

Família Exponencial

ESTAT0078 – Inferência I

Prof. Dr. Sadraque E. F. Lucena

sadraquelucena@academico.ufs.br

<http://sadraquelucena.github.io/inferencia1>

Definição 9.1: Família Exponencial

Dizemos que a distribuição da variável aleatória X pertence à família exponencial unidimensional se pudermos escrever sua densidade (ou função de probabilidade), $f(x)$, na forma

$$f(x) = \exp\{c(\theta)T(x) + d(\theta) + S(x)\},$$

$x \in A$, em que

- c, T, d e S são funções reais,
- A não envolve θ .

Exemplo 9.1

A distribuição Bernoulli(θ) pertence à família exponencial unidimensional?

 Lembrete

$$X \sim \text{Bernoulli}(\theta): f(x) = \theta^x (1 - \theta)^{1-x}, \quad x = 0, 1.$$

Exemplo 9.2

A distribuição $N(\mu, 1)$ pertence à família exponencial unidimensional?

 Lembrete

$$X \sim N(\mu, \sigma^2): f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < x < \infty$$

Definição 9.2

Dizemos que a distribuição da variável aleatória X pertence à família exponencial de dimensão k se sua f.p. ou f.d.p. é dada por

$$f(x) = \exp \left\{ \sum_{j=1}^n c_j(\theta) T_j(x) + d(\theta) + S(x) \right\},$$

$x \in A$, em que

- c_j, T_j, d e S são funções reais, $j = 1, \dots, k$;
- A não envolve θ .

Exemplo 9.3

Verifique se a distribuição $N(\mu, \sigma^2)$ pertence à família exponencial bidimensional.

 Lembrete

$$X \sim N(\mu, \sigma^2): f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < x < \infty$$

Fim