



مقالات اصلی

محاسبه دقیق ظرفیت الکتریکی با استفاده از انتگرال های چهارگانه در روش گشتاور

سعید سرکاراتیا

محمد مهدی طهرانچیا، ب.ا.

اسفندیار مهرشاهیچ

ا

پژوهشکده لیزر و پلاسما، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران ب

گروه فیزیک، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

ج

گروه مهندسی برق، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

دریافت شده در 2 دسامبر 2020؛ دریافت در فرم اصلاح شده 25 اکتبر 2022؛ پذیرفته شده در 18 نوامبر 2022
در 21 نوامبر 2022 به صورت آنلاین در دسترس است

چکیده

در این مقاله، ظرفیت یک خازن مستطیلی شکاف هوا صفحه موازی و یک خازن مکعب واحد محاسبه شده است. به دلیل عمومیت و سادگی، از تکنیک لحظه ها (MOM) استفاده می شود. به منظور بهبود دقت محاسبات، استفاده از انتگرال درجه دوم به جای انتگرال باینری پیشنهاد شده است. یک فرم منظم برای حل تحلیلی انتگرال های مورد نیاز برای روش لحظه ارائه شده است. نتایج نشان می دهد که خطای بسیار کمی در محاسبه ظرفیت حتی با تقسیم مرزی درشت وجود دارد. فرمول ها و کدهای توصیف شده به راحتی می توانند برای اهداف مشابه استفاده شوند. © 2022 انجمن بین المللی ریاضیات و کامپیوتر در شبیه سازی (IMACS) منتشر شده توسط Elsevier BV کلیه حقوق محفوظ است.

کلمات کلیدی: محاسبه ظرفیت، روش لحظه ها، تصویربرداری ظرفیت

1. مقدمه

محاسبه دقیق ظرفیت الکتریکی از شیشه لیدن اولیه پر از آب تا ابرخازن های مدرن یک کار چالش برانگیز برای دانشمندان و محققان بوده است. [8] تقاضا برای تکنیک های استخراج سریع ظرفیت افزایش می یابد زیرا استفاده از خازن ها در سیستم های حسگر به طور گسترده گسترش می یابد. [27]

ویژگی های مورد نظر اشیاء مورد بررسی را می توان با تحلیل مسئله معکوس پارامترهای اندازه گیری شده به دست آورد. در سیستم های مبتنی بر حسگر خازنی مانند "روش تصویربرداری خازنی"، ماده توسط دو الکتروود اسکن می شود و ظرفیت الکتریکی بین الکتروودها در هر موقعیت ثبت می شود. [7, 21] و می توان از آن برای تعیین اندازه و محل عیوب استفاده کرد. [19] روش تصویربرداری خازنی همچنین می تواند بر روی اجسام فلزی استفاده شود و برای ایجاد تصویر سطحی از ماده به عنوان یک مسئله معکوس استفاده می شود. [25]

برای حل یک "مسئله معکوس"، ابتدا به یک راه سریع و دقیق برای حل "مسئله پیش رو" نیاز دارید. این به این معنی است که محاسبه ظرفیت باید هوشمندانه به گونه ای انجام شود که بدون اتلاف زمان CPU تکرار شود. این مقاله بر استخراج ظرفیت خازن های شکاف هوا تمرکز دارد. نتایج برای محاسبه ظرفیت خازن های دی الکتریک قابل استفاده است. همچنین، بسیاری از مشکلات در مغناطیس استاتیک را می توان به طور مشابه حل کرد زیرا

A	B	C	C	B	A
B	D	E	E	D	B
C	E	F	F	E	C
C	E	F	F	E	C
B	D	E	E	D	B
A	B	C	C	B	A

شکل 1. تقسیم یک مربع فلزی به 36 بخش.

دوگانگی الکترومغناطیسی و مغناطیسی مشکلاتی مانند بازسازی شکل عیوب در بازرسی نشتی شار مغناطیسی را می توان از این طریق حل کرد. [9]

ظرفیت الکتریکی خازن ها با روش های مختلفی مانند روش تفاضل محدود و اجزا محدود، [14] تکنیک مونت کارلو [17,32] و روش گشتاورها [4] محاسبه شده است. به جز روش های تصادفی، بقیه از یک معادله ماتریسی استفاده می کنند که باید حل شود تا ظرفیت هندسه مورد نظر به دست آید.

اندازه این ماتریس یک پارامتر مهم است که بر زمان مورد نیاز برای محاسبه ظرفیت تاثیر می گذارد. اگر روی خازن های شکاف هوا تمرکز کنیم، روش های المان مرزی بهترین انتخاب برای محاسبه می شوند. در غیاب محیط دی الکتریک، فقط مرزهای هوا و فلز باید در نظر گرفته شود. در روش ممان (MOM) المان ها روی سطوح مرزی قرار می گیرند. در مورد خاص خازن صفحه موازی با شکاف هوا، تنها دو سطح صفحه رسانا در تولید عناصر ماتریس نقش دارند. بنابراین اندازه ماتریس در مقایسه با اندازه ماتریس در روش های «تفاوت محدود» و «المان محدود» بسیار کوچک است. اگرچه این دو تکنیک یک «ماتریس پراکنده» ایجاد می کنند، اما طولانی شدن زمان محاسبات به دلیل اندازه ماتریس نمی تواند با تکنیک های بهبود یافته دستکاری «ماتریس پراکنده» جبران شود. [15,36]

عناصر ماتریس MOM را می توان با ادغام سطح در مناطق مرزی محاسبه کرد. [18] محاسبات انتگرال را می توان به صورت تحلیلی [1,10,34] یا عددی [11,28] انجام داد. ادغام عددی را می توان به طور مستقیم یا با تکنیک ادغام مونت کارلو [24] انجام داد. با این حال، برخی از نویسندگان یک بسط سری از تابع گرین را پیشنهاد کرده اند تا حل پاسخ را به صورت مجموعه ای از عبارات بسازند. [2,12,30,37] در سال های اخیر از روش های محاسبات موازی برای افزایش سرعت محاسبات استفاده شده است. [16,23]

در این مقاله، از تبدیل انتگرال برای حل تحلیلی انتگرال های چهارگانه استفاده شده است که فرمول های دقیقی برای ضرایب ماتریس MOM بدون تقریب ارائه می دهد. این عبارات تحلیلی برای تولید ماتریس اتصال استفاده شده است. بنابراین معادله ماتریس حل شده و خازن الکتریکی برای خازن صفحه موازی شکاف هوا و خازن مکعب واحد محاسبه شده است. نتایج با روش های تقریبی محاسبه انتگرالی مقایسه شده است. توزیع بار روی صفحات خازن نیز مورد بررسی قرار گرفته است.

یک مسیر قابل درک برای حل انتگرال های چهارگانه و یک فرم بسیار منظم برای نتایج محاسبات تحلیلی در اینجا ارائه شده است تا به محققان کمک کند ظرفیت الکتریکی را برای هندسه های مورد نظر خود محاسبه کنند. یک کد پایتون برای محاسبات ایجاد شده است و اکنون در وب سایت ما موجود است و می توان آزادانه از آن استفاده کرد. از کتابخانه های Numpy و Scipy برای انجام محاسبات عددی ساده و نسبتاً سریع استفاده می شود.

2. روش گشتاورها برای محاسبه ظرفیت

ایده های اساسی برای تکنیک MOM ابتدا توسط فیزیکدان بزرگ جیمز کلارک ماکسول پیشنهاد شد که می خواست ظرفیت الکتریکی یک مربع فلزی را محاسبه کند. شایسته است نگاهی به آثار او بیندازیم که در اینجا یافت می شود. [5]

او مربع را بر 36 مربع مساوی تقسیم کرد و چگالی بار یکنواخت را برای هر کدام در نظر گرفت. سپس پتانسیل الکتریکی را در وسط هر قطعه مربع برابر با 1 فرض کرد. برای نگه داشتن پتانسیل همه بخش ها به یک، بار الکتریکی هر قطعه باید با سایر قطعات متفاوت باشد. 36 مقدار برای 36 بخش وجود دارد. اما تقارن هندسی به ما نشان می دهد که این 36 مقدار را می توان در 6 مقدار مجزا گروه بندی کرد. او سپس بار الکتریکی هر بخش و در نتیجه ظرفیت الکتریکی مربع بزرگ را محاسبه کرد (شکل 1 را ببینید).

به طور کلی برای محاسبه ظرفیت الکتریکی یک خازن صفحه موازی، ابتدا دو ولتاژ ثابت برای دو صفحه (معمولاً 1 ولت و -1 ولت) پیشنهاد می شود. حالا هر بشقاب باید به قطعات مربع تقسیم شود. چگالی بار هر بخش برای هر بخش ثابت فرض می شود. پتانسیل الکتریکی هر قطعه باید برابر با صفحه آن باشد. از طرف دیگر پتانسیل هر قطعه را می توان با استفاده از بار الکتریکی همه بخش ها و ضرایب جفت محاسبه کرد.

$$V_i = \sum_j$$

(1)

این فرمول را می توان به صورت ماتریسی نوشت.

$$V = PQ \quad (2)$$

اکنون حل این معادله ماتریسی برای محاسبه بار هر قسمت ضروری است و بدیهی است که وقتی پتانسیل الکتریکی و بار الکتریکی مشخص باشد می توان ظرفیت خازنی را بدست آورد. ضریب جفت بین دو بخش به شکل و محل دو قطعه بستگی دارد. می توان آن را تقریباً با فرمول بالقوه یک بار نقطه واحد جفت کرد.

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0 d_{ij}} \quad (3)$$

جایی که d_{ij} فاصله بین مراکز دو بخش است.

در ادبیات، این تقریب در روشی به نام «روش شبیه سازی بار سطحی» [33] استفاده می شود، اگرچه این روش را می توان در انواع MOM دسته بندی کرد. این فرمول برای بدست آوردن ضریب خود کوپلینگ مفید نیست. خود کوپلینگ با ادغام در ناحیه برای یافتن میانگین فاصله تمام نقاط منطقه تا مرکز آن محاسبه می شود. 1

$$dx dy 4\pi\epsilon_0 \int \int (x - x_{ci})^2 + (y - y_{ci})^2 \quad (4)$$

جایی که (x_{ci}, y_{ci}) نقطه مرکزی دامنه i و ناحیه قطعه است. برای نتایج تقریبی کمتر در محاسبه ظرفیت، بهتر است از یک فرمول انتگرال مضاعف نه تنها برای خود کوپلینگ بلکه برای جفت متقابل استفاده کنید. ما را به فرمول انتگرال دوگانه هدایت می کند.

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \int \int \int \frac{1}{\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}} \quad (5)$$

دو دامنه موازی فرض می شوند. فاصله دو حوزه است و در ادغام ثابت است. انتگرال باید روی دامنه i محاسبه شود و فاصله هر نقطه تا مرکز حوزه های دیگر در این فرمول در نظر گرفته می شود. این انتگرال ها را می توان به صورت تحلیلی محاسبه کرد و برای یافتن ظرفیت خازن های صفحه موازی توسط نیشیاما و ناکامورا [26] استفاده شده است.

بدیهی است که این فرمول در جایی که دو دامنه با توجه به ابعادشان نسبتاً نزدیک هستند مناسب نیست. در این حالت، مرکز یک دامنه را نمی توان به عنوان نماینده همه نقاط پیشنهاد کرد. در واقع بهتر است تمام فواصل متقابل بین نقاط دو بخش را پیدا کنید. این کار را می توان با استفاده از انتگرال چهارگانه به جای انتگرال دوگانه انجام داد.

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \int \int \int \frac{1}{\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}} \quad (6)$$

جایی که d_{ij} است

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \int \int \int \frac{1}{\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}} \quad (7)$$

3. ادغام چهارگانه برای بخش های مستطیلی موازی

برای به دست آوردن ضرایب جفت شرح داده شده در معادله (6) می توان از روش یکپارچه سازی عددی استفاده کرد یا آن را به صورت تحلیلی حل کرد. اگرچه پیشرفت های زیادی در تکنیک های عددی وجود دارد، اما راه حل های تحلیلی هنوز زمان پردازش کمتری دارند. ابتدا توسط ایبرت و هانسن برای حوزه های مثلثی [10] انجام شده است. راه حل تحلیلی برای حوزه های مستطیلی ارائه شده توسط Lopez-Pena و Mosig [20] با یک اشتباه کوچک در فرمول مشتق شده. اخیراً این انتگرال توسط Maccarrone و Paffuti [22] انجام شده است و از نتیجه آن برای یافتن ظرفیت و نیرو برای دو الکترود مربع استفاده شده است. این انتگرال ها توسط ژنی سانگ و همکاران محاسبه شده است. [31] برای محاسبه اندوکتانس جزئی.

برای اجرای انتگرال در معادله (6) می توان از این تبدیل انتگرال استفاده کرد. [6]

$$1 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}} \quad (8)$$

و معادله (6) را می توان به این شکل بازنویسی کرد.

$$= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}} \quad (9)$$

برای سادگی، ما ثابت ها را از فرمول حذف می کنیم.

فهیج شراهنی این رایج یافتن از تابعه و تابعه اولیه و می شود اودلهار

انتگرال‌های داخلی را می‌توان یافت. I را تابع اولیه انتگرال چهارگانه فرض کنید.

سپس اِرا می‌توان به صورت تحلیلی محاسبه کرد. توسط نرم افزارهای رایج ریاضی قابل انجام است. راه حل با استفاده از [35] "Wolfram Alpha" به دست آمده است.

که در آن $z = z_c$ و $x = x_i \otimes x_j$ ، $y = y_i \otimes y_j$ و $(x^2 + y^2 + z^2)$ جداگانه محاسبه شوند.

ما می‌خواهیم محاسباتی را روی بخش‌های مستطیلی انجام دهیم. بنابراین حدود ادغام بیش از دو مستطیل است.

$$I_4 = \sum_{i,j,k,l=0}^1 \frac{A_{i,j,k,l} \pi}{x y (x \sinh^{-1}(\frac{y}{2z + \sqrt{z^2 + y^2}})) \tan^{-1}(\frac{xy}{2z + \sqrt{z^2 + y^2}}))$$

در عبارات فوق $x = a_i - c_j$, $y = b_k - d_l$ و $z = z_c$ مقدار a_i, j, k, l به مجموع به ابستگی دارد. اگر این جمع یک عدد فرد است a_i, j, k, l به 1- می شود، در غیر این صورت مقدار آن برابر با 1 است.

اکنون باید مجموع I1 تا I4 را پیدا کنید.

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 0$$

2. همانطور که مشخص است $\sinh^{-1}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ ، بنابراین فرمول فوق را می توان به این شکل بازنویسی کرد.

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i,j,k,l=0}^1 \frac{\pi (-x)^{12}}{A_{i,j,k,l}} \frac{z^2 y^2}{x^2 + y^2 + z^2} \\
&+ \frac{\pi y (x^2 + y^2 + z^2)}{4} \ln(y + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}) \\
&+ \frac{\pi x (y^2 + z^2)}{4} \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}) \\
&- \frac{\pi^2}{xyz} \ln\left(\frac{xy}{2\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right)
\end{aligned}
\tag{18}$$

دو بخش همسطح هستند، جفت متقابل با گرفتن حد معادله به دست می آید. (17) وقتی z به صفر می رسد.

$$I_{coplanar} = \sum_{i,j,k,l=0}^1 A_{i,j,k,l} \left[\frac{\pi}{12} \left((-x^2 - y^2)^2 + x^2 y^2 \right) + \frac{\pi}{4} \left(y^2 x^2 + x^2 y^2 \right) \sinh^{-1} \left(\frac{y}{x} \right) \right] \quad (19)$$

اجرای این فرمول نیازمند توجه ویژه به مواردی است که هر مخری از کسری وجود دارد. صفر می شود به راحتی هر جمله، شامل چنین کسری به صفر می رسد و می تواند در محاسبات حذف شود. و در نهایت، خود جفت شدن یک قطعه مستطیلی به این شکل است.

$$- \frac{3}{2} + y^2 \operatorname{Sc}\left(\frac{\sqrt{-x}}{(x-y)^2 - y^2}\right) x^2 + y^2 \sinh^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) + x(y^2 \sinh^{-1}\left(\frac{y}{x}\right))$$

حالا x و y طول، و عرض ناحیه مستطیلی هستند.

4. ادغام چهارگانه برای بخش های مستطیلی عمود بر هم

ضریب جفت برای قطعات عمود بر هم با این فرمول بدست می آید.

$$= \frac{1}{\sin \theta} \frac{j d z j 4 \pi \epsilon_0 d i j}{d x i d y d x} \quad (21)$$

جایی که d_i است

$$= \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_c)^2 + (z_c - z_j)^2} \quad (22)$$

جایی که z_c و y_c در ادغام ثابت هستند. با استفاده از تبدیل انتگرال استفاده شده برای قطعات موازی، تابع اولیه انتگرال چهارگانه را می توان به دست آورد.

$$\frac{\pi}{\sqrt{2}} \frac{\operatorname{erf}(ux) \operatorname{erf}(uy) \operatorname{erf}(uz)}{\sqrt{2} \operatorname{erf}(uy) \operatorname{erf}(uz) \sqrt{2}} \quad (23)$$

که نتایج زیر را برای y و z به دست می آید.

$$\begin{aligned} &= \sum_{i,j,k,l=0}^1 A_{i,j,k,l} \\ &= \frac{\pi}{12} \frac{(yz)^2}{(2^2 + y^2 + z^2)^2} \sinh^{-1} \left(\frac{y}{2^2 + z^2} \right) \\ &+ \frac{\pi}{12} \frac{(3x^2 - y^2)}{(y(3x^2 - y^2))} \sinh^{-1} \left(\frac{z}{2^2 + y^2} \right) \\ &+ \frac{\pi}{12} \frac{\sinh^{-1} \left(\frac{y}{2^2 + z^2} \right)}{(xyz)^2} \\ &- \frac{\pi}{12} \frac{\tan^{-1} \left(\frac{z}{2^2 + y^2} \right)}{(x^2 + y^2 + z^2)^2} \\ &- \frac{\pi}{12} \frac{\tan^{-1} \left(\frac{y}{2^2 + z^2} \right)}{(y^2 + x^2 + z^2)^2} \\ &- \frac{\pi}{12} \frac{3 \tan^{-1} \left(\frac{xyz}{2^2 + y^2 + z^2} \right)}{(x^2 + y^2 + z^2)^2} \end{aligned} \quad (24)$$

حال در عبارات بالا $z = z_c - dl$ ، $x = a_i - c_j$ ، $y = b_k - y_c$

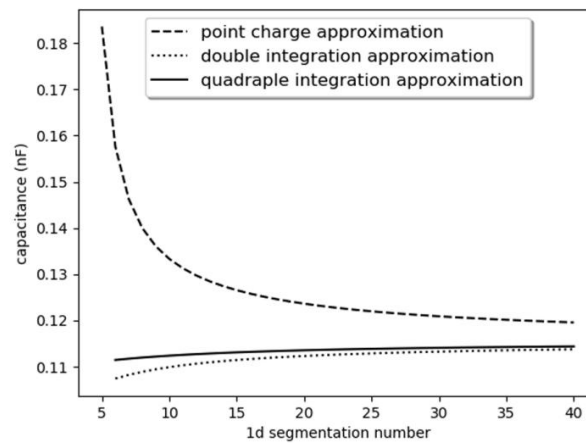
5. نتایج

برای آزمایش نتایج تحلیلی، ابتدا آنها با نتایج یکپارچه سازی عددی مقایسه می شوند. توافق کامل و خطای صفر رخ داده است. اگرچه به دلیل تکنیکی ها، ادغام عددی را نمی توان به راحتی برای هر حوزه ادغام انجام داد. برای آزمایش توانایی فرمول ها، دو مسئله کلاسیک با این فرمول ها حل شد: ظرفیت خازن صفحه موازی شکاف هوا و ظرفیت مکعب واحد.

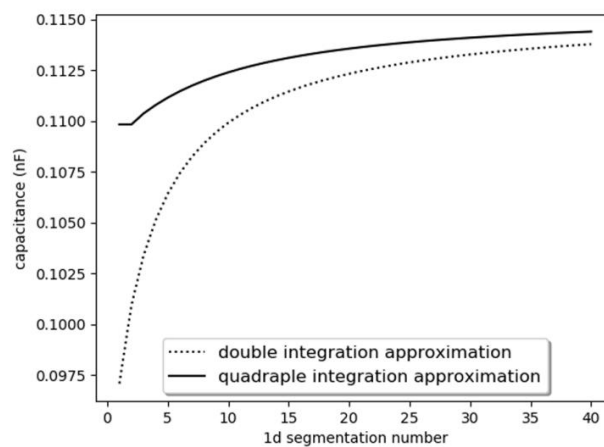
ظرفیت خازن صفحه موازی شکاف هوا به سه روش محاسبه شده است. در مورد اول، تقریب بار نقطه ای برای جفت متقابل و ادغام دوگانه برای خود کوپلینگ استفاده می شود. در روش دوم، هر دو جفت خود و متقابل از طریق ادغام مضاعف محاسبه می شوند. روش سوم از ادغام چهارگانه برای محاسبه ضرایب جفت استفاده می کند.

یک خازن به ابعاد 1 متر \times 1 متر برای صفحات و 10 سانتی متر برای شکاف جداسازی در نظر گرفته شده است. در شکل 2 نتایج استخراج خازن برای این سه روش در مقابل تعداد تقسیم بندی صفحه مربع در هر بعد (n) نشان داده شده است. تعداد کل کاشی ها $2 * n$ است. به دلیل پاسخ های بسیار نادرست روش تقریبی نقطه ای در تقسیم بندی درشت، پنج نتیجه اول حذف می شوند. مشاهده می شود که تقریب شارژ نقطه ای از دقت خارج است و دو مورد دیگر با هم

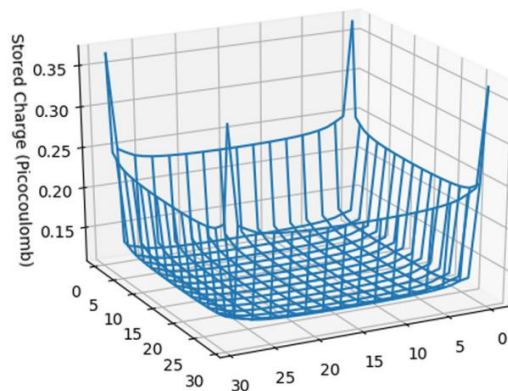
در شکل 3 روش های ادغام دوگانه و چهارگانه مقایسه شده اند. واضح است که ادغام چهارگانه منجر به مزایای دقیق تر می شود. حتی در تقسیم بندی درشت، یک پاسخ معتبر از ادغام چهارگانه به دست آمده است (شکل 4 را ببینید).



شکل 2. ظرفیت خازن صفحه موازی با سه روش.

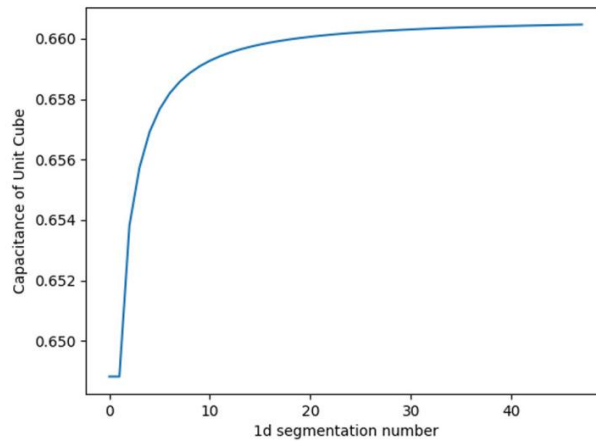


شکل 3. مقایسه بین نتایج استخراج شده از ادغام های دوگانه و چهارگانه در محاسبه ظرفیت خازن صفحه موازی.



شکل 4. توزیع بار روی یک صفحه خازن صفحه موازی با شکاف هوا.

همانطور که در بالا ذکر شد، در MOM مجموعه ای از معادلات حل می شود تا مقدار شارژ هر کاشی به دست آید. بنابراین توزیع چگالی بار مستقیماً در این روش به دست می آید. به عنوان مثال، این روش برای خازن صفحه موازی با شکاف هوا با ابعاد 1 متر \times 1 متر برای صفحات و 10 سانتی متر برای شکاف جداسازی اعمال می شود. در شکل 2 شارژ



شکل 5. ظرفیت مکعب واحد در واحد $4\pi\epsilon_0$

توزیع در صفحه بالایی نشان داده شده است. محاسبه چگالی شارژ در برخی از زمینه های تحقیقاتی، مانند مهندسی ولتاژ بالا، یک گلوگاه در طراحی دستگاه است.

آخرین مشکل بررسی شده ظرفیت مکعب واحد است. این یک مشکل کلاسیک در الکترواستاتیک است که نمی توان آن را دقیقاً حل کرد. بسیاری از نویسندگان از سال 1950 روش های مختلفی را برای حل این مشکل امتحان کرده اند. [29] ما نتایج تحلیلی خود را برای استخراج عناصر ماتریس مورد نیاز برای روش گشتاورها امتحان کردیم. این منجر به 73.385 pF برای 48 قطعه در هر بعد یعنی $6 * 48 * 48$ کاشی می شود. اکثر نویسندگان این مقدار را در واحدهای $4\pi\epsilon_0$ گزارش می کنند. یعنی این مقدار باید در 9×10^9 ضرب شود و به 0.66047 می رسد که بسیار نزدیک به بهترین مقدار ادعا شده یعنی 0.660678 است. [13] مقدار ظرفیت در برابر عدد تقسیم بندی $1d$ در شکل 5 ترسیم شده است.

با نگاه دقیق به انجیر. در 3 و 5 نتایج یکسانی را برای $n=1$ و $n=2$ مشاهده می کنیم. یعنی دقت محاسبه با اضافه شدن تعداد تقسیمات افزایش نمی یابد. دلیل این امر تقارن در حالت خاص $n=2$ است. به دلیل تقارن، هنگامی که هر وجه به چهار قسمت تقسیم می شود، هر قسمت باید دارای بار مشابه با بقیه باشد. این همان نتیجه را برای یک و دو در اعداد تقسیم بندی 1 بعدی می دهد. با این حال، در تقسیم بندی خوب، می توانیم به نتایج بسیار خوبی برسیم. یک کامپیوتر شخصی معمولی (مانند پردازنده AMD 4 گیگاهرتز با 8 هسته) می تواند ظرفیت واحد یک خازن مکعبی را با کمک 12438 قطعه با دقت بسیار خوب در کمتر از 10 دقیقه بدست آورد.

برای مقایسه این نتایج با آثار دیگر، ارزش نگاهی به مقاله بی و لانگرن [3] را دارد.

در این مقاله 2002 ظرفیت الکتریکی واحد مکعب بررسی شده است. همانطور که مشاهده می شود استفاده از انتگرال های چهارگانه در مقایسه با روش المان مرزی مشترک پاسخ بسیار دقیق تری با خطای کمتر از 2% در مواردی که تعداد تقسیمات کم است می دهد. در مورد تقسیم درشت نمی توان این روش را با روش اجزای محدود مقایسه کرد. اصولاً در مواردی که تعداد مقاطع بسیار کم است نمی توان از روش اجزاء محدود استفاده کرد. مقایسه با روش های تصادفی چندان کاربردی نیست زیرا از مسیر کاملاً متفاوتی برای حل مسئله استفاده می کنند.

6. نتیجه گیری

در این مقاله، فرمول های دقیقی را برای استخراج ضرایب جفت در ماتریس اتصال MOM معرفی کرده ایم. ما از این فرمول ها برای به دست آوردن ضرایب جفت استفاده کرده ایم. سپس از MOM برای بدست آوردن ظرفیت الکتریکی خازن موازی با شکاف هوا و ظرفیت مکعب واحد استفاده کردیم. ظرفیت الکتریکی در مقابل تعداد بخش بندی بررسی می شود. ما نشان دادیم که حتی در تقسیم بندی بسیار درشت مرزها، نتایج بسیار خوبی را می توان از MOM به دست آورد. بنابراین زمانی که به روشی سریع و دقیق نیاز دارید، می توان از آن برای دستیابی به حل «مشکل پیش رو» استفاده کرد.

منابع

P. Arcioni, M. Bressan, L. Perregrini, [1] در مورد ارزیابی انتگرال های سطح دوگانه ناشی از کاربرد مرز روش انتگرال برای مسائل سه بعدی. IEEE Trans. فناوری مایکرو. فناوری تئوری. 45 (3) (1997) 436-439.

- [2] م. آیت اللهی، س. صفوی نائینی، الگوریتم پر کردن ماتریس کارآمد برای MoM با استفاده از بسط موج صفحه تابع گرین، در: - CCECE 2003 کنفرانس کانادایی مهندسی برق و کامپیوتر، 2003، 3، 1437-1440. Toward a Caring and Humane Technology (Cat. No.03CH37436), vol.
- E.-W. [3] پای، KE Lonngren در مورد ظرفیت یک مکعب، محاسبه، برق مهندس - [http://dx.doi.org/10.1016/S0045-7906\(00\)00047-1](http://dx.doi.org/10.1016/S0045-7906(00)00047-1)، 28 (4) (2002) 317-321.
- E.-W. [4] پای، KE Lonngren خازن ها و روش گشتاورها، محاسبات، برق مهندس - <http://dx.doi.org/10.1016/j.compeleceng.2002.10.002>، 30 (3) (2004) 223-229.
- [5] H. Cavendish, J.C Maxwell, The Electrical Research of Honorable Henry Cavendish, London Cass, 1967, URL <https://archive.org/details/electricalresear00caveuoft/page/426>.
- O. Ciftja, [6] کولن خود انرژی و پتانسیل الکترواستاتیک یک مربع باردار یکنواخت در دو بعد، فیزیک، Lett. A 374 (7) (2010) 981-983. <http://dx.doi.org/10.1016/j.physleta.2009.12.017>.
- نشانی اینترنتی <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375960109015369>
- G. Diamond, D. Hutchins, [7] یک تکنیک جدید تصویربرداری خازنی برای NDT، کنفرانس اروپایی در مورد NDT، 25-29 سپتامبر، برلین، دانشگاه فنی درسدن، 2006، صفحات 1-8.
- ChemTexts 2 (2016) 1-19. [8] D. Dubal, Y. Wu, R. Holze، از کوزه لیدن تا اتوبوس های الکتریکی، 2008.
- SM Dutta, [9] سنجش نشت شار مغناطیسی: مسائل رو به جلو و معکوس (پایان نامه دکتری)، 2008.
- TF Eibert, V. Hansen, [10] در مورد محاسبه انتقال های بالقوه برای توزیع های منبع خطی در حوزه های مثلثی، IEEE Trans. Antennas and Propagation 43 (12) (1995) 1499-1502.
- RD Graglia, [11] در مورد ادغام عددی توابع شکل خطی ضربدر تابع سبز سه بعدی یا گرادین آن در یک صفحه مثلث، IEEE Trans. Antennas and Propagation 41 (10) (1993) 1448-1455.
- J. Hu, W. Zhang, T.-T. Qiu, X. Lan, [12] [J. Hu, W. Zhang, T.-T. Qiu, X. Lan، تولید ماتریس با بسط تیلور مرتبه اول به صورت محلی، بین المللی، J. Antennas Propag. 2018 (2018) 3453495. <http://dx.doi.org/10.1155/2018/3453495>.
- C.-O. [13] [روش های هوانگ، ام. ماسکانی، تی وون، مونت کارلو برای محاسبه ظرفیت مکعب واحد، در: پنجمین سمینار IMACS در روش های مونت کارلو کاربردهای جبر رابانه ای (ACA 2007) 2007 جلسه ویژه برنامه های کاربردی غیراستاندارد رابانه های جبری دو مکانیکی و زیست شناسی، مجموعه ای از مقالات ارائه شده در اولین کنفرانس بین المللی IMACS در بیومکانیک محاسباتی و زیست شناسی ICCB 2007، ریاضی، محاسبه کنید، شبیه سازی، article/pii/S0378475408001274، 80 (6) (2010) 1089-1095. <http://dx.doi.org/10.1016/j.matcom.2008.03.003>، 80 (6) (2010) 1089-1095. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378475408001274>.
- SC Izquierdo, JMB Barrachina, CSC Penuelas, FCS ee, [14] ارزیابی ظرفیت خازن در خازن های صفحه موازی با استفاده از محدود تجزیه و تحلیل عناصر، در: انرژی های تجدیدپذیر و کیفیت برق، 2009، ص. 613.
- BM Kolundzija, VV Petrovic, [15] مقایسه MoM/SIE، MoM/VIE و FEM بر اساس تحلیل توپولوژیکی دو مشکل متعارف، در: and Propagation Society International Symposium، 1998، 1، صفحات 274-277.
- IEEE Antennas خلاصه 1998، آنتن ها: دروازه های شبکه جهانی در ارتباط با:، (Cat. No.98CH36)، 1998، 1، صفحات 274-277.
- BM Kolundzija, DP Zoric, [16] ارزیابی کارآمد عناصر ماتریس MoM با استفاده از CPU و/یا GPU، در: 2012 ششمین کنفرانس اروپایی آنتن ها و انتشار، 2012، (EUCAP)، صفحات 702-706.
- Y. Le Coz, R. Iverson, [17] یک الگوریتم تصادفی برای استخراج خازن با سرعت بالا در مدارهای مجتمع، ترون الکتریک حالت جامد، 1012. [http://dx.doi.org/10.1016/0038-1101\(92\)90332-7](http://dx.doi.org/10.1016/0038-1101(92)90332-7).
- نشانی اینترنتی <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0038110192903327>، 35 (7) (1992) 1005-1012.
- [18] تی لی، استخراج ظرفیت 3 بعدی با روش لحظه ها (پایان نامه کارشناسی ارشد)، موسسه پلی تکنیک ورجستر، 2010، آدرس اینترنتی <https://digitalcommons.wpi.edu/etd-theses/86>.
- Z. Liu, H. Liu, [19] آزمایش تکنیک سنجش خازنی برای ارزیابی یکپارچگی ساختاری، در: کنفرانس بین المللی IEEE 2017 در فناوری صنعتی (ICIT)، 2017، صفحات 922-927.
- S. Lopez-Pena, JR Mosig, [20] ارزیابی تحلیلی انتقال های بالقوه استاتیک چهارگانه در حوزه های مستطیلی برای حل 3-بعدی مشکلات الکترومغناطیسی، IEEE Trans. Magn. 45 (3) (2009) 1320-1323.
- G. Ma, M. Soleimani, [21] آرایه تصویربرداری خازنی 4 بعدی همه کاره: یک پوست بدون لمس و یک حسگر جلوگیری از موانع برای کاربردهای روباتیک، علمی، Rep. 10 (1) (2020) 11525. <http://dx.doi.org/10.1038/s41598-020-68432-1>.
- F. Maccarrone, G. Paffuti, Capacitance and force for two square electrode, J. Electrostat. 89 (2017) 20-29. <http://dx.doi.org/10.1016/j.elstat.2017.06.007>.
- A. Manic, [23] روش سریع و دقیق دو مرتبه بالاتر از گشتاورها شتاب گرفته از تجزیه دامنه Diakoptic و موازی سازی کارآمد حافظه برای سیستم های محاسباتی با کارایی بالا (پایان نامه دکتر)، دانشگاه ایالتی کلرادو، 2015. URL <http://hdl.handle.net/10217/170428>.
- M. Mishra, N. Gupta, A. Dubey, S. Shekhar, [24] کاربرد تکنیک ادغام شبه مونت کارلو در محاسبه ظرفیت کارآمد، Prog. الکترومغناطیس، <http://dx.doi.org/10.2528/PIER09011310>.
- Res. 90 (2009) 309-322. <http://www.jpier.org/PIER/pier.php?paper=09011310>، Res. 90 (2009) 309-322.
- م. متکین، م. سلیمانی، اندازه گیری مستقیم ظرفیت خازنی برای تصویربرداری توموگرافی از اجسام فلزی، در: نهمین کنگره جهانی در توموگرافی فرآیند صنعتی، WCIPT9، سپتامبر 2018؛ تاریخ کنفرانس: 02-09-2018، 2018.
- H. Nishiyama, M. Nakamura, [26] فرم و ظرفیت خازن های صفحه موازی، IEEE Trans. کامیون. بسته بندی، Manuf. تکنولوژی 17 A (3) (1994) 477-484.
- for MEMS type capacitive sensors with square membranes, in: 2009 Joint IEEE North-East Workshop on Circuits and Systems and TAISA Conference, 2009, pp. 1-4.
- M. Rahman, S. Abbas, S. Chowdhury, A simple capacitance Calculation Formul [27] S. Rao, A. Glisson, D. Wilton, B. Vidula, [28] روش حل عددی ساده برای مسائل استاتیکی که شامل اشکال دلخواه است، سطوح، IEEE Trans. آنتن ها و انتشار، 27 (5) (1979) 604-608.
- DK Reitan, TJ Higgins, [29] محاسبه ظرفیت الکتریکی یک مکعب، Appl. لفیزیک: 22 (2) (1951) 223-226. <http://dx.doi.org/10.1063/1.1699929>.
- <https://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.1699929> آدرس: <https://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.1699929>

- KY [30] ببینید، EK Chua, Z. Liu، ارزیابی دقیق و کارآمد ماتریس MoM بر اساس یک رویکرد تحلیلی تعمیم یافته، Prog. الکترومغناطیس. Res. 94 (2009) 367–382. <http://dx.doi.org/10.2528/PIER09063002>.
- ZF Song, F. Duval, D. Su, A. Louis, [31] محاسبه اندوکتانس جزئی پایدار برای مدل سازی مدار معادل عنصر جزئی، Appl. محاسبه کنید. الکترومغناطیس. Soc. J. 25 (6) (2011) 738-749.
- M. Song, M. Yang, W. Yu, [32] حل کننده خازن تصادفی مبتنی بر راه رفتن شناور برای ساختارهای VLSI با دی الکتریک های غیر طبقه ای، در: 2020 طراحی، آزمون اتوماسیون در نمایشگاه کنفرانس اروپا (DATE)، 2020، صفحات 1133-1138.
- [33] روش شبیه سازی بار سطحی (SSM)، در: تحلیل عددی میدان های الکترومغناطیس، در: سیستم های انرژی الکتریکی و سری مهندسی، اسپرینگر، برلین، هایدلبرگ، 8_1-3-642-50319-10.1007/978-3-642-50319-1، <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-50319-1>، 1993.
- D. Wilton, S. Rao, A. Glisson, D. Schaubert, O. Al-Bundak, C. Butler, [34] انتگرال های بالقوه برای توزیع منبع پکنواخت و خطی در حوزه های چند ضلعی و چند وجهی، IEEE Trans. Antennas and Propagation 32 (3) (1984) 276-281.
- Wolf from Alpha، آدرس <http://www.wolframalpha.com>.
- [35] هوش محاسباتی BEM، IEEE Circuits Devices Mag. 20 (5) (2004) 25-34. در مقابل [36] Yunn-Shiuan Liao, Shiang-Woei Chyuan, Jeng-Tzong Chen. FEM [37] یک طرح پر کردن ماتریس کارآمد برای معادله انتگرال سطح با توابع پایه بردار سلسله مراتبی مرتبه بالاتر، در: 2016 IEEE پنجمین کنفرانس آسیا و اقیانوسیه در مورد آنتن ها و انتشار (APCAP)، 2016، صفحات 177-178.