

## Un sistema de reconstrucción 3-D constituido por dos cámaras digitales y un diodo láser generador de línea.

Roberto Depaoli<sup>1</sup>, Daniel Díaz<sup>1</sup>, Luis Fernández<sup>1</sup>, Roberto Stockli<sup>1</sup>.

<sup>1</sup>Departamento de Ingeniería, Universidad Nacional de La Matanza – San Justo – Buenos Aires  
– Argentina

luisfernand@unlam.edu.ar

**Resumen.** La visión estereoscópica requiere identificar puntos asociados al mismo elemento en diferentes imágenes. Con un diodo láser con generador de línea se soluciona este problema. El homólogo de un punto sobre la línea láser en una de las imágenes se encuentra en la intersección de la línea láser y la línea epipolar asociada a este punto en la segunda imagen. En este trabajo, se presenta un dispositivo de reconstrucción 3D basado en este principio. Se estudia su calibración y se realiza la reconstrucción 3D de un objeto para mostrar su funcionamiento.

**Palabras claves.** Reconstrucción 3D, cámaras digitales, procesamiento de imágenes.

### 1 Introducción

En diversos campos, como metrología, robótica e ingeniería inversa se requiere la reconstrucción de la geometría tridimensional de objetos a partir de imágenes digitales, para cuya captura se utilizan una o más cámaras junto con un sistema de luz estructurada [2], [8]. Las coordenadas espaciales del objeto se estiman en base a las coordenadas de sus proyecciones en las imágenes obtenidas.

En este trabajo, realizamos el desarrollo completo de un sistema de reconstrucción 3D compuesto por dos cámaras digitales de uso estándar y un láser lineal. Con este dispositivo, dado un punto sobre la línea láser en una de las tomas, su homólogo estará en la intersección de esta línea, vista desde la otra cámara, con la línea epipolar asociada al punto elegido en la primer toma. De esta forma, el problema de la identificación de puntos homólogos queda solucionado y podremos recuperar las coordenadas tridimensionales de los puntos iluminados por el láser.

Para obtener información métrica de una escena en estudio, el dispositivo tiene que estar calibrado. Para la calibración de las cámaras, en la literatura [1], [7], [10], [11], [12] se proponen diversas técnicas altamente no lineales. Estas técnicas, estiman los parámetros de la perspectiva asociada a la cámara en conjunto con los parámetros de la distorsión presente en las lentes. Aquí, con un procedimiento lineal, estimamos

la perspectividad entre los puntos del mundo y el plano imagen. El modelo obtenido, es válido para lentes de buena calidad. Si la calidad es inferior, se realiza una corrección con el procedimiento que presentamos en [4] y describimos en la sección 5.

Con dos cámaras no se necesita calibrar el sistemas de luz estructurada, a diferencia de otros sistemas que utilizan una cámara [3], [8]. Pero, con nuestra propuesta, tendremos que calcular las líneas epipolares.

Los métodos no lineales generalmente descomponen la matriz de cámara en el producto de las matrices de parámetros internos y externos [10], [12]. De esta descomposición se pueden obtener las líneas epipolares [7]. En [5], se obtiene con métodos algebraicos la descomposición a partir de la perspectividad de la cámara. Dado que experimentalmente observamos que el método algebraico no es muy estable, no utilizamos esta técnica. En su reemplazo, en este trabajo, las líneas epipolares se obtienen a partir de la matriz  $H$ , que se indica en la sección 4. Para estimar los parámetros de  $H$ , se utilizan técnicas lineales y no se necesita información métrica, alcanza con la correspondencia entre los puntos utilizados para la calibración de las cámaras.

En la etapa final, se describe el procedimiento de reconstrucción 3D, y se realiza la reconstrucción de un objeto para mostrar el funcionamiento de los algoritmos.

## 2 Reconstrucción tridimensional, modelo de cámara y geometría epipolar

La reconstrucción 3D consiste en la obtención de las coordenadas tridimensionales de un objeto respecto de un sistema de referencia. Se pueden usar recursos mecánicos o medios que no requieran el contacto con el objeto a medir. En la segunda categoría, están los sistemas de visión estereoscópica. Con dos tomas fotográficas se realiza la reconstrucción a partir de las restricciones geométricas asociadas a este problema.

Aplicamos a cada cámara el modelo Pinhole: la cámara consiste en una caja oscura con un agujero pequeño (centro de proyección  $O$ ), ubicado en su frente. En su parte posterior interna, a una distancia  $f$  (distancia focal) del centro de proyección, se encuentra el plano de la imagen, en el que se ubica una placa fotosensible (Fig. 1).

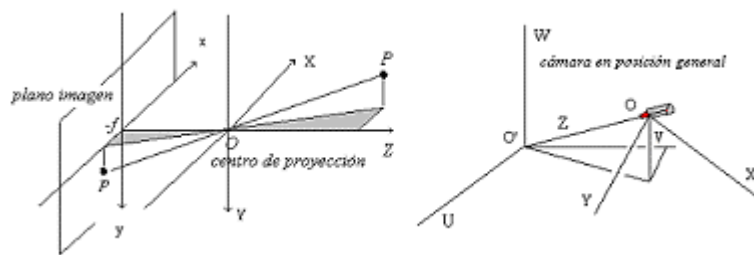


Fig. 1. Modelo de cámara

Si se rota la imagen  $180^\circ$  para su observación, la relación entre las coordenadas  $(X, Y, Z)$  de un punto  $P$  respecto de un sistema ortogonal con origen en  $O$ , y las coordenadas  $(x, y)$  de su proyección sobre el plano de la imagen, está dada por:

$$\frac{x}{f} = \frac{X}{Z}, \quad \frac{y}{f} = \frac{Y}{Z} \quad (1)$$

Supóngase dado un sistema de coordenadas ortogonales  $(U, V, W)$  de origen  $O'$ , que se toma como sistema de referencia (Fig. 1). A partir de una transformación ortogonal de matriz  $R=(r_{ij})$  y una traslación dada por el vector  $T=(T_i)$ , que va de  $O$  a  $O'$ , obtenemos:

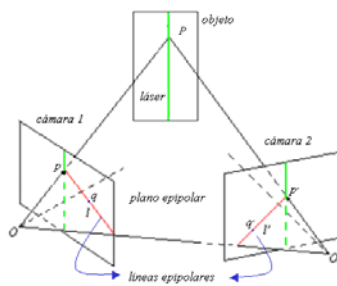
$$(X, Y, Z)^t = R(U, V, W)^t + T^t \quad (2)$$

Combinando estas ecuaciones con las relaciones (1), se obtiene:

$$x = f \left( \frac{r_{11}U + r_{12}V + r_{13}W + T_1}{r_{31}U + r_{32}V + r_{33}W + T_3} \right), \quad y = f \left( \frac{r_{21}U + r_{22}V + r_{23}W + T_2}{r_{31}U + r_{32}V + r_{33}W + T_3} \right) \quad (3)$$

Las ecuaciones (3) relacionan las coordenadas  $(U, V, W)$  de un punto objeto con las coordenadas  $(x, y)$  de su punto imagen. El objetivo de la reconstrucción 3D es obtener las coordenadas del punto objeto a partir de las coordenadas de su imagen. El sistema (3) no está determinado. Si se emplean dos cámaras, a cada punto objeto se asocian dos imágenes (puntos homólogos). El sistema de 4 ecuaciones resultante permite determinar las coordenadas del punto objeto. Los parámetros asociados a las ecuaciones (3) se estiman en la calibración del modelo, que analizamos más adelante.

Es necesario identificar puntos homólogos. Esta tarea, efectuada naturalmente por la visión humana, es una cuestión no resuelta en el ámbito computacional si se usa iluminación homogénea. Se recurre a fuentes de luz estructurada. Aquí empleamos un láser lineal.



**Fig. 2.** Plano epipolar

La geometría del problema impone restricciones que permiten identificar puntos homólogos. Un punto objeto  $P$  y los centros de proyección  $O, O'$  determinan un plano, denominado plano epipolar (Fig. 2). Los homólogos de  $P$  en cada imagen estarán

en las líneas epipolares  $l_p$  y  $l'_p$ , intersecciones del plano imagen de cada cámara con el plano epipolar. Con un láser plano se proyecta una línea sobre el objeto a medir. Los homólogos de cada punto de la línea iluminada estarán, en cada cámara, en la intersección de la imagen de la línea iluminada y la línea epipolar (Fig. 2).

Luego se verá cómo, dada la proyección de un punto  $P$  en una imagen, se obtiene la ecuación de la línea epipolar en la otra imagen.

### 3 Calibración de la cámara

En las cámaras digitales, la relación entre las coordenadas métricas  $(x, y)$  de un punto imagen y las coordenadas enteras  $(n_x, n_y)$  del píxel correspondiente (Fig. 3a), está dada por:

$$x = a(n_x - n_{x_0}), \quad y = b(n_y - n_{y_0}) \quad (4)$$

Donde  $(n_{x_0}, n_{y_0})$  es el par de coordenadas enteras del píxel central.

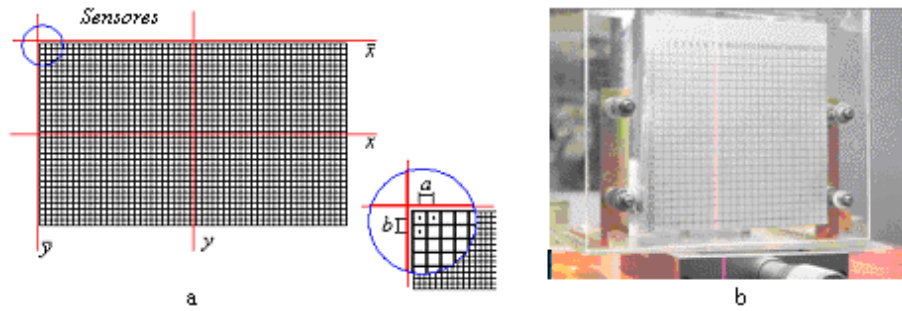


Fig. 3. Calibración de la cámara

Trabajando con notación matricial, a partir de (3) y (4) se obtiene:

$$\begin{bmatrix} Zn_x \\ Zn_y \\ Z \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{f}{a} & 0 & n_{x_0} \\ 0 & \frac{f}{b} & n_{y_0} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_S \underbrace{\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & T_1 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & T_2 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & T_3 \end{bmatrix}}_M \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \\ 1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & q_{1,4} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & a_{2,4} \\ a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} & a_{3,4} \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

La matriz  $A$  relaciona las coordenadas de un punto objeto con las coordenadas del píxel asociado al punto imagen.

Las componentes de la matriz  $A$  se estiman en el proceso de calibración. Dados  $n$  puntos no coplanares de coordenadas  $(U, V, W)$  conocidas, y sus proyecciones de coordenadas  $(n_x, n_y)$  conocidas, podemos obtener, para cada uno de ellos, dos ecuaciones lineales de la forma:

$$\begin{aligned} a_{11}U + a_{12}V + a_{13}W + a_{14} - a_{31}n_x U - a_{32}n_x V - a_{33}n_x W - a_{34}n_x &= 0 \\ a_{21}U + a_{22}V + a_{23}W + a_{24} - a_{31}n_y U - a_{32}n_y V - a_{33}n_y W - a_{34}n_y &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

La solución del sistema de  $2n$  ecuaciones así obtenido, proporciona la matriz  $A$ . En este trabajo consideramos el empleo de dos cámaras en posiciones fijas, por lo cual deben estimarse las dos matrices de cámara,  $A$  y  $A'$ .

El dispositivo de calibración utilizado consiste en un plano con un cuadrículado, que se desplaza por un riel perpendicular al plano (Fig. 3b). Un tornillo micrométrico mide los desplazamientos del plano sobre el riel. Los puntos de calibración son las intersecciones de las líneas del cuadrículado. Si consideramos que los ejes  $U$  y  $V$  del sistema de coordenadas son paralelos a las líneas horizontales y verticales del cuadrículado, y el eje  $W$  es paralelo al riel, queda determinada la ubicación espacial de los puntos de calibración. Las coordenadas  $U$  y  $V$  vienen fijadas por el diseño del cuadrículado. Las diferencias en la coordenada  $W$ , se obtienen a partir del tornillo micrométrico.

La detección de las proyecciones de los puntos de calibración (Fig. 3b) se hizo con un procedimiento semiautomático que consiste, primeramente, en la detección de las líneas del cuadrículado en las imágenes. Con este fin, se utilizaron filtros seleccionados manualmente según la inclinación de las líneas.

Para establecer la correspondencia entre las coordenadas espaciales y las de sus proyecciones, se etiquetan las líneas utilizando un detector de componentes conexas y se determina su intersección aplicando un “and” lógico a las dos imágenes. Las coordenadas de las proyecciones de los puntos de calibración se obtienen promediando las intersecciones de las líneas.

#### 4 Determinación de la línea epipolar

Para determinar las ecuaciones de las líneas epipolares, escribimos la relación entre las coordenadas  $\overline{O'q'} = (x', y', f')$  de un punto  $q'$  en  $l'_p$ , dadas en el sistema de origen  $O'$  de la cámara 2, y las coordenadas  $\overline{Oq'} = (\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})$  del mismo punto en el sistema de la cámara 1 con origen  $O$  (Fig. 2).

$$\overline{Oq'}^t = R \overline{O'q'}^t + \overline{OO'}^t \quad (7)$$

donde  $R$  es una matriz ortogonal y  $\overline{OO'} = (o'_x, o'_y, o'_z)$  son las coordenadas del punto  $O'$  en sistema de origen  $O$  solidario a la cámara 1.

Si  $q$  es un punto en  $l_p$  y  $\overline{Oq} = (x, y, f)$ , sus coordenadas en el sistema de origen de la cámara 1, a partir de la coplanaridad de  $\overline{Oq'}$ ,  $\overline{OO'}$  y  $\overline{Oq}$  resulta:

$$\overline{Oq'} M_{oo'} \overline{Oq}^t = 0 \text{ con } M_{oo'} = \begin{bmatrix} 0 & -o'_z & o'_y \\ o'_z & 0 & -o'_x \\ -o'_y & o'_x & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

A partir de (7) y (8) para todo par de puntos  $q'$  y  $q$  en  $l'_p$  y  $l_p$  obtenemos:  $\overline{O'q'} K \overline{Oq}^t = 0$ , con  $K = R' M_{oo'}$ . En particular, tomando  $q' = p'$ , la proyección de un punto  $P$  en la cámara 2, se obtiene la ecuación de la línea epipolar  $l_p$  en función de  $p'$ . Análogamente con  $q = p$  obtenemos la ecuación de la línea epipolar  $l'_p$  a partir de la proyección de  $P$  en la cámara 1.

$$l'_p : \overline{O'q'} K \overline{Op}^t = 0, \quad l_p : \overline{Op'} K \overline{Oq}^t = 0 \quad (9)$$

Para terminar, tendremos que escribir estas ecuaciones en términos de las coordenadas de los píxeles de cada imagen digital. Si  $N_{q'} = (n'_x, n'_y, 1)$  y  $N_q = (n_x, n_y, 1)$ , donde  $n'_x, n'_y$  y  $n_x, n_y$  son las coordenadas de los píxeles asociados a  $q'$  y  $q$  respectivamente, a partir de (4) se obtiene:

$$N_{q'}^t = D' \overline{O'q'}^t \text{ y } N_q^t = D \overline{Oq}^t \text{ con } D' = \begin{bmatrix} \frac{1}{a'} & 0 & \frac{n_{x0}}{f'} \\ 0 & \frac{1}{b'} & \frac{n_{y0}}{f'} \\ 0 & 0 & \frac{1}{f'} \end{bmatrix} \text{ y } D = \begin{bmatrix} \frac{1}{a} & 0 & \frac{n_{x0}}{f} \\ 0 & \frac{1}{b} & \frac{n_{y0}}{f} \\ 0 & 0 & \frac{1}{f} \end{bmatrix} \quad (10)$$

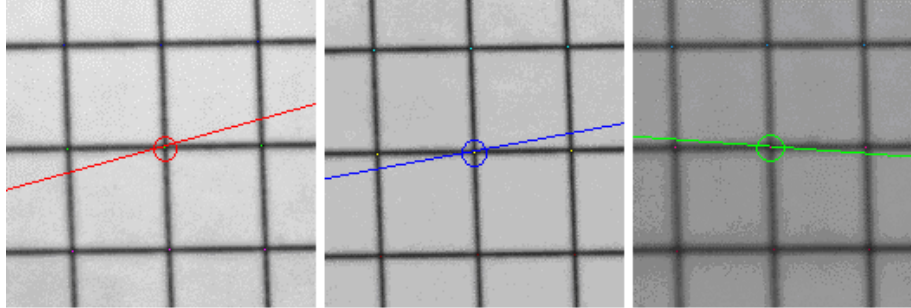
Ahora, las ecuaciones (9) se transforman en:  $N_{q'} (D')^{-1} K D^{-1} N_q^t = 0$ . Si se determina la matriz  $H = (D')^{-1} K D^{-1}$ , que depende de las características geométricas y físicas del sistema, se obtienen las ecuaciones de las líneas epipolares  $l'_p$  y  $l_p$  expresadas en las coordenadas de los píxeles.

$$l'_p : N_{q'} H N_p^t = 0, \quad l_p : N_p H N_{q'} = 0 \quad (11)$$

Para determinar la matriz  $H$  se resuelve el sistema lineal homogéneo (12) que resulta de (11) a partir de las coordenadas en píxeles  $(n_x^i, n_y^i)$ ,  $(n_x'^i, n_y'^i)$  de  $N$  puntos homólogos.

$$n_x'^i n_x^i h_{11} + n_x'^i n_y^i h_{12} + n_x'^i h_{13} + n_y'^i n_x^i h_{21} + n_y'^i n_y^i h_{22} + n_y'^i h_{23} + n_x^i h_{31} + n_y^i h_{32} + h_{33} = 0 \quad (12)$$

Como se observa en las ecuaciones (12), no se necesita información métrica. Hemos utilizado los mismos puntos que en la calibración de las cámaras, para cuyas proyecciones está resuelto el problema de la correspondencia, dado que los puntos quedan identificados.



**Fig. 4.** Líneas epipolares

En la Fig. 4 se observa el trazado de las líneas epipolares correspondientes a los homólogos de los puntos de intersección de las líneas del cuadrículado que están en el interior de las circunferencias. Con las ecuaciones de las líneas epipolares (11) y las coordenadas  $N_p = (n_x, n_y, 1)$  de los homólogos de los puntos marcados se determinaron las coordenadas de los puntos de las líneas epipolares  $l'_p$ . Se dibujaron estos puntos en las fotografías. Como corresponde, se observa que dentro de la resolución de la cámara los puntos marcados pertenecen a las epipolares de sus homólogos. Se hicieron varias repeticiones del experimento para distintas posiciones del plano cuadrículado con resultados similares. Este experimento valida el procedimiento propuesto para la determinación de las líneas epipolares.

## 5 Modelo de cámara con distorsión radial

Los procedimientos descriptos requieren el empleo de ópticas de buena calidad. Con ópticas de calidad inferior debe corregirse el efecto de la distorsión radial.

Si hay distorsión radial, las coordenadas realmente detectadas son  $\tilde{x}$  e  $\tilde{y}$ , se relacionan con  $x$  e  $y$  por las siguientes expresiones, [1]:

$$\tilde{x}(1 + kr^2) = x, \quad \tilde{y}(1 + kr^2) = y \quad (13)$$

donde:  $r = \sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2}$ . Una aproximación de tercer orden en óptica geométrica valida las expresiones (13).

Llamando  $\tilde{n}_x$ ,  $\tilde{n}_y$  a las coordenadas en píxeles con distorsión radial, se tiene:

$$\tilde{x} = a(\tilde{n}_x - n_{x_0}), \quad \tilde{y} = b(\tilde{n}_y - n_{y_0}) \quad (14)$$

Con la suposición de que el sensor es cuadrado, es decir, reemplazamos (4) y (14) en (13) y operamos. Se obtiene:

$$\begin{aligned} (\tilde{n}_x - n_{x_0}) \left( 1 + h \left( (\tilde{n}_x - n_{x_0})^2 + (\tilde{n}_y - n_{y_0})^2 \right) \right) &= (n_x - n_{x_0}) \\ (\tilde{n}_y - n_{y_0}) \left( 1 + h \left( (\tilde{n}_x - n_{x_0})^2 + (\tilde{n}_y - n_{y_0})^2 \right) \right) &= (n_y - n_{y_0}) \end{aligned} \quad (15)$$

donde  $h = ka^2$ .

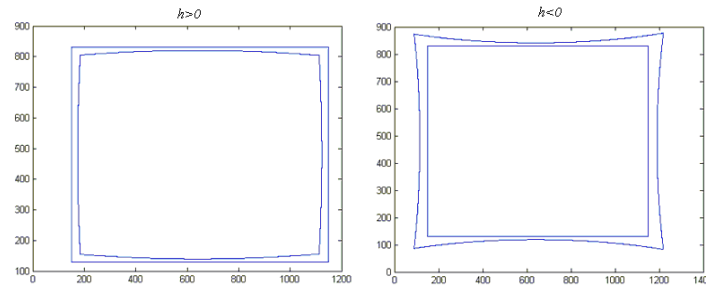
Una vez estimado  $h$ , se reposicionan los píxeles en la imagen usando las fórmulas (15). Se asume que la imagen corregida es la que se habría obtenido sin distorsión radial y se aplican los procedimientos anteriores para calibración de la cámara o la determinación de la epipolar.

Este procedimiento en dos pasadas, corrección y después calibración, es más simple que el que normalmente se encuentra en la literatura [10], [12], dado que no requiere la solución de sistemas altamente no lineales.

El criterio adoptado, para la elección de  $h$ , es el grado de alineamiento rectilíneo de los píxeles reposicionados.

## 6 Estimación de $h$

En una imagen registrada con una cámara libre de aberraciones ópticas, una recta en el espacio físico se traduce en una recta sobre la imagen.



**Fig. 5.** Distorsión radial

Si la óptica de la cámara presenta distorsión radial, la imagen de esa recta se ve levemente curvada (Fig. 5).

Con un valor dado de  $h$ , mediante las fórmulas (13), podemos reposicionar los píxeles de la imagen de la recta. Esta nueva colección de puntos no necesariamente se halla sobre una recta. Si se determinan  $\alpha$  y  $\beta$  de manera que la recta de ecuación  $\alpha x + \beta y = 1$  minimice el error cuadrático respecto de los puntos reposicionados, dicho error cuadrático nos proporciona una medida del grado de alineamiento.

Si en la imagen hay varias rectas, una minimización global del error cuadrático equivale a la minimización para cada recta independientemente. Esto es sencillo de comprobar cuando se plantean las ecuaciones. Es aconsejable no considerar rectas cuyas imágenes pasen cerca del centro geométrico de la toma digital, ya que se



originan sistemas lineales mal condicionados y las estimaciones no son confiables. Con esto en vista, identificamos en la toma fotográfica un número fijo de rectas  $r_k$ ,  $1 \leq k \leq M$ . Ellas serán usadas para la estimación de  $h$ .

Luego, determinamos un valor positivo  $\Delta$  pequeño y un número natural  $N$  suficientemente grande. Para cada valor de  $h_n = n\Delta$ ,  $-N \leq n \leq N$ , efectuamos el reposicionamiento de los puntos de la imagen mediante (8), y minimizamos el error cuadrático sobre las rectas escogidas para la estimación.

Obtenemos:  $\alpha_{nk}x + \beta_{nk}y = 1$  con  $1 \leq k \leq M$ .

Evaluamos dicho error cuadrático para las  $2N+1$  imágenes corregidas y elegimos el valor de  $n$  para el cual el mismo es más pequeño. El  $h_n$  correspondiente es nuestra estimación de  $h$ .

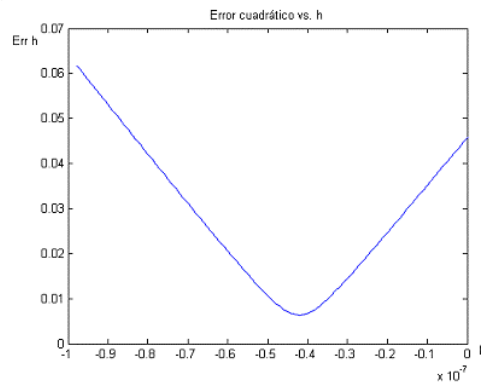


Fig. 6. Error cuadrático

En la Fig. 6 vemos el error cuadrático en función de  $h$ . La curva se obtuvo experimentando con una óptica real con  $h < 0$ .

Si el píxel de la cámara no es cuadrado, pero se dispone de la relación  $a/b$  entre las dimensiones del mismo, se efectúa previamente la corrección:

$$\frac{a}{b}n_x \rightarrow n_x \quad (16)$$

y se estima  $h$  en la forma descripta.

En caso de desconocerse dicha relación, basta con una toma de una superficie circular dispuesta paralelamente al plano de la imagen.

El número máximo de píxeles en sentido vertical presentes en la imagen del círculo, dividido por el número máximo en sentido horizontal, brinda una estimación de la relación citada.

En las pruebas se empleó una optimización del método indicado para la estimación de  $h$ .

Finalmente, es posible otro refinamiento en la estimación de  $h$ . Obsérvese que el centro de la imagen digital no necesariamente está sobre el eje óptico, aunque es una

elección razonable sin más información. Puede, sin embargo, repetirse la estimación de  $h$  tomando como centros todos los puntos en un entorno del centro geométrico de la imagen y optar por el que da mínimo error cuadrático para las rectas predeterminadas en la imagen.

## 7 Estimación numérica

Los sistemas indicados en las ecuaciones (6) y (12) son homogéneos y sobredeterminados. Debido a los errores y aproximaciones en el modelo, se utilizan técnicas de optimización para obtener una solución no nula. Brevemente describiremos el procedimiento para la estimación de la matriz  $H$ , dado que para la estimación de las matrices de cámara hemos usado la misma técnica. Llamando  $h = (h_{11}, h_{12}, h_{13}, h_{21}, h_{22}, h_{23}, h_{31}, h_{32}, h_{33})$  y  $\Gamma$  a la matriz del sistema (12), tomaremos como solución de (12) a  $h$  tal que:  $\|\Gamma h'\|_2 = \min_{\|k\|_2=1} \|\Gamma k'\|_2$ . El vector  $h$  que realiza el mínimo es el autovector de autovalor mínimo de la matriz  $\Delta = \Gamma^t \Gamma$ .

## 8 Reconstrucción 3D

Dado un píxel  $p$  sobre la línea láser en la cámara 1 (Fig. 2), se determina la línea epipolar asociada a éste en la cámara 2, por medio de la matriz  $H$  y las coordenadas de  $p$ . Luego se determina el píxel  $p'$  de intersección de  $l'_p$  con la línea láser en la cámara 2 (Fig. 2). Con las coordenadas de  $p$  y  $p'$  se obtiene el sistema (17), utilizando (5) para cada cámara.

$$\begin{aligned} (a_{11} - a_{31}n_x)U + (a_{12} - a_{32}n_x)V + (a_{13} - a_{33}n_x)W &= a_{34}n_x - a_{14} \\ (a_{21} - a_{31}n_y)U + (a_{22} - a_{32}n_y)V + (a_{23} - a_{33}n_y)W &= a_{34}n_y - a_{24} \\ (a'_{11} - a'_{31}n'_x)U + (a'_{12} - a'_{32}n'_x)V + (a'_{13} - a'_{33}n'_x)W &= a'_{34}n'_x - a'_{14} \\ (a'_{21} - a'_{31}n'_y)U + (a'_{22} - a'_{32}n'_y)V + (a'_{23} - a'_{33}n'_y)W &= a'_{34}n'_y - a'_{24} \end{aligned} \quad (17)$$

En (13)  $n_x, n_y, n'_x, n'_y$  son las coordenadas de los pixeles  $p, p'$ , y  $a_{ij}, a'_{ij}$  los coeficientes de las matrices de cada cámara. A partir de este sistema sobredeterminado de ecuaciones, que se resuelve por cuadrados mínimos, se determinan las coordenadas  $U, V, W$  del punto elegido en la línea láser.

Si la óptica de la cámara adolece de distorsión previamente se debe hacer la corrección de las imágenes involucradas.

Realizando un barrido se relevan las coordenadas de la región de interés.

## 9 Escaneo 3D de un objeto

El escaneo de un objeto se realiza a partir de tomas fotográficas de las dos cámaras. Por cada posición de la línea láser se realiza una toma fotográfica con cada cámara (Fig. 7). Luego se umbralizan las fotografías, para obtener las coordenadas de los píxeles de la línea láser en cada toma fotográfica.

Para cada píxel de la línea láser en la toma de la cámara 1 se aplica el procedimiento descrito en la sección anterior y se determinan las coordenadas  $U, V, W$  del punto objeto asociado.

En la Fig. 8, se observa el dibujo de puntos escaneados que se obtuvieron con desplazamientos paralelos del láser lineal. Con los puntos escaneados, se ha realizado el dibujo en dos posiciones utilizando un software elemental para visualización 3D.

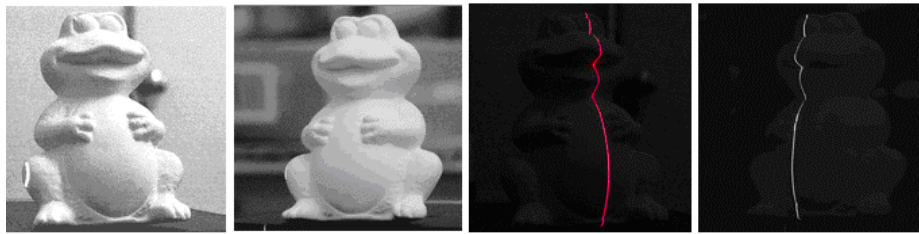


Fig. 7. Tomas fotográficas del objeto a escanear y del corte con el diodo láser.

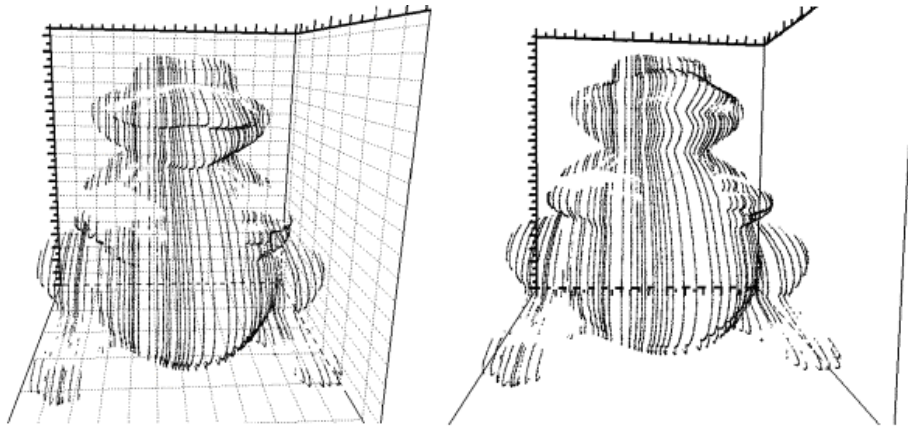


Fig. 8. Reconstrucción 3D

## 10 Conclusiones

El esquema de calibración y reconstrucción 3D presentado en este artículo permite trabajar con ópticas de buena calidad o de calidad inferior realizando la corrección de las imágenes. Con la técnica propuesta para determinar el factor de corrección se evita trabajar con grandes sistemas altamente no lineales.

El sistema empleado no requiere la calibración del plano de luz como en otro que hemos estudiado en [5], que solo utiliza una cámara y el láser lineal. En este sentido es más flexible dado que puede relevar la geometría de un corte cualquiera sea la orientación del láser. En el otro caso, una vez calibrado el plano de luz solo permite desplazamientos paralelos del láser lineal, y requiere de un dispositivo que asegure el desplazamiento paralelo perfecto, para evitar que el sistema se descalibre.

El procedimiento propuesto, requiere de algunas mediciones físicas en la etapa de calibración, dado que hay que medir el desplazamiento del plano de calibración sobre su riel. Pero no necesita mediciones físicas en la etapa de escaneo y reconstrucción 3D.

## 11 Referencias

1. D. Aracena, P. Campos, L. Tozzi, "Comparación De Técnicas De Calibración De Cámaras Digitales". Rev. Fac. Ing. - Univ. Tarapacá, vol. 13 no. 1, pp. 57-6 (2005).
2. J. Bouguet, "Visual methods for three-dimensional modeling". Institute of Technology Pasadena, California, Tesis Doctoral (1999).
3. R. Depaoli, D. Diaz, L. Fernandez, R. Stockli, "Reconstrucción 3-D Con Una Cámara Y Un Láser Lineal". 36 Jornadas Argentinas de Informática, realizadas por SADIO en Mar del Plata (2007).
4. R. Depaoli, D. Diaz, L. Fernandez, R. Stockli, "El Tratamiento De La Distorsión Radial En Metrología Efectuada Con Cámaras Digitales". 3º Congreso Argentino de Ingeniería Industrial, Misiones (2009).
5. D. Forsyth, J. Ponce, "Computer Vision". Prentice Hall (2003).
6. R. Hartley, A. Zisserman, "Multiple View Geometry in Computer Vision". Cambridge University Press (2000).
7. G. Pajares, J. De La Cruz, "Visión por Computador". Alfaomega (2003).
8. J. Salvi, "An Approach to Coded Structured Light to Obtain Three Dimensional Information", PhD. Thesis, University Of Girona (1998).
9. J. Salvi, C. Matabosch, D. Fofi, J. Forest, "A review of recent range image registration methods with accuracy evaluation". Image and Vision Computing, Elsevier (2006).
10. R. Tasi, "A Versatile Camera Calibration Techniques for High-Accuracy 3D Machine Vision Metrology Using Off-the-shelf TV Cameras and Lenses". IEEE Journal of Robotics and Automation, Vol. Ra-3, No. 4, pp. 323..344 (1987).
11. R. Tsai, R. Lenz, "Techniques for calibration of the scale factor and image center for high accuracy 3-D Machine Vision Metrology". IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence, Vol. 10, N° 15: 713-720 (1988).
12. Z. Zhang, "A Flexible New Technique For Camera Calibration". IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol.22, No.11, pages 1330-1334, (2000).