0.177 ± 0.002

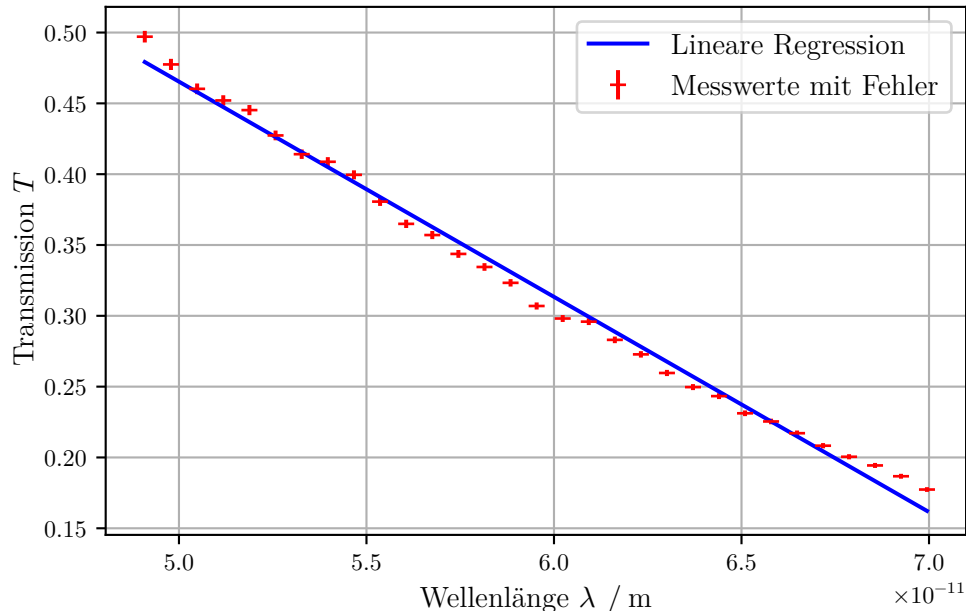


Abbildung 5: Die Transmission T in Abhängigkeit der Wellenlänge λ mit linearer Ausgleichsgeraden.

Die Ausgleichsgerade in Abbildung 5 hat eine Gleichung der Form $T(\lambda) = a \cdot \lambda + b$ mit den Parametern $a = (-1,519 \pm 0,024) \cdot 10^{10} \text{m}^{-1}$ und $b = 1,225 \pm 0,014$.

4.3 Ermittlung der Compton-Wellenlänge

Die Intensität $I_0 = 2731 \pm 50$ wird ohne Absorber, $I_1 = 1180 \pm 34$ und $I_2 = 1024 \pm 32$ mit Aluminiumabsorber zwischen Röntgenröhre und Plexiglas-Streuer bzw. zwischen Plexiglas-Streuer und Geiger-Müller-Zählrohr gemessen.

Die dazugehörige Integrationszeit beträgt $t = 300 \text{ s}$.

Aus den Intensitäten lassen sich die Transmissionen der Aufbauten mit $T_1 = \frac{I_1}{I_0}$ und $T_2 = \frac{I_2}{I_0}$ ermitteln.

Die Zählraten $N = \frac{I}{t}$ sind so klein das die Korrektur dieser nicht von nöten ist denn $1 - \frac{N}{N_{\text{kor}}}$ < 0,1 %.

Die Transmissonen ergeben sich zu $T_1 = 0,423 \pm 0,015$ und $T_2 = 0,375 \pm 0,014$ und

deren Fehler wurde nach

$$\Delta T_1 = \sqrt{\left(\frac{1}{I_0} \cdot \Delta I_1\right)^2 + \left(-\frac{I_1}{I_0^2} \cdot \Delta I_0\right)^2}$$

$$\Delta T_2 = \sqrt{\left(\frac{1}{I_0} \cdot \Delta I_2\right)^2 + \left(-\frac{I_2}{I_0^2} \cdot \Delta I_0\right)^2}$$

ermittelt.

Schließlich wird die Compton-Wellenlängen λ_C aus den Transmissionen und den Parametern der Ausgleichsgerade in Abbildung 5 bestimmt.

Mit

$$\lambda = \frac{T - b}{a}$$

ergeben sich

$$\lambda_1 = (52,8 \pm 1,4) \cdot 10^{-12} \text{m}$$

$$\lambda_2 = (56,0 \pm 1,3) \cdot 10^{-12} \text{m},$$

sodass die Compton-Wellenlänge sich auf $\lambda_C = \lambda_2 - \lambda_1 = (3,2 \pm 1,9) \cdot 10^{-12} \text{m}$ beläuft. Die Fehler der Wellenlängen λ_1 und λ_2 wurden nach

$$\Delta \lambda_1 = \sqrt{\left(\frac{1}{a} \cdot \Delta T_1\right)^2 + \left(-\frac{1}{a} \cdot \Delta b\right)^2 + \left(-\frac{T_1 - b}{a^2} \cdot \Delta a\right)^2}$$

$$\Delta \lambda_2 = \sqrt{\left(\frac{1}{a} \cdot \Delta T_2\right)^2 + \left(-\frac{1}{a} \cdot \Delta b\right)^2 + \left(-\frac{T_2 - b}{a^2} \cdot \Delta a\right)^2}$$

bestimmt und der Fehler der Compton-Wellenlänge nach

$$\Delta \lambda_C = \sqrt{(-\Delta \lambda_1)^2 + (\Delta \lambda_2)^2}$$

ermittelt.

5 Diskussion

5.1 Emissionsspektrum

$$E(K_{\alpha,exp}) = 8043,3545 \text{ eV}$$

$$E(K_{\alpha,lit}) = 8047,78 \text{ eV}$$

$$E(K_{\beta,exp}) = 8914,2038 \text{ eV}$$

$$E(K_{\beta,lit}) = 8905,29 \text{ eV}$$

Somit liegen die experimentell bestimmten Werte mit einer prozentualen Abweichung von jeweils 0,1% auffällig genau an den Literaturwerten.

Dies bestätigt die Eignung des Versuchsaufbaus zur Bestimmung des Emissionsspektrums. Da die Messung mit einem Röntgenapparat durchgeführt wird, welcher auch die Winkel des LiF-Kristalls einstellt, ist mit kleinen systematischen Fehlern zu rechnen.

5.2 Compton-Wellenlänge

$$\lambda_{C,theo} = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ m} \qquad \lambda_{C,exp} = (3,2 \pm 1,9) \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

Der theoretische Wert der Compton-Wellenlänge liegt im Fehlerintervall des experimentell bestimmten. Daher ist die Messung mit den gegebenen Unsicherheiten genau genug und geeignet die Compton-Wellenlänge zu ermitteln.

Der Compton-Effekt findet nicht im sichtbaren Spektrum statt, da die Zunahme der Wellenlänge relativ zur Wellenlänge geringfügig ist.

Darum scheint die Streuung ohne Energieverlust zu passieren und es ist kein Compton-Effekt wahrzunehmen.

Bei Wellenlängen im sichtbaren Bereich würde die Wechselwirkung mit Elektronen zu andern Effekten führen.

Literatur

- [1] Dieter Meschede. *Gerthsen Physik*. Springer Berlin Heidelberg, 2015.
- [2] *Versuch V603: Compton-Effekt*. TU Dortmund, Fakultät Physik.
- [3] *X-Ray Data Booklet*. URL: https://xdb.lbl.gov/Section1/Table_1-2.pdf (besucht am 21.01.2022).
- [4] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [5] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [6] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [7] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.