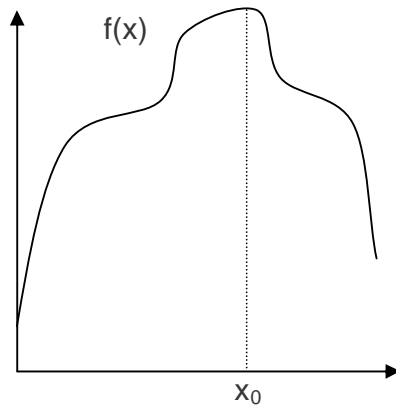




## שאלה 2 (25 נקודות)



בשאלה זאת נרצה למצוא נקודת מקסימום של פונקציה (מתמטית) יונימודלית  $f(x)$ .  
**פונקציה יונימודלית** הינה פונקציה בעלת מקסימום יחיד (בנקודה  $x_0$  אותה אנחנו רוצים למצוא) ואשר הנגזרת שלה חיובית ממש לכל  $x < x_0$  ושלילית ממש לכל  $x > x_0$ . בנקודה  $x = x_0$  הנגזרת שווה לאפס.

בשאלה זאת אנו מניחים ש:

- הפונקציה והנגזרת שלה מוגדרים עבור ערכי  $x$  שלמים בלבד, בין 0 ל  $n-1$  כולל.
- $x_0$  – נקודת המקסימום, הינה מספר שלם.

## סעיף א

בסעיף זה לצורך מציאת המקסימום של הפונקציה (המתמטית)  $f$  אתם יכולים להשתמש בפונקציות (של שפת C) הבאות:

```
double f(int x);    // מחזירה את ערך הפונקציה בנקודה
double df(int x);   // מחזירה את נגזרת הפונקציה בנקודה
```

עליכם לממש את הפונקציה (של שפת C) `find_maxA()` שתחזיר את הנקודה  $x_0$  בה הפונקציה  $f$  מקבלת מקסימום. הפונקציה מופיעה בדף הבא.

**דרישות סיבוכיות:** עליכם למזער את מספר הקריאות לפונקציות  $f$  ו- $df$  הנ"ל (בשאלה זו לא נבדיל בין קריאה ל- $f$  וקריאה ל- $df$  לצרכי סיבוכיות). כמו כן השלימו את סיבוכיות מספר הקריאות ל- $f$  ו- $df$  (גם יחד) במקום המתאים למטה. פתרון בעל מספר קריאות לא אופטימאלי יזכה לנקוד חלקי בלבד.

סכום מספר הקריאות ל  $f$  ו  $df$  יחד:  $\Theta(\log(n))$



```
int find_maxA(int n) {  
    int low=0, high=n-1;  
    while (low<=high) {  
        int mid = (low+high)/2;  
        double d_f = df(mid);  
        if (d_f==0)  
            return mid;  
        else if (d_f<0)  
            high = mid-1;  
        else  
            low = mid+1;  
    }  
    return low;  
}
```

עושים חיפוש בינארי על  
הנגזרת. אם היא חיובית אז  
אנחנו משמאל למקסימום ואם  
היא שלילית אז מימין.



## סעיף ב

בסעיף זה ניתן להשתמש רק בפונקציה  $f()$  ולא בפונקציה  $df()$ . עליכם לממש את הפונקציה  $find\_maxB()$  להלן, שמחזירה את נקודת המקסימום של  $f$  אך ללא השימוש בפונקציה  $df()$ .

**דרישות סיבוכיות:** בדומה לסעיף א', עליכם למזער את מספר הקריאות לפונקציה  $f$ . השלימו את סיבוכיות מספר הקריאות ל- $f$  במקום המתאים למטה. פתרון בעל מספר קריאות לא אופטימאלי יזכה לנקוד חלקי בלבד.

מספר קריאות ל- $f$ :  $\Theta(\log(n))$

```
int find_maxB(int n) {
    int low=1, high=n-1;
    if (n==1 || f(1)<f(0)) return 0;
    if (f(n-1)>f(n-2)) return n-1;
    while (low<=high) {
        int mid = (low+high)/2;
        d_fr = f(mid+1)-f(mid);
        d_fl = f(mid)-f(mid-1);
        if (d_fr<0 && d_fl>0)
            return mid;
        else if (d_fr<0)
            high = mid-1;
        else if (d_fl>0)
            low = mid+1;
    }
    return low;
}
```

חיפוש בינארי, כאשר מחשבים נגזרת לפי ערכים של שני נקודות סמוכות. הבדיקה בהתחלה נחוצה כדי לא לחרוג מהטווח  $[0..n-1]$