



Lista de Exercícios 4

4.1) Verifique os resultados:

- (a) $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$.
- (b) $P[(A \cap B^c) \cup (B \cap A^c)] = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$.

4.2) Se cada item codificado em um catálogo começa com três letras distintas, seguida de quatro dígitos distintos e diferentes de zero, determine a probabilidade de se selecionar, aleatoriamente, um desses itens com a primeira letra sendo uma vogal e o último dígito sendo par.

4.3) Um par de dados é lançado e somam-se os valores observados. Determine a probabilidade de se obter:

- (a) um total de 8.
- (b) no máximo um total de 5.

4.4) Duas cartas são retiradas, sucessivamente, de um baralho, sem ser repostas. Qual é a probabilidade de que as duas cartas sejam maiores que 2 e menores que 8?

4.5) Se três livros são selecionados aleatoriamente de uma prateleira que tem cinco romances, três livros de poemas e um dicionário, qual é a probabilidade de que:

- (a) o dicionário seja selecionado?
- (b) dois romances e um livro de poemas sejam selecionados?

4.6) Em uma classe de 100 formandos do ensino médio, 54 estudaram matemática, 69 estudaram história e 35 estudaram ambas as matérias. Se um desses estudantes for selecionado aleatoriamente, determine a probabilidade de que:

- (a) o estudante tenha estudado matemática ou história.
- (b) o estudante não tenha estudado nenhuma dessas matérias.
- (c) o estudante tenha estudado história, mas não matemática.

4.7) Uma amostra aleatória de 200 adultos é classificada pelo gênero e nível de instrução.

Nível de instrução	Masculino	Feminino
Elementar	38	45
Secundário	28	50
Universitário	22	17

Se uma pessoa desse grupo for escolhida aleatoriamente, determine a probabilidade de que:

- (a) a pessoa é um homem, e recebeu educação secundária.
 - (b) a pessoa não tem nível universitário, e é do sexo feminino.
- 4.8) Um certo tipo de motor elétrico falha se ocorrer uma das seguintes situações: emperreamento dos mancais, queima dos enrolamentos, desgaste das escovas. Suponha que o emperreamento seja duas vezes mais provável do que a queima, esta sendo quatro vezes mais provável do que o desgaste das escovas. Qual será a probabilidade de que a falha seja devida a cada uma dessas circunstâncias?
- 4.9) Suponha que A e B sejam eventos tais que $P(A) = x$, $P(B) = y$ e $P(A \cap B) = z$. Exprima cada uma das seguintes probabilidades em termos de x , y e z .
- (a) $P(A^c \cup B^c)$.
 - (b) $P(A^c \cap B)$.
 - (c) $P(A^c \cup B)$.
 - (d) $P(A^c \cap B^c)$.
- 4.10) Uma instalação é constituída de duas caldeiras e uma máquina. Admita que o evento A seja que a máquina esteja em boas condições de funcionamento, enquanto os eventos B_1 e B_2 são os eventos de que a cadeira 1 e a cadeira 2 esteja em boas condições, respectivamente. O evento C é que a instalação possa funcionar. Se a instalação puder funcionar sempre que a máquina e pelo menos uma das cadeiras funcionar, expresse os eventos C e C^c , em termos de A , B_1 e B_2 .
- 4.11) Um mecanismo tem dois tipos de unidades: I e II. Suponha que se disponha de duas unidades do tipo I e três unidades do tipo II. Defina os eventos
- A_1 : a unidade 1 do tipo I está funcionando adequadamente;
 - A_2 : a unidade 2 do tipo I está funcionando adequadamente;
 - B_1 : a unidade 1 do tipo II está funcionando adequadamente;
 - B_2 : a unidade 2 do tipo II está funcionando adequadamente;
 - B_3 : a unidade 3 do tipo II está funcionando adequadamente.
- Admita que C represente o evento “o mecanismo funciona”. Admita que o mecanismo funcione se ao menos uma unidade do tipo I e ao menos duas unidades do tipo II funcionarem; expresse o evento C em termos de A_1 , A_2 , B_1 , B_2 e B_3 .
- 4.12) O seguinte grupo de pessoas está numa sala: 5 homens maiores de 21 anos; 4 homens com menos de 21 anos de idade; 6 mulheres maiores de 21 anos, e 3 mulheres menores. Uma pessoa é escolhida ao acaso. Definem-se os seguintes eventos: $A = \{\text{a pessoa é maior de 21 anos}\}$; $B = \{\text{a pessoa é menor de 21 anos}\}$; $C = \{\text{a pessoa é homem}\}$; $D = \{\text{a pessoa é mulher}\}$. Calcule:
- (a) $P(B \cup D)$
 - (b) $P(A^c \cap C^c)$

- 4.13) Uma remessa de 1.500 arruelas contém 400 peças defeituosas e 1.100 perfeitas. Duzentas arruelas são escolhidas ao acaso (sem reposição) e classificadas.
- (a) Qual a probabilidade de que sejam encontradas exatamente 90 peças defeituosas?
 - (b) Qual a probabilidade de que se encontrem ao menos 2 peças defeituosas?
- 4.14) Um lote é formado por 10 artigos bons, 4 com defeitos menores e 2 com defeitos graves. Se dois artigos forem escolhidos sem reposição, ache a probabilidade de que
- (a) ambos sejam perfeitos.
 - (b) ambos terem defeitos graves.
 - (c) ao menos um seja perfeito.
 - (d) no máximo um seja perfeito.
 - (e) ao menos um seja perfeito.
 - (f) nenhum deles tenha defeitos graves.
 - (g) nenhum deles seja perfeito.

Respostas:

4.2) $10/117$

4.3) (a) $5/36$
(b) $5/18$

4.4) $95/663$

4.5) (a) $1/3$
(b) $5/14$

4.6) (a) $22/25$
(b) $3/25$
(c) $17/50$

4.7) (a) $14/39$
(b) $95/112$

4.8) $\frac{1}{13}, \frac{4}{13}, \frac{8}{13}$

4.9) (a) $1-z$
(b) $y-z$

4.10) $C = A \cap (B_1 \cup B_2)$
 $C^c = A^c \cup (B_1^c \cap B_2^c)$

4.11) $C = (A_1 \cup A_2) \cap [(B_1 \cap B_2) \cup (B_1 \cap B_3) \cup (B_2 \cap B_3)]$

4.12) (a) $\frac{13}{18}$
(b) $\frac{1}{6}$

4.13) (a) $\frac{\binom{400}{90}\binom{1100}{110}}{\binom{1500}{200}}$
(b) $1 - \left[\frac{\binom{400}{0}\binom{1100}{200} + \binom{400}{1}\binom{1100}{199}}{\binom{1500}{200}} \right]$

4.14) (a) $\frac{3}{8}$
(b) $\frac{1}{120}$
(c) $\frac{7}{8}$
(d) $\frac{5}{8}$
(e) $\frac{1}{2}$
(f) $\frac{91}{120}$
(g) $\frac{1}{8}$