Homework 8

Email: grad.saeed@gmail.com
Github: github.com/saeedgrad

از لینک زیر، برای ارسال پاسخ و بارگذاری فایل ها، حداکثر تا ۴ دی ماه، استفاده نمایید.

https://forms.gle/8tuEsZfkCZRB6JNc9

سوال ۱

فردی که بیمه خودرو از یک شرکت خاص دارد، به صورت تصادفی انتخاب می‌شود. فرض کنید Y تعداد تخلفات رانندگی باشد که فرد در طول ۳ سال گذشته به خاطر آنها جریمه شده است. تابع جرم احتمال pmf مربوط به Y مطابق جدول زیر است،

۱) مقادیر میانگین mean و واریانس variance را برای متغیر تصادفی Y ، محاسبه نمایید.

۲) فرض کنید فردی با تعداد تخلفات Y، جریمه اضافی معادل $\$100Y^2$. باید پرداخت کند. مقادیر میانگین mean و واریانس variance را برای جریمه اضافی محاسبه نمایید.

github.com/saeedgrad
grad.saeed@gmail.com

سوال ۲

یک شرکت تأمین مواد شیمیایی در حال حاضر ۱۰۰ پوند (100 lb) از یک ماده شیمیایی خاص را در انبار خود دارد که آن را در بسته‌های ۵ پوندی (5 lb) به مشتریان می‌فروشد. فرض کنید X برابر با تعداد بسته‌هایی باشد که توسط یک مشتری تصادفی انتخاب شده، سفارش داده شده است و فرض کنید X دارای pmf زیر است.

x	1	2	3	4
$p(x)$	.2	.4	.3	.1

۱) مقادیر E(X) و V(X) را محاسبه کنید.

۲) متغر تصادفی Y را برابر تعداد پوند های (بسته های) باقیمانده (ماده شیمیایی باقیمانده بر حسب پوند) بعد از سفارش مشتری بعدی، فرض کنید. مقادیر E(Y) و V(Y) را محاسبه کنید.

github.com/saeedgrad
grad.saeed@gmail.com

سوال ۳

با استفاده از تعاریف و روابط ریاضی، ثابت کنید اگر $h(X) = aX + b,$

و $\mu = E(X).$ باشد، آنگاه داریم:

۱) $$E[h(X)] = a\mu + b$$

۲) $$V(aX + b) = a^2 \cdot \sigma_X^2$$

grad.saeed@gmail.com

سوال ۴

در یک مقاله علمی گزارش شده است که از هر ۱۰ تصادف رانندگی، ۷ مورد شامل فقط یک وسیله نقلیه است (این مقاله توصیه می‌کند که همیشه تصادف مربوط به چندین وسیله نقلیه را به شرکت بیمه گزارش دهید). فرض کنید ۱۵ تصادف به طور تصادفی انتخاب شده‌اند. از جدول پیوست Table A.1 برای پاسخ به هر یک از سوالات زیر استفاده کنید. (جدول تابع توزیع تجمعی دو جمله ای cumulative binomial که در اینترنت هم قابل جستجو و در دسترس است.

الف. احتمال اینکه حداکثر ۴ مورد شامل فقط یک وسیله نقلیه باشند چقدر است؟

ب. احتمال اینکه دقیقاً ۴ مورد شامل فقط یک وسیله نقلیه باشند چقدر است؟

ج. احتمال اینکه دقیقاً ۶ مورد شامل چندین وسیله نقلیه باشند چقدر است؟

د. احتمال اینکه بین ۲ تا ۴ مورد، شامل فقط یک وسیله نقلیه باشند چقدر است؟

ه. احتمال اینکه حداقل ۲ مورد شامل فقط یک وسیله نقلیه باشند چقدر است؟

و. احتمال اینکه دقیقاً ۴ مورد شامل فقط یک وسیله نقلیه و ۱۱ مورد دیگر شامل چندین وسیله نقلیه باشند چقدر است؟

github.com/saeedgrad
saeedgrad.saeed@gmail.com

سوال ۵

فرض کنید 30٪ از کل دانشجویانی که مجبور به خرید کتاب درسی برای یک دوره خاص هستند، نسخه استفاده نشده (این انتخاب را موفقیت فرض کنید !) را می‌خواهند، در حالی که 70٪ دیگر نسخه دست دوم را می‌خواهند. انتخاب تصادفی 25 خریدار (دانشجو) را در نظر بگیرید.

الف. مقدار میانگین و انحراف معیار تعداد کسانی که نسخه جدید کتاب را می‌خواهند چقدر است؟

ب. احتمال اینکه تعداد کسانی که نسخه‌های جدید را می‌خواهند بیش از دو انحراف معیار از مقدار میانگین فاصله داشته باشد چقدر است؟

ج. کتابفروشی ۱۵ نسخه جدید و ۱۵ نسخه دست دوم در انبار دارد. اگر ۲۵ نفر یکی یکی برای خرید این متن مراجعه کنند، احتمال اینکه هر ۲۵ نفر نوع کتابی را که می‌خواهند از موجودی فعلی تهیه کنند چقدر است؟

د. فرض کنید قیمت نسخه‌های جدید ۱۰۰ دلار و نسخه‌های دست دوم ۷۰ دلار باشد. فرض کنید کتابفروشی در حال حاضر ۵۰ نسخه جدید و ۵۰ نسخه دست دوم دارد. امید ریاضی یا میانگین کل درآمد حاصل از فروش ۲۵ نسخه بعدی خریداری شده چقدر است؟

github.com/saeedgrad
grad.saeed@gmail.com

سوال ۶

بیست درصد از کل تلفن‌های یک نوع خاص، در دوره گارانتی برای سرویس تحویل می‌شوند.

از این تعداد، ۶۰ درصد قابل تعمیر هستند، در حالی که ۴۰ درصد دیگر باید با دستگاه‌های جدید جایگزین شوند.

اگر شرکتی ده دستگاه از این تلفن‌ها را خریداری کند، احتمال اینکه دقیقاً دو دستگاه از آنها در دوره گارانتی تعویض (جایگزین) شوند، چقدر است؟

github.com/saeedgrad
grad.saeed@gmail.com

سوال ۷

یک دسته بسیار بزرگ از قطعات به یک توزیع‌کننده رسیده است. این دسته را می‌توان تنها در صورتی قابل قبول دانست که نسبت قطعات معیوب حداکثر 0.10 باشد. توزیع‌کننده تصمیم می‌گیرد که به طور تصادفی 10 قطعه را انتخاب کند و این دسته را تنها در صورتی بپذیرد که تعداد قطعات معیوب در این نمونه 10 تایی، حداکثر 2 باشد.

الف. احتمال اینکه دسته پذیرفته شود چقدر است وقتی نسبت واقعی اقلام معیوب، هر یک از مقادیر زیر باشد؟ .01? .05? .10? .20? .25?

ب. فرض کنید p (حرف p کوچک) نسبت واقعی اقلام معیوب در دسته باشد. نمودار **P** ، حرف بزرگ **P**، (**P** در محور عمودی) (دسته پذیرفته شده است) به عنوان تابعی از p (که p روی محور افقی) و **P** (دسته پذیرفته شده است) روی محور عمودی قرار دارد، منحنی مشخصه عملیاتی برای طرح نمونه‌گیری پذیرش نامیده می‌شود. از نتایج قسمت (الف) برای ترسیم این منحنی برای $0 \le p \le 1$ استفاده کنید.

(**Operating characteristic curve** for the acceptance sampling plan)

github.com/saeedgrad
grad.saeed@gmail.com