

به نام خدا

مسابقه نمره اضافه اول

درس برنامه سازی پیشرفته بهار 1403

(ماتریس های جذاب تبدیل پذیر)

سلام به همه شما برنامه نویسان عزیز

به اولین مسابقه در درس برنامه نویسی پیشرفته خوش آمدید

امیدوارم بتوانید سوالات را به سرعت حل کنید و ثمرات اضافه را برای خود جمع آوری کنید.

خوب بریم سراغ اصل مطلب، ببینیم این سوال از ما چی میخواهد.

همانطور که خودتون اطلاع دارید یکی از جذاب ترین مباحثی که داخل ریاضیات وجود دارد بحث ماتریس هاست. داخل این سوال

ساده قصد داریم یک کوچولو با ماتریس ها بیشتر آشنا بشیم و اون ها رو مورد تحلیل قرار بدیم.

قبل از اینکه سوال رو مطرح کنم اجازه بدین تا یک سری تعریف هایی رو براتون بیارم، شاید لازمتون بشه!

تعریف شماره یک:

هم ارزی دو ماتریس: خوب بریم تعریف اول رو باهمدیگه داشته باشیم. اصلاً سخت نیست و داخل یک خط بهتون میگم.

زمانی میگویم دو ماتریس هم ارز هستند هرگاه که ماتریس های تحویل یافته سطری یلکانی آنها هم ارز باشند.

اوه اوه حالا ماتریس تحویل یافته سطری یلکانی چیه دیگه!!!؟؟

استرس نگیرید، تعریف شماره دو رو بخوانید، مفصل توضیح دادم

تعریف شماره دو:

ماتریس تحویل یافته سطری - یلکانی:

قبل تعریف نکته ای که میخوام بهتون بگم اینه که برای هر ماتریس یک ماتریس تحویل یافته سطری-یلکانی وجود داره که

متحصر به فرد به همون ماتریس.

حالا ببینیم ماتریس تحویل یافته چیست؟

ماتریس A را در نظر بگیرید.

پس از انجام اعمال سطری مقدماتی ماتریسی بر بروی ماتریس A، ماتریس R به وجود می آید. (نگران نباشید، جلوتر اعمال سطری

مقدماتی ماتریسی رو براتون توضیح دادم.)

ماتریس R را تحویل یافته سطری یلکانی ماتریس A گوئیم هر گاه دارای شرط های زیر باشد:

(1) اولین درایه ناصفر هر سطر ((یک)) باشد. به این درایه (یک مقدم) گفته میشود.

(2) درایه های ستون یک مقدم به جز خودش صفر باشند.

(3) سطرهای صفر زیر سطرهای ناصفر آمده باشند.

(4) درایه یک مقدم به صورت یلکانی باشند.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

همانطور که در ماتریس رویه رو مشاهده میکنید یک ماتریس تحویل یافته

سطری یلکانی است که در شروط بالا صدق میکنه

خیلی هم عالی تا اینجا!!

خوب بهتون قول دادم که اعمال سطری یلکانی رو هم براتون تعریف کنم، بریم پس ببینیمش

تعریف شماره سه:

اعمال سطری-مقدماتی ماتریسی:

اعمال سطری مقدماتی ماتریسی شامل سه عمل اصلی هستند که عبارت‌اند از:

(1) ضرب یک سطر در یک ضریب ناصفر

(2) جمع c برابر یک سطر با سطر دیگر

(3) عوض کردن جای دو سطر

شاید یک کوچولو با این همه تعریف گیج شده باشید، الان اینجا یک مثال براتون از سایت فرادرس آوردم که یک ماتریس رو با استفاده

از اعمال سطری مقدماتی ماتریسی به ماتریس تحویل یافته هم ارز باخودش تبدیل میکنه:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 \\ 4 & 1 & -2 \\ 6 & -1 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\frac{1}{2}R_1} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & -2 \\ 6 & -1 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow[R_3-6R_1]{R_2-4R_1} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -10 \\ 0 & 5 & -10 \end{bmatrix} \\ & \xrightarrow{R_3-R_2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -10 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\frac{1}{5}R_2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_1+R_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

خوب فکر کنم یکم تعاریف زیاده شده باشه و حوصلتون سر رفته باشه

پس بریم سراغ سوال و ببینیم از ما چی میخواد و چه برداشتهای باید بنویسیم.

در این مسابقه من از شما میخوام که ماتریس A رو از ورودی دریافت کنید و شکل تحویل یافته سطری یلکانی اون رو

جواب کنید

پایین با مثال شکل ورودی خروجی نشون داده شده:

ورودی:

ورودی شما باید شامل 2 مرحله باشد

در مرحله اول m, n را دریافت کنید که نشان دهنده اندازه ماتریس است (نهایت اندازه n, m برابر 10 است) (ماتریس $n \times m$ است)

سپس در مرحله دوم ماتریس A را دریافت کنید

بین هردایه ماتریس برای دریافت یک اسپیس وجود دارد

خروجی:

خروجی نیز باید شامل 1 مرحله باشد

ماتریس تحویل یافته سطری یلکاتی A را چاپ کنید

برای درک بهتر در اینجا مثالی آورده شده است:

ورودی:

3 3

1 2 3

2 1 1

1 0 1

خروجی:

1 0 0

0 1 0

0 0 1



آزادی سازی

در صورت داشتن در گروه تلگرامی درس بپرسید.

تا به حال در اتاق فرار بودید؟ میخواهیم به تیمور برای فرار کردن از این اتاق کمک کنیم. در این اتاق تنها یک قفل وجود دارد که باید باز شود تا تیمور بتواند فرار کند. از آنجایی که این اتاق پر از روح است، تیمور از شدت ترس تمرکز خود را از دست داده و توانایی فکر کردن را ندارد به او کمک کنید که بتواند با باز کردن قفل از این اتاق فرار کند.

قفل این اتاق از دو دیسک دایره‌ای که هرکدام شامل ۵ عدد هستند، تشکیل شده است. این دو قفل در دو سطر و روی هم قرار گرفته‌اند. فرض کنید اعداد نوشته شده روی دیسک بالا به ترتیب از راست به چپ x_1, x_2, x_3, x_4 و x_5 و اعداد نوشته شده روی دیسک پایین به ترتیب از راست به چپ y_1, y_2, y_3, y_4 و y_5 باشند.

برای مثال فرض کنید اعداد نوشته شده روی دیسک‌های قفل به صورت زیر باشند:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 8 | 9 | 7 | 2 |
| 3 | 4 | 5 | 0 | 6 |

در هر عملیات می‌توان هر یک از این دو دیسک را به هر دو جهت چپ یا راست و به اندازه‌ی دلخواه چرخش داد. به عبارت دیگر هر کدام از این دو دنباله را می‌تواند به هر تعداد و در هر جهت چپ و راست شیفت داد.

برای مثال اگر دیسک بالا را دو واحد به چپ و دیسک پایین را یک واحد به راست بچرخانیم وضعیت قفل به صورت زیر تبدیل می‌شود.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 9 | 7 | 2 | 1 | 8 |
| 6 | 3 | 4 | 5 | 0 |



باز شدن قفل از قاعده‌ی جمع رقمی پیروی می‌کند. بدین صورت که از هر دو دیسک، فقط سه رقم وسط در نتیجه تاثیر دارند. قفل به صورت خودکار هر یک از این سه رقم از دیسک بالا (x_4, x_3, x_2) را با رقم متناظرش در دیسک دوم (y_4, y_3, y_2) به صورت رقمی جمع می‌کند.



جمع رقمی یعنی فقط یکان حاصل جمع در نظر گرفته می‌شود. در نهایت، یک عدد سه رقمی تولید می‌شود. (ممکن است این عدد با ۰ شروع شود). اگر این عدد سه رقمی به عدد ۶ بخش‌پذیر بود، درب باز می‌شود. حال وظیفه‌ی شما این است که با چرخش دادن هر یک از این دو قفل، کاری کنید که درب باز شود یا اعلام کنید که چنین کاری غیرممکن است.

ورودی

ورودی تنها شامل دو سطر است در سطر اول ورودی ۵ رقم اولیه نوشته شده روی دیسک بالا و در سطر دوم ۵ رقم اولیه نوشته شده روی دیسک دوم را نشان می‌دهد.

همچنین در این رقم‌ها هر یک از ارقام ۰ تا ۹ دقیقاً یک بار آمده‌اند.

خروجی

در صورتی که می‌توان قفل را باز کرد، با چاپ عبارت (`Boro joloo`) به تیمور اعلام کنید که شما در حال باز کردن درب هستید تا او به سمت درب خروجی راه بیوفتد. در غیر این صورت با چاپ عبارت (`Gir oftadi`) به او اعلام کنید که تا ابد در این اتاق گیر افتاده است. به خروجی‌های نمونه دقت کنید.

مثال

ورودی نمونه ۱

```
1 8 9 7 2  
3 4 5 0 6
```

خروجی نمونه ۱

```
Boro joloo :)
```

پاسخ این نمونه در صورت سوال توضیح داده شده است.

ورودی نمونه ۲

```
1 3 5 7 9  
0 2 4 6 8
```

خروجی نمونه ۲

```
Gir oftadi :(
```

راز ریاضی نویزی

دانش آموزان کلاس چهارم دبستان به تازگی با ترتیب عملیات های ریاضی آشنا شده اند و معلم آنها میخواهد از آنها یک پرسش شفاهی بگیرد. (بچه ها هنوز قادر به انجام تفریق و تقسیم نیستند و پرسش آنها ساده است!) به این صورت که یک عبارت ریاضی به آنها گفته می شود و آنها باید آن را محاسبه کنند. اما مشکلی پیش آمده، از آنجا که به علت برودت هوا کلاس آنلاین برگزار می شود، در میان صحبت های معلم، نویز می افتد و بچه ها برای محاسبه عبارت ریاضی، باید از میان نویزها، آن را استخراج کنند! به عنوان مثال ، معلم میگوید:

lkajsdf10;kafjnv*lkjadfi3*2lkd+;kjdi20iaodijc+kjsdf23alskd\$%\$+14;lk*;lsdf2

که در حقیقت همان عبارت ریاضی زیر می باشد:

$$10 * 3 * 2 + 20 + 23 + 14 * 2$$

که بدیهتا پاسخ آن برابر با ۱۳۱ می باشد. (دقت شود که فقط عملگر های ضرب و جمع معتبر هستند.)

ورودی ها:

در ابتدا به شما عدد طبیعی n در ورودی داده می شود که بیانگر تعداد رشته ها در هر تست کیس می باشد.

سپس به تعداد n ، رشته عبارت ریاضی در n خط به شما ورودی داده خواهد شد که ماکسیمم طول هر رشته ۱۰۰۰ می باشد.

خروجی ها:

به ازای هر ورودی، باید حاصل آن عبارت ریاضی را چاپ کنید.

مثال:

ورودی:

3

lkajsdf10;kafjnv*lkjadfi3*2lkd+;kjdi20iaodijc+kjsdf23alskd\$\$\$+14l
k*;lsdf2

kasdf55oewri*mbm3asdf+owerk24*12*1oerj+lioaserijl&&&&+()
df1ejrj+
1ojsdfj+13

7+(J!,1(+&8=JEBMF&\$/JDCQL!P>%K+<KH'I83M/CD,=#:,<>I?/JPQD&')LNH"(P
>>ACN>%<I?Q&G&..>@OP@RPO=>'AH,+#2K*M@"8#ARPRF(I!"GC()G*RIG%FILO2D
O?RF?Q&HQ*K2&(<+1L;A?C(\$%HFRF+CKII2Q:RM;:!KIID,QGR!)@.PK;#"KER)(,Q
<"/*IB&5AN'F:BFJMQ+?1>=JQ@@!<I:DI;+GMJA6IFCII=GRKQD/&KRER!)O#D\$.)P
?>E/EEKIF;!P>\$QG/K=)E:<C+(Q4C"ML.O&</#ILO)G*GE!I.LJ;/MMK@?<167.(+K
\$4&?)RF>E=O=FJ?JQ/>NB*(.G4;<O>O.ED=A%B\$*<KHF%4,;C*NP100P#?RG/'>&*K
D9;)JQR&@#BPN;B#K<R?DK*BGIF!EKRB"!<JD\$B8K@NAN!?!;)),AIJM'@?%"":@>,G
!I>"C,+!QB:PF'?<:C!.'%(8&HN>,DD?L,PO'IDP@ABDH,L>PHQL%)>H"DIRG\$NL%
FBD&@MG#&+I7ER=DK,<.F.F,'RNF\$.Q=D:O:"H##ARCG(QP)N+)FL'=JI%II!/D"0>
CK:+OK?8P.FEL*R>7P&*JNBQ2F<;HGI:)RB,%+K\$F/.#/C1D*%P)/OJ%/&CK!8#R(O
FH>F"#ERI:?J@)OQ&(#)G:FGB"#D&DRA!LALC.I/C='OANIPR<@A@EDPB<ICBK@#+
0J\$=PQH@CCN):@&%&>+9G%"Q)P'I.G:;K//\$OFK*))\$70K+>%D5>RL!*81BR/E;+J>
4P"-)EL/"?J\$&O>N,!L#;>PH)P;:DQ?CA.RI-

خروجی:

131

469

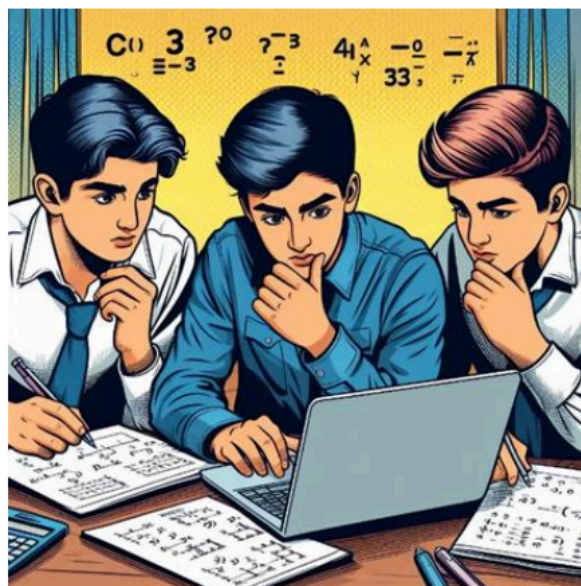
47536

2 / 3

⋮

ملاحظات:

۱. تضمین می شود که فقط اعداد و عملگرهای + و * معتبر هستند و بقیه کراکترهای رشته، نویز و اضافی هستند و در محاسبات تاثیری ندارند.
۲. مجدداً دقت شود که برای سادگی محاسبات، عملگرهای - و / حذف شده اند و در صورت وجود در رشته، آنها را نادیده بگیرید.
۳. تضمین می شود که عبارت ریاضی معتبر است و جواب دارد.
۴. دقت داشته باشید که اعدادی که در رشته ریاضی ورودی داده میشوند، در محدوده ی ۰ تا ۱۰۰۰۰ هستند.
۵. راهنمایی: به علت سختی کار با دستور `getline()`، رشته ها فاقد کارکتر اسپیس خواهند بود و برای ورودی گرفتن از نوع رشته، همان دستور `cin` کفایت می کند.



موفق باشید

طراح سوال: Amir_Hossein_Afshar

