

Versuch Nummer 204

## **Wärmeleitung von Metallen**

Sadiah Azeem

sadiah.azeem@tu-dortmund.de

Nils Metzner

nils.metzner@tu-dortmund.de

Durchführung: 07.12.2021

Abgabe: 14.12.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Versuchsaufbau und Durchführung</b>	<b>4</b>
2.1	Vorbereitungsaufgaben . . . . .	4
2.2	Aufbau . . . . .	4
2.3	Aufgaben und Durchführung . . . . .	6
2.3.1	Durchführung statische Methode . . . . .	6
2.3.2	Durchführung dynamische Methode . . . . .	6
2.3.3	Abstände der Thermoelemente . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>7</b>
3.1	Statische Methode . . . . .	7
3.2	Dynamische Methode . . . . .	9
<b>4</b>	<b>Diskussion</b>	<b>11</b>
	<b>Literatur</b>	<b>12</b>

# 1 Theorie

Die Wärmeleitung eines Festkörpers ist ein Phänomen, das auftritt, wenn sich ein selbiger nicht im Temperaturgleichgewicht befindet.

Dann findet ein Wärmeaustausch durch Phononen und freie Elektronen nach dem 2. Hauptsatz der Thermodynamik entlang des Temperaturgefälles statt. Die Wärmemenge  $dQ$ , die in einer Zeit  $dt$  in einem Stab der Länge  $L$ , mit Dichte  $\rho$ , Querschnitt  $A$  und spezifischer Wärme  $c$  fließt, ist durch

$$dQ = -\kappa A \frac{\partial T}{\partial x} dt \quad (1)$$

definiert.

Aus (1) erhält man durch Umformen die Gleichung für die Wärmestromdichte

$$\frac{1}{A} \frac{dQ}{dt} = j_w = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x}. \quad (2)$$

Dabei ist  $\kappa$  der materialabhängige Wärmeleitkoeffizient des Stoffes. Aus (1) und (2) ergibt sich die eindimensionale Wärmeleitgleichung

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\kappa}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad (3)$$

in welcher der Ausdruck  $\frac{\kappa}{\rho c}$  als Temperaturleitfähigkeit bezeichnet wird.

Diese gibt an, mit welcher "Geschwindigkeit" sich ein Temperaturgefälle des entsprechenden Stoffes ausgleicht.

Wird nun ein langer Stab periodisch erwärmt, entsteht eine Temperaturwelle der Form

$$T(x, t) = T_{max} e^{-\sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\kappa}} x} \cos \left( \omega t - \sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\kappa}} x \right). \quad (4)$$

Für die Phasengeschwindigkeit  $v$  dieser Temperaturwelle ergibt sich

$$v = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{\omega 2\kappa}{\rho c}} \quad (5)$$

und für die Wärmeleitfähigkeit

$$\kappa = \frac{\rho c (\Delta x)^2}{2\Delta t \ln \left( \frac{A_{nah}}{A_{fern}} \right)}. \quad (6)$$

Hierbei sind die Amplituden  $A_{nah}$  und  $A_{fern}$  gegeben durch Messung selbiger an den Messstellen  $x_{nah}$  und  $x_{fern}$ .

Der Abstand dieser Messstellen ist  $\Delta x$  und  $\Delta t$  die Phasendifferenz der Welle zwischen den Messstellen.

## 2 Versuchsaufbau und Durchführung

### 2.1 Vorbereitungsaufgaben

Zur Vorbereitung auf den Versuch sollten die Dichte  $\rho$ , die spezifische Wärme  $c$  und die Wärmeleitfähigkeit  $\kappa$  von Aluminium, Edelstahl, Messing und Wasser recherchiert werden.

Diese sind in Tabelle 1 aufgeführt.

**Tabelle 1:** Alle hier aufgeführten Literaturwerte sind bei Raumtemperatur(20°C) genommen.  
Quellen:[1];[2];[3];

Stoff	$c \left[ \frac{\text{J}}{\text{gK}} \right]$	$\rho \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$	$\kappa \left[ \frac{\text{W}}{\text{mK}} \right]$
Aluminium	0.896	2700	237.0
Edelstahl	0.500	7900	113.0
Messing(CuZn37)	0.380	8400	15.0
Wasser	4.182	998	0.6

### 2.2 Aufbau

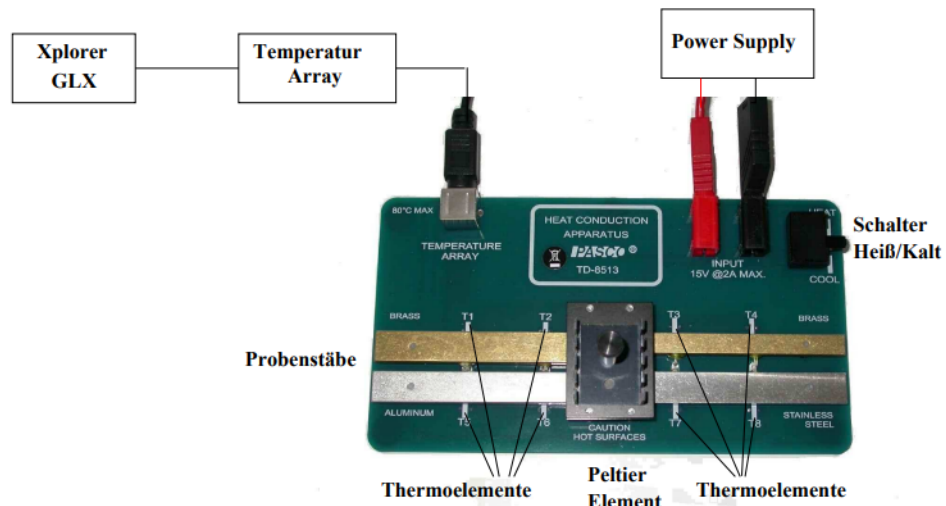
Für den Versuch wird eine Platine mit vier Probestäben (2 x Messing, 1 x Aluminium und 1 x Edelstahl) verwendet, wie sie in Abbildung 1 zu sehen ist.

Darauf sind die Thermoelemente T1-T8, jeweils zwei an zwei verschiedenen Stellen je Stab, und in der Mitte das Peltier-Element zum Erhitzen der Stäbe installiert.

Dies wird mit dem Schalter rechts oben auf der Platine ein- und ausgeschaltet.

Alle gemessenen Temperaturen der Thermoelemente werden an ein 8-faches Temperaturarray übermittelt und von jenem zum Datenlogger 'Xplorer GLX'(siehe Abbildung 2) zwecks Erfassung weitergeleitet.

Die Probestäbe haben die in Abbildung 3 angegebenen Maße und Materialeigenschaften.



**Abbildung 1:** Die im Experiment verwendete Versuchsplatine mit Beschriftung der Elemente darauf, sowie der angeschlossenen Geräte.  
Quelle:[8]



**Abbildung 2:** Eine Abbildung des Xplorer GLX mitsamt der Tastenbeschriftung.  
Quelle:[8]

Material	Abmessungen [cm]	$\rho [\frac{kg}{m^3}]$	$c[\frac{J}{kg \cdot K}]$
Messing (breit)	9 x 1.2 x 0.4	8520	385
Messing (schmal)	9 x 0.7 x 0.4	8520	385
Aluminium (breit)	9 x 1.2 x 0.4	2800	830
Edelstahl (breit)	9 x 1.2 x 0.4	8000	400

**Abbildung 3:** Die Tabelle mit den Maßen und Materialeigenschaften der Probestäbe.  
Quelle:[8]

## 2.3 Aufgaben und Durchführung

Es soll für alle vier Stäbe der gemessene zeitliche Verlauf der Temperaturänderung mit der statischen und der dynamischen Methode untersucht werden.

Zudem sollen die Wellenlänge, die Frequenz der Temperaturwelle nach periodischer Anregung und außerdem die Wärmeleitfähigkeit der drei Materialien nach der Angström-Methode (dynamische Methode) bestimmt werden.

### 2.3.1 Durchführung statische Methode

Für die statische Messung wurde am Datenlogger die Abtastrate  $\Delta t_{GLX}$  auf 5 s und die Spannung  $U_P$  am Power Supply auf 5 V eingestellt. Außerdem ist der Datenlogger so eingerichtet worden, dass alle acht Sensoren erfasst werden.

Es werden vor dem Start jeder Messung die Wärmeisolierungen auf die Stäbe gelegt, um den Wärmeverlust zu verringern.

Sie werden nach Abschluss der jeweiligen Messung abgenommen und das Peltier-Element auf 'COOL' eingestellt, sodass die Stäbe abkühlen.

Bei dieser Messreihe ist nach dem Einstellen des Peltier-Elementes auf 'HEAT' solange gemessen worden, bis ein Thermoelement, in diesem Falle Thermoelement T7, ca. 45 °C erreicht hatte.

Nach Abschluss der Messreihe wurden die Stäbe an der Luft auf unter 30 °C gekühlt und die Daten dem Datenlogger mit einem USB-Stick entnommen.

### 2.3.2 Durchführung dynamische Methode

Bei der dynamischen Methode, auch Angström-Methode genannt, werden die Stäbe periodisch erwärmt.

Am Datenlogger wurde hierbei die Abtastrate  $\Delta t_{GLX}$  auf 2 s und die Spannung  $U_P$  am Power Supply auf 8 V eingestellt.

Die erste Messreihe wurde mit einer Periodendauer von 80 s, also für 40 s der Schalter auf 'HEAT' und dann 40 s auf 'COOL' eingestellt.

Es wurde die Messreihe nach dem Messen von 10 Perioden beendet und die Stäbe abgekühlt.

In der zweiten Messreihe ist nahezu genauso verfahren worden, wie in der ersten Messreihe

der dynamischen Methode.

Als Periodendauer wurden hier 200 s verwendet und die Messung beendet, als eines der Thermoelemente 80 °C erreicht hat.

Anschließend wurden die Stäbe wieder gekühlt.

### 2.3.3 Abstände der Thermoelemente

Zuletzt sind die Abstände  $\Delta x$  der Thermoelemente an jedem Stab mit einer Schieblehre gemessen worden.

## 3 Auswertung

### 3.1 Statische Methode

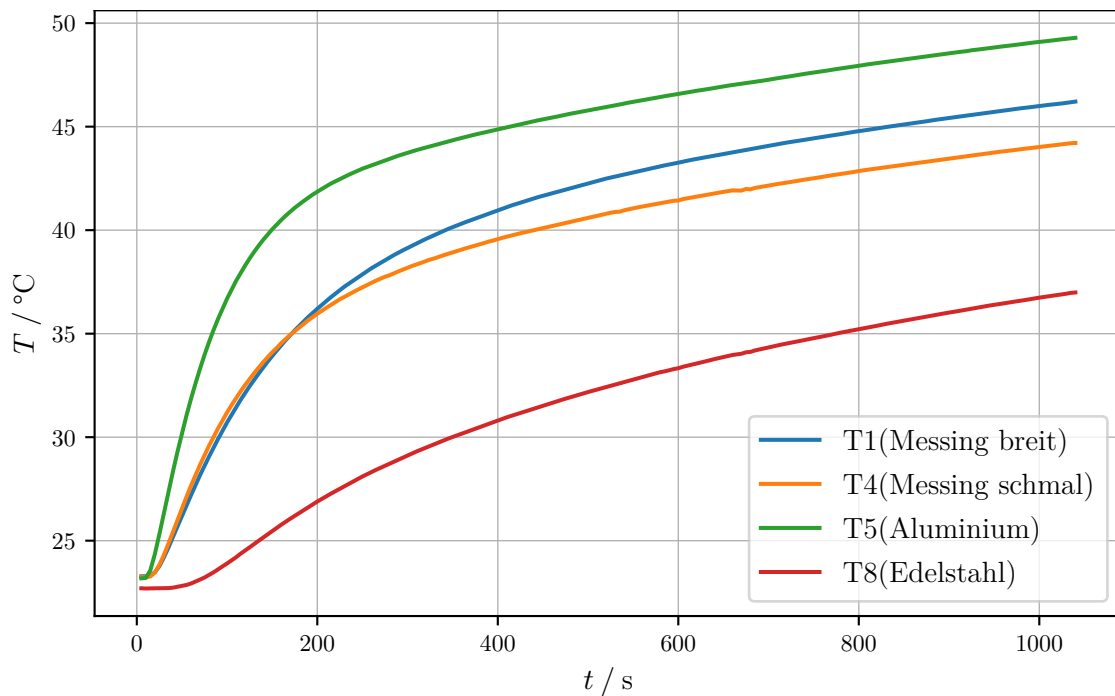


Abbildung 4: Die Temperaturverläufe der fernen Thermoelemente

In Abbildung 4 sind die Temperaturverläufe der weiter vom Peltierelement entfernten Thermoelemente über die Zeit dargestellt.

Zu erkennen ist der exponentielle Anstieg, der bei allen Stäben zu verschiedenen Temperaturen abflacht.

Die Temperatur von Aluminium nimmt am schnellsten zu, die von Edelstahl am langsamsten.

Bei den beiden Messingstäben erhitzt zu Beginn der schmale Stab minimal schneller,

jedoch flacht dessen Kurve früher ab, als die des breiten Stabs, so dass jener eine höhere Temperatur erreicht.

Nach dem Abflachen der Kurven steigen die Temperaturen aller Stäbe beinahe gleich an.

Um zu bestimmen, welcher Stab über die beste Wärmeleitung verfügt, werden nun die an den Thermoelementen T1, T4, T5 und T8 nach 700 Sekunden gemessenen Temperaturen betrachtet.

**Tabelle 2:** Die Werte für die fernen Thermoelemente bei  $t = 700\text{s}$

$T_{\text{Messing, breit}} / ^\circ\text{C}$	$T_{\text{Messing, schmal}} / ^\circ\text{C}$	$T_{\text{Aluminium}} / ^\circ\text{C}$	$T_{\text{Edelstahl}} / ^\circ\text{C}$
44,08	42,15	47,27	34,33

Anhand der Tabelle lässt sich die Vermutung, dass Aluminium die höchste und Edelstahl die geringste Wärmeleitzahl besitzt, stützen.

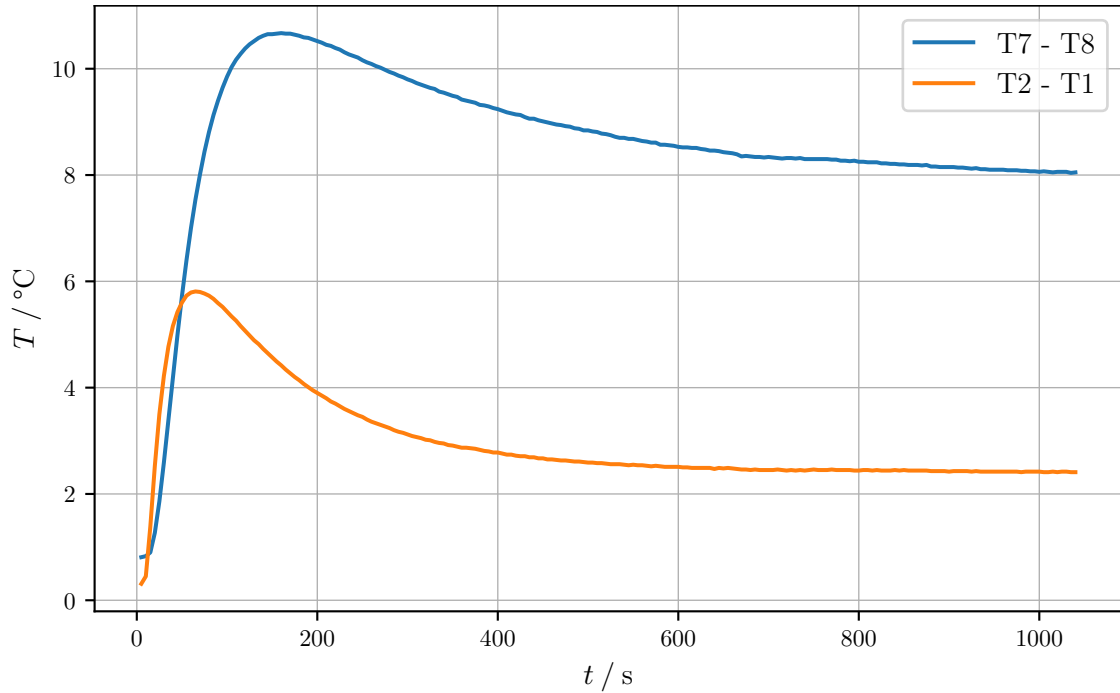
Mit 1 lässt sich der Wärmestrom  $\Phi = \frac{\Delta Q_{21}}{\Delta t}$  zu verschiedenen Zeitpunkten berechnen.

**Tabelle 3:** Der Wärmestrom des breiten Messingstabs zu fünf verschiedenen Zeitpunkten

$t / \text{s}$	$\frac{\Delta Q_{21}}{\Delta t} / \text{W}$
100	-0,6840
250	-0,6792
500	-0,6770
750	-0,6772
1000	-0,6772

Das Vorzeichen des Wärmestroms gibt Auskunft über dessen Richtung.





**Abbildung 5:** Die Temperaturdifferenzen des Edelstahlstabs ( $T_7 - T_8$ ) und des breiten Messingstabs ( $T_2 - T_1$ )

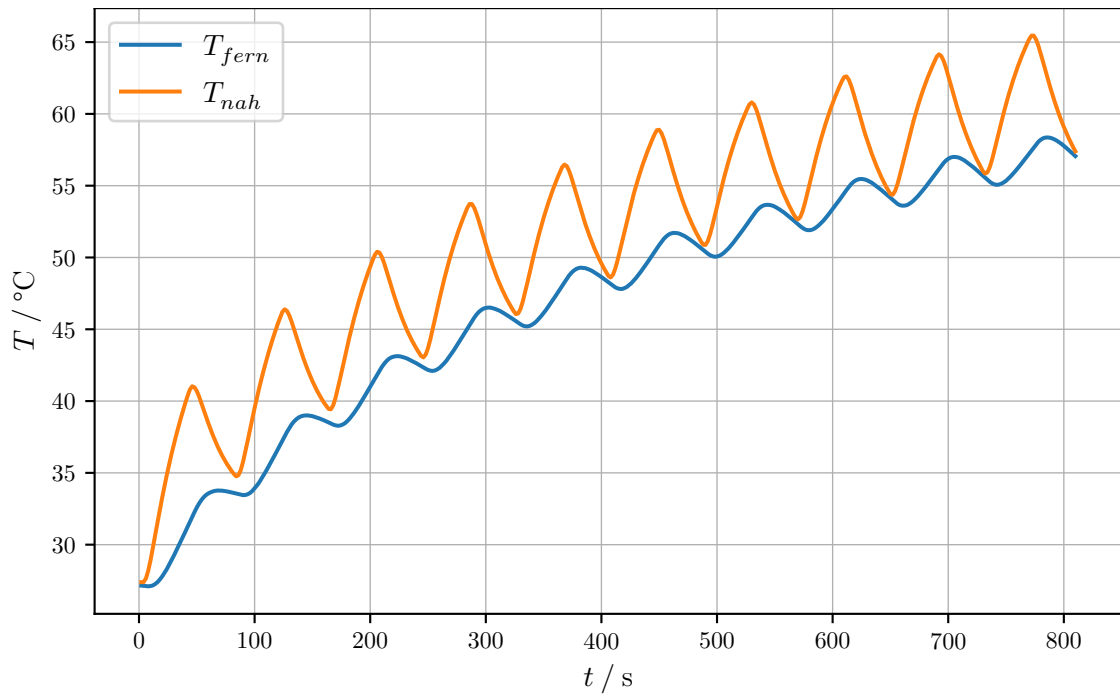
In 5 ist zu beobachten, dass beide Kurven ähnlich steil gegen eine Grenztemperaturdifferenz steigen, die beim Edelstahlstab jedoch deutlich höher als beim Messingstab liegt. Beide Grenztemperaturdifferenzen erreichen in Folge des starken Anstiegs ein Maximum, nach jenem sie auf ein Plateau leicht absinken.

Das Maximum wird beim Messingstab zeitlich etwas früher erreicht und das Plateau liegt bei geringeren Temperaturdifferenzen, als das des Edelstahlstabs.

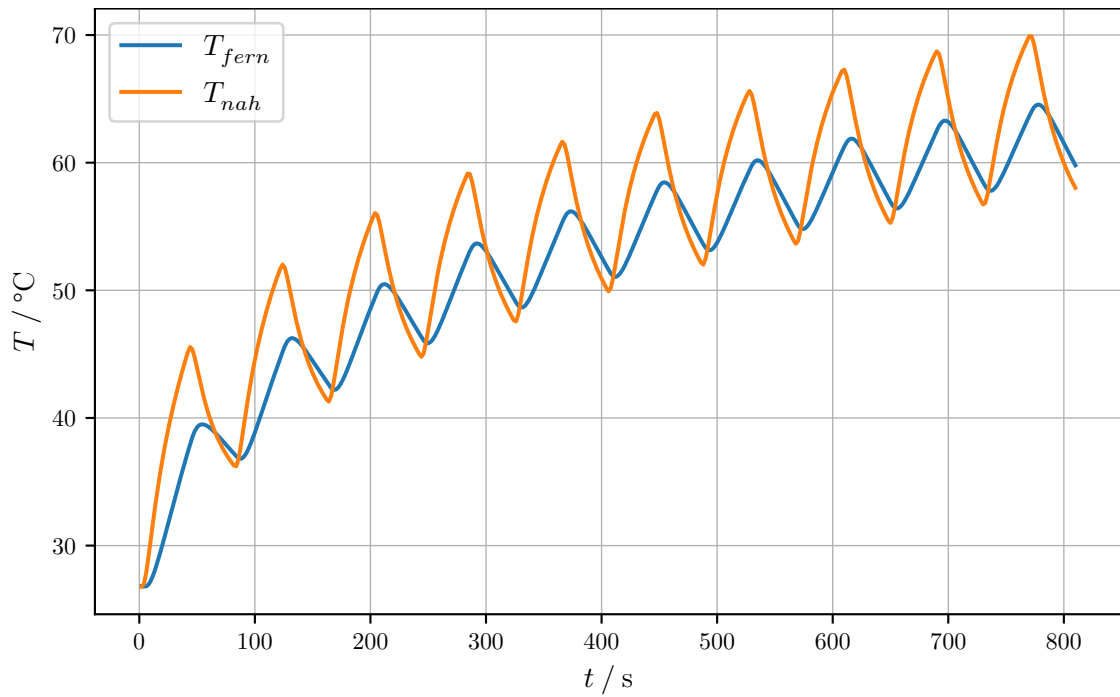
### 3.2 Dynamische Methode

In 6 und 7 sind für den breiten Messingstab (6) und den Aluminiumstab (7) die Temperaturverläufe der Stäbe bei der Messung nach der Angström-Methode mit einer Periodendauer von 80 Sekunden über die Zeit aufgetragen.

Es lassen sich folgende Werte für den Phasenversatz  $\Delta t$  und die Amplituden  $A_{nah}$  und  $A_{fern}$  ermitteln.



**Abbildung 6:** Temperaturverläufe der Thermoelemente T1 und T2 am breiten Messingstab, Periodendauer 80s



**Abbildung 7:** Temperaturverläufe der Thermoelemente am Aluminiumstab, Periodendauer 80s

**Tabelle 4:** Amplituden und Phasenversatz der Temperaturwelle im breiten Messingstab

$A_{nah} / ^\circ\text{C}$	$A_{fern} / ^\circ\text{C}$	$\Delta t / \text{s}$	$\kappa / \text{W/m}^\circ\text{C}$
13,64	6,67	22	88,20
11,63	5,55	18	104,25
10,97	4,85	18	94,49
10,69	4,41	16	97,99
10,41	4,09	14	106,14
10,28	3,90	14	102,30
9,93	3,62	14	98,26
9,96	3,57	12	112,75
9,78	3,39	12	109,18
9,61	3,30	14	92,76

Analoges Verfahren wie beim Messingstab ergibt die folgende Tabelle für Aluminium.

**Tabelle 5:** Amplituden und Phasenversatz der Temperaturwelle im Aluminiumstab

$A_{nah} / ^\circ\text{C}$	$A_{fern} / ^\circ\text{C}$	$\Delta t / \text{s}$	$\kappa / \text{W/m}^\circ\text{C}$
18,78	12,70	6	419,88
15,80	9,46	8	243,10
14,77	8,29	8	215,90
14,35	7,83	8	205,84
14,08	7,54	8	199,66
13,97	7,43	6	263,33
13,61	7,04	6	252,217
13,64	7,10	6	254,65
13,44	6,88	8	186,22
13,19	6,77	6	249,28

## 4 Diskussion

Zu Abweichungen von den zu erwartenden Werten kann es sowohl durch Randbedingungen, wie zum Beispiel die nicht ideale Isolierung, als auch durch den Einschwingvorgang bei der dynamischen Messung kommen.

Bei der Isolierung ist vor allem zu kritisieren, dass an den Enden der Stäbe gar kein isolierendes Material anliegt.

Darüber hinaus ist zu sagen, dass bei der Angström-Messung mit einer Periodendauer von 200 Sekunden der Satz an Messdaten beim Speichern auf dem USB-Stick verloren gegangen ist, da das Messgerät abgestürzt ist.

Der Vergleich mit den Literaturdaten 1 ergibt Abweichungen, die in Bereichen liegen, die sich durch die oben genannten Fehlerquellen zurückführen lassen.

## Literatur

- [1] *Datenblatt Werkstoff 1.4307 / AISI 304L*. URL: <https://www.teamedelstahl.de/werkstoffe/1-4307/> (besucht am 06.12.2021).
- [2] Demtröder. *Experimentalphysik I*. Springer.
- [3] Geschke. *Physikalisches Praktikum*. Teubner.
- [4] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [5] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [6] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [7] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [8] *V204: Wärmeleitung von Metallen*. TU Dortmund, Fakultät Physik.