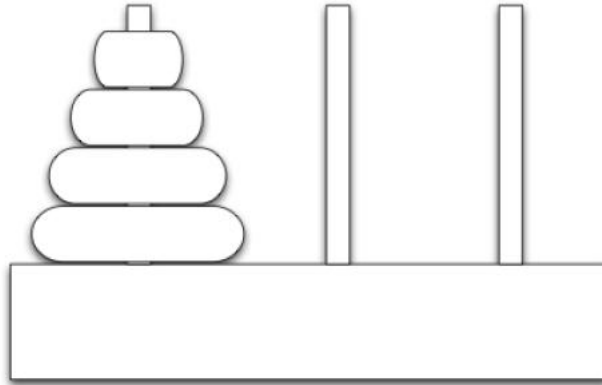


习题一：搜索（共 60 分）

1、汉诺塔（10 分）



汉诺塔是个经典的递归算例。起始，最左边的立柱上有 N 个大小不同的盘子，按照从小到大的顺序排列，右边两个立柱是空的。每一次操作只可以把一个盘子从一个立柱移到另一个上，而且任何立柱上的盘子必须保持小盘在上，大盘在下的排列。目的是把所有的盘子从最左边的立柱移到最右边的立柱上去。

在这里，我们把汉诺塔当作一个搜索问题。

（1）给这个问题提出一个状态表达（state representation）（2 分）

（2）这个问题的状态空间有多大？（2 分）

（3）初始状态是什么？（2 分）

（4）从任何一个当前状态，可以允许什么样的移动？（2 分）

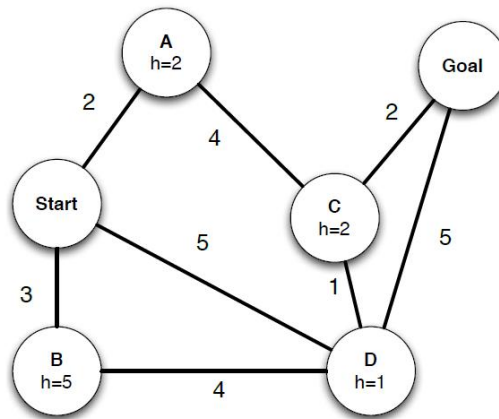
（5）目标状态是什么？（2 分）

2、n-pacmen 搜索（15 分）

考虑一个同时控制 n 个 pacmen 的问题。多个 pacmen 可以同时移动，可以出现在同一个方块里。在每个时间点上，每个 pacman 可以选择停止不动，或者向上下左右任意一个方向移动一步。游戏的目的是用最少的步骤，使得所有的 pacmen 都到达同一个方块。

在这个问题里，我们采用以下定义： M 代表迷宫中非墙的方块数，即 pacman 可以到达的方块； $p_i = (x_i, y_i): i = 1 \dots n$ ，代表第 i 个 pacman 的当前位置。假设迷宫是连通的，pacman 可以到达任何非墙的方块。

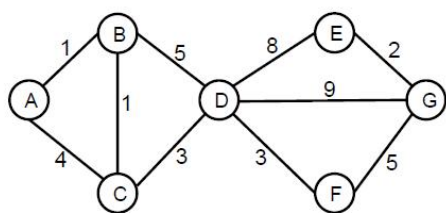
- （1）描述这个问题的状态空间。这个状态空间有多大？（4 分）
- （2）给出这个问题的分叉因子（branching factor）的最严上限。（4 分）
- （3）假设我们采用统一代价搜索，总共扩张的节点数的上限是多少？将此上限表达为 n 和 M 的函数，并解释你如何得到该结果。（Bound the number of nodes expanded by uniform cost tree search on this problem, as a function of n and M 。）（7 分）

3、搜索（15 分）

对上面的状态空间图，采用下面几种图形搜索（graph search）的策略，列出每种策略是按什么样的顺序扩张（expand）节点的，并给出最终从 **Start** 到 **Goal** 的路径分别是什么。在搜索过程中遇到两个相同值的状态时，字母靠前的优先级别高。此外，在图形搜索中，一个状态最多只会扩张（expand）一次。

- （1）深度优先，depth first search（2 分）
- （2）广度优先，breath first search（2 分）
- （3）统一代价搜索，uniform cost search（3 分）
- （4）贪婪搜索，greedy search，用节点中给出的启发值 heuristic, h （3 分）
- （5）A*搜索，采用同样的启发值，heuristic, h （5 分）

4、搜索（20 分）



Node	h_1	h_2
A	9.5	10
B	9	12
C	8	10
D	7	8
E	1.5	1
F	4	4.5
G	0	0

考虑上面左边的状态空间图，A 是初始状态，G 是目标状态，边线上标的值是代价（cost），每根边线都是双向的。右表中列的是启发值（heuristic），其中 h_1 具备一贯性（consistent），而 h_2 不具备一贯性（consistent）。

(1) 可能路径（5 分）

对下面每种图形搜索策略（graph search），不考虑树搜索（tree search），标出所有可能返回的路径。注意到，对有些搜索策略，可能的路径依赖于如何选择相同值（tie-breaking behavior），例如深度优先算法可以选择 AB 作为起始路径，也可以选择 AC 作为起始路径，因为 B 和 C 离 A 都是一步远。所以，记得要标记出所有可能的路径。

搜索策略	A-B-D-G	A-C-D-G	A-B-C-D-F-G
深度优先（DFS）			
广度优先（BFS）			
统一代价（UCS）			
A*搜索采用启发值 h_1			
A*搜索采用启发值 h_2			

(2) 启发函数性质（15 分）

假设你在生成新的启发函数 h_3 ，如下表所示，除了 $h_3(B)$ 所有的值都已经固定了。

Node	A	B	C	D	E	F	G
h_3	10	?	9	7	1.5	4.5	0

对以下不同的条件，分别写出 $h_3(B)$ 的可能值。例如，用 $[0, \infty]$ 代表非负数，用 \emptyset 代表非空，等等。

(a) 什么样的 $h_3(B)$ 值让 h_3 可容许（admissible）？（5 分）

(b) 什么样的 $h_3(B)$ 值让 h_3 具备一贯性 (consistent) ? (5 分)

(c) 什么样的 $h_3(B)$ 值会让 A* 图形搜索先节点 A, 然后节点 C, 然后节点 B, 然后节点 D, 依序扩张 (expand) ? (5 分)