Homework 6

Email: grad.saeed@gmail.com
Github: github.com/saeedgrad

از لینک زیر، برای ارسال پاسخ و بارگذاری فایل ها، استفاده نمایید.

https://forms.gle/uokvXuGwShaaCxrQ9

سوال ۱

برای هر متغیر تصادفی تعریف شده در زیر، مجموعه مقادیر ممکن (حداقل، حداکثر، یا مقادیر مشخص ممکن) برای متغیر را بنویسید و بیان کنید که آیا متغیر گسسته است یا خیر.

۱) X تعداد تخم مرغ‌های نشکسته در یک کارتن تخم مرغ استاندارد (شامل ۱۲ تخم مرغ) که به صورت تصادفی انتخاب شده است.

۲) Y تعداد دانشجویانی که در لیست کلاس برای یک واحد درسی خاص در روز اول کلاس غایب هستند.

۳) U تعداد دفعاتی که یک دانشجو کتاب مورد علاقه خود را مطالعه می کند.

۴) X طول یک مار زنگی که به صورت تصادفی انتخاب شده است.

۵) Z درصد مالیات فروش برای یک خرید از amazon.com که به صورت تصادفی انتخاب شده است.

۶) Y مقدار pH یک نمونه خاک که به صورت تصادفی انتخاب شده است.

۷) X میزان تنش tension (psi) که یک راکت تنیس که به صورت تصادفی انتخاب شده است، به آن اندازه کشیده شده است.

۸) X تعداد کل دفعاتی که سه بازیکن تنیس باید راکت‌های خود را بچرخانند تا چیزی غیر از UUU یا DDD به دست آورند (برای تعیین اینکه کدام دو نفر در مرحله بعد بازی می‌کنند)

U یا D به جهت لوگوی دسته راکت یا علامت قابل شناسایی دیگری اشاره دارد (همانند پرتاب سکه). این به بازیکنان کمک می‌کند تا سمت راکتی را که می‌خواهند استفاده کنند یا اینکه چه کسی سرویس بزند، انتخاب کنند.

github.com/saeedgrad
grad.saeed@gmail.com

سوال ۲

هر بار که یک قطعه (بعنوان مثال یک قطعه مکانیکی یا الکتریکی) آزمایش می‌شود، آزمایش موفقیت‌آمیز (S) یا شکست خورده (F) است. فرض کنید که قطعه مورد نظر به طور مکرر آزمایش می‌شود تا زمانی که در سه آزمایش متوالی موفقیت حاصل شود. فرض کنید Y تعداد آزمایش‌های لازم برای دستیابی به این هدف باشد.

تمام مقادیر ممکن برای متغیر تصادفی Y را بنویسید.

تمام نتایج مربوط به پنج کوچکترین مقدار ممکن Y را فهرست کنید.

github.com/saeedgrad
grad.saeed@gmail.com

سوال ۳

خطوط هوایی گاهی اوقات پروازها را بیش از ظرفیت رزرو می‌کنند. فرض کنید برای هواپیمایی با ۵۰ صندلی، ۵۵ مسافر بلیط دارند. متغیر تصادفی Y را به عنوان تعداد مسافران بلیط‌دار که واقعاً برای پرواز حاضر می‌شوند، تعریف کنید. تابع جرم احتمال Y در جدول زیر آمده است (probability mass function).

y	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55
$p(y)$	.05	.10	.12	.14	.25	.17	.06	.05	.03	.02	.01

۱) احتمال اینکه این پرواز، همه مسافران بلیط‌داری که حاضر می‌شوند را در خود جای دهد چقدر است؟

۲) احتمال اینکه حداقل یکی از مسافران بلیط‌داری که حاضر می‌شوند نتوانند در این پرواز جای بگیرند چقدر است؟

۳) اگر شما اولین نفر در لیست انتظار باشید (به این معنی که پس از جا دادن همه مسافران بلیط‌دار، اگر صندلی خالی وجود داشته باشد، اولین نفری خواهید بود که سوار هواپیما می‌شوید)، احتمال اینکه بتوانید پرواز را انجام دهید چقدر است؟ اگر شما نفر سوم در لیست انتظار باشید، این احتمال چقدر است؟

saeedgrad@gmail.com
github.com/saeedgrad

سوال ۴

یک شرکت کامپیوتری سفارش پستی، شش خط تلفن دارد. فرض کنید X تعداد خطوط مورد استفاده در یک زمان مشخص باشد. فرض کنید pmf مربوط به X مطابق جدول زیر باشد. (تابع جرم احتمال X در جدول زیر آمده است.)

احتمال هر یک از پیشامدهای زیر را محاسبه کنید.

x	0	1	2	3	4	5	6
$p(x)$	.10	.15	.20	.25	.20	.06	.04

۱) حداکثر چهار خط در حال استفاده است.

۲) کمتر از چهار خط در حال استفاده است.

۳) حداقل چهار خط در حال استفاده است.

۴) بین دو تا شش خط، در حال استفاده است.

۵) بین سه تا شش خط، در حال استفاده نیست.

۶) حداقل چهار خط در حال استفاده نیست.

grad.saeed@gmail.com
github.com/saeedgrad

سوال ۵

سوال شماره ۴ مربوط به یک شرکت کامپیوتری سفارش پستی را در نظر بگیرید.

الف) تابع توزیع تجمعی یا cumulative distribution function (cdf) را برای X بدست آورده و ترسیم نمایید.

ب) **با استفاده از تابع توزیع تجمعی محاسبه شده در قسمت ۱**، احتمال های هر یک از پیشامدهای زیر را محاسبه کنید.

۱) حداکثر سه خط در حال استفاده است.

۲) کمتر از سه خط در حال استفاده است.

۳) حداقل چهار خط در حال استفاده است.

۴) بین سه تا پنج خط، در حال استفاده است.

۵) بین سه تا شش خط، در حال استفاده نیست.

۶) حداقل سه خط در حال استفاده نیست.

github.com/saeedgrad
grad.saeed@gmail.com

سوال ۶

دو تاس شش وجهی سالم به طور مستقل پرتاب می‌شوند. فرض کنید متغیر تصادفی M برابر با حداکثر مقدار نتیجه پرتاب این دو تاس باشد. (بعنوان مثال $M(1,5) = 5$,)

github.com/saeedgrad

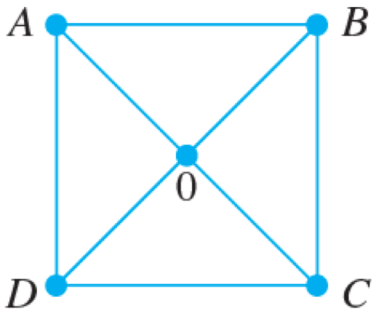
۱) pmf یا تابع جرم احتمال مربوط به M را بدست بیاورید.

۲) تابع توزیع تجمعی یا cumulative distribution function (cdf) را برای M بدست آورده و ترسیم نمایید.

grad.saeed@gmail.com

سوال ۷

در نمودار زیر، آلوی (Alvie)، یک اسم است، در خانه‌ی 0 زندگی می‌کند و چهار دوست دارد که در خانه‌های A, B, C, D زندگی می‌کنند. روزی، آلوی تصمیم می‌گیرد به خانه‌ی دوستانش برود، بنابراین دو بار سکه‌ی سالمی را پرتاب می‌کند تا تصمیم بگیرد کدام یک از این چهار خانه را بازدید کند. وقتی به خانه‌ی دوستش می‌رسد، یا به خانه برمی‌گردد یا به یکی از دو خانه‌ی مجاور می‌رود (مثلاً وقتی در خانه‌ی B است، به خانه‌ی خود 0 باز می گردد، یا به A یا C که در مجاورت B هستند، می‌رود)، که هر یک از این سه پیشامد، با احتمال های مساوی و برابر $1/3$ رخ می دهد. به این ترتیب، آلوی به بازدید از دوستانش ادامه می‌دهد تا زمانی که به خانه برگردد.



۱) فرض کنید X برابر با تعداد دفعاتی باشد که آلوی به ملاقات یک دوست می‌رود. تابع جرم احتمال pmf مربوط به X را محاسبه کنید.

۲) فرض کنید Y برابر با تعداد پاره خط‌های مستقیمی باشد که آلوی از آنها عبور می‌کند (شامل آن‌هایی که به 0 منتهی می‌شوند و از 0 برمی‌گردند). تابع pmf مربوط به Y را بدست آورید.

۳) فرض کنید دوستان صمیمی تر یا درجه یک او در A و C و دوستان درجه دو او در B و D زندگی می‌کنند. اگر Z برابر با تعداد ملاقات‌ها با دوستان درجه یک او باشد، تابع pmf مربوط به Z را محاسبه کنید؟

github.com/saeedgrad
grad.saeed@gmail.com