

## שאלה 6 (18 נקודות)

בשאלה זו נגדיר פעולה  $H$  המשנה מערך  $arr$  של משתני  $double$  באופן מסוים.  
 $H$  פועלת רק על מערכים שאורכם הוא חזקה שלמה של 2, כלומר על מערכים באורך 1,2,4,8 וכו'.

כאשר  $arr$  באורך 1,  $H$  אינה משנה אותו.  
עבור מערך  $arr$  באורך 2, נסמן  $arr[0]=x$  ו-  $arr[1]=y$ .  
 $H$  תשנה את  $arr$  כך שיתקיים  $arr[0] = x+y$ ,  $arr[1] = x-y$ .

נניח כי ידוע כיצד לחשב את  $H$  עבור מערך באורך  $2^k$ , ונתאר כיצד לחשב את  $H$  עבור מערך  $arr$  באורך  $2^{k+1}$ . נסמן את חציו הראשון ( $2^k$  האיברים הראשונים) ב-  $arr\_left$ , ואת חציו השני ב-  $arr\_right$ .  
ראשית, יש להפעיל על כל חצי את  $H$  (הנחנו כי ידוע כיצד  $H$  פועלת על מערכים באורך  $2^k$ ). כעת, נשנה את החצי הראשון של  $arr$  כך שיכיל את  $H(arr\_left)+H(arr\_right)$ , ונשנה את החצי השני של  $arr$  כך שיכיל את  $H(arr\_left)-H(arr\_right)$ . פעולות החיבור והחיסור מתבצעות איבר איבר, כבחיבור וחיסור וקטורים. שימו לב שתיאור זה מתאים גם להגדרת  $arr$  על מערכים באורך 2.

נדגים את התהליך עבור מערך  $arr$  באורך 4 המכיל את האיברים  $a,b,c,d$  בארבעת תאיו.  
על מנת לחשב את  $H(arr)$ , נשים לב כי  $arr\_left=\{a,b\}$  וכי  $arr\_right = \{c,d\}$ .  
לפי הגדרת  $H$  עבור מערכים באורך 2,

$$H(arr\_right) = \{ c+d, c-d \} \text{ ו- } H(arr\_left) = \{ a+b, a-b \}$$

$$\text{לכן, } H(arr) = \{ (a+b)+(c+d), (a-b)+(c-d), (a+b)-(c+d), (a-b)-(c-d) \}$$

**א. (12 נקודות)** השלימו את הפונקציה הרקורסיבית  $calcH$ , הקולטת מערך של משתני  $double$  ואת אורכו, ומפעילה את  $H$  על המערך. ניתן להניח כי אורך המערך הוא חזקה שלמה של 2.

```
void calcH (double arr[], unsigned int len)
{
    unsigned int i, mid = len / 2;
```

```
    if _____
```

```
    _____
```

```
    _____
```

```
    for ( i = 0; i < mid; i++ ) {
```

```
        _____
```

```
        _____
```

```
        _____
```

```
    }
```

```
}
```

ב. (3 נקודות) מהי סיבוכיות הזכרון הנוסף של calcH (כפונקציה של אורך המערך len)? נמקו.

ג. (3 נקודות) מהי סיבוכיות הזמן של calcH? נמקו.  
הדרכה: למדתם אלגוריתם רקורסיבי נוסף בו מבנה הקוד זהה (הפונקציה הרקורסיבית מבצעת את אותו מספר קריאות רקורסיביות ואותו סדר גודל של עבודה נוספת כמו calcH). סיבוכיות הזמן של אלגוריתם זה הינה זהה לזו של calcH.