#### ﺑﻪ ﺻﻮرت آﻧﻼﯾﻦ در [www.sciencedirect.comﻣﻮﺟﻮد اﺳﺖ](http://www.elsevier.com/locate/matcom)

ScienceDirect

[رﯾﺎﺿﯿﺎت و ﮐﺎﻣﭙﯿﻮﺗﺮ در ﺷﺒﯿﻪ ﺳﺎزی 231-240 (2023) 206](https://doi.org/10.1016/j.matcom.2022.11.015)

ﻣﻘﺎﻻت اﺻﻠﯽ

[www.elsevier.com/locate/matcom](http://www.elsevier.com/locate/matcom)

ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ دﻗﯿﻖ ﻇﺮﻓﯿﺖ اﻟﮑﺘﺮﯾﮑﯽ ﺑﺎ اﺳﺘﻔﺎده از اﻧﺘﮕﺮال ﻫﺎی ﭼﻬﺎرﮔﺎﻧﻪ در روش ﮔﺸﺘﺎور

# ،ﺳﻌﯿﺪ ﺳﺮﮐﺎراﺗﯿﺎ

،ﻣﺤﻤﺪﻣﻬﺪی ﻃﻬﺮاﻧﭽﯿﺎ، ب،□

### اﺳﻔﻨﺪﯾﺎر ﻣﻬﺮﺷﺎﻫﯿﭻ

ﭘﮋوﻫﺸﮑﺪه ﻟﯿﺰر و ﭘﻼﺳﻤﺎ، داﻧﺸﮕﺎه ﺷﻬﯿﺪ ﺑﻬﺸﺘﯽ، ﺗﻬﺮان، اﯾﺮان ب آ ﮔﺮوه ﻓﯿﺰﯾﮏ، داﻧﺸﮕﺎه ﺷﻬﯿﺪ ﺑﻬﺸﺘﯽ، ﺗﻬﺮان، اﯾﺮان

ﮔﺮوه ﻣﻬﻨﺪﺳﯽ ﺑﺮق، داﻧﺸﮕﺎه ﺷﻬﯿﺪ ﺑﻬﺸﺘﯽ، ﺗﻬﺮان، اﯾﺮان ج

درﯾﺎﻓﺖ ﺷﺪه در 2دﺳﺎﻣﺒﺮ ؛2020درﯾﺎﻓﺖ در ﻓﺮم اﺻﻼح ﺷﺪه 25اﮐﺘﺒﺮ ؛2022ﭘﺬﯾﺮﻓﺘﻪ ﺷﺪه در 18ﻧﻮاﻣﺒﺮ 2022

در 21ﻧﻮاﻣﺒﺮ 2022ﺑﻪ ﺻﻮرت آﻧﻼﯾﻦ در دﺳﺘﺮس اﺳﺖ

#### ﭼﮑﯿﺪه

در اﯾﻦ ﻣﻘﺎﻟﻪ، ﻇﺮﻓﯿﺖ ﯾﮏ ﺧﺎزن ﻣﺴﺘﻄﯿﻠﯽ ﺷﮑﺎف ﻫﻮا ﺻﻔﺤﻪ ﻣﻮازی و ﯾﮏ ﺧﺎزن ﻣﮑﻌﺐ واﺣﺪ ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ ﺷﺪه اﺳﺖ.

#### ﺑﻪ دﻟﯿﻞ ﻋﻤﻮﻣﯿﺖ و ﺳﺎدﮔﯽ، از ﺗﮑﻨﯿﮏ ﻟﺤﻈﻪ ﻫﺎ (MOM)اﺳﺘﻔﺎده ﻣﯽ ﺷﻮد. ﺑﻪ ﻣﻨﻈﻮر ﺑﻬﺒﻮد دﻗﺖ ﻣﺤﺎﺳﺒﺎت، اﺳﺘﻔﺎده از اﻧﺘﮕﺮال درﺟﻪ دوم ﺑﻪ ﺟﺎی اﻧﺘﮕﺮال ﺑﺎﯾﻨﺮی ﭘﯿﺸﻨﻬﺎد ﺷﺪه اﺳﺖ. ﯾﮏ ﻓﺮم ﻣﻨﻈﻢ ﺑﺮای ﺣﻞ ﺗﺤﻠﯿﻠﯽ اﻧﺘﮕﺮال ﻫﺎی ﻣﻮرد ﻧﯿﺎز ﺑﺮای روش ﻟﺤﻈﻪ اراﺋﻪ ﺷﺪه اﺳﺖ. ﻧﺘﺎﯾﺞ ﻧﺸﺎن ﻣﯽ دﻫﺪ ﮐﻪ ﺧﻄﺎی ﺑﺴﯿﺎر ﮐﻤﯽ در ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ ﻇﺮﻓﯿﺖ ﺣﺘﯽ ﺑﺎ ﺗﻘﺴﯿﻢ ﻣﺮزی درﺷﺖ وﺟﻮد دارد. ﻓﺮﻣﻮل ﻫﺎ و ﮐﺪﻫﺎی ﺗﻮﺻﯿﻒ ﺷﺪه ﺑﻪ راﺣﺘﯽ ﻣﯽ ﺗﻮاﻧﻨﺪ ﺑﺮای اﻫﺪاف ﻣﺸﺎﺑﻪ اﺳﺘﻔﺎده ﺷﻮﻧﺪ. 2022 ©اﻧﺠﻤﻦ ﺑﯿﻦ اﻟﻤﻠﻠﯽ رﯾﺎﺿﯿﺎت و ﮐﺎﻣﭙﯿﻮﺗﺮ در ﺷﺒﯿﻪ ﺳﺎزی (IMACS).ﻣﻨﺘﺸﺮ ﺷﺪه ﺗﻮﺳﻂ BV Elsevier

ﮐﻠﯿﻪ ﺣﻘﻮق ﻣﺤﻔﻮظ اﺳﺖ.

ﮐﻠﻤﺎت ﮐﻠﯿﺪی: ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ ﻇﺮﻓﯿﺖ. روش ﻟﺤﻈﻪ ﻫﺎ; ﺗﺼﻮﯾﺮﺑﺮداری ﻇﺮﻓﯿﺖ

1.ﻣﻘﺪﻣﻪ

ﻫﺎی ﻣﺪرن ﯾﮏ ﮐﺎر ﭼﺎﻟﺶ ﺑﺮاﻧﮕﯿﺰ ﺑﺮای داﻧﺸﻤﻨﺪان و ﻣﺤﻘﻘﺎن ﺑﻮده اﺳﺖ. [8].ﺗﻘﺎﺿﺎ ﺑﺮای

ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ دﻗﯿﻖ ﻇﺮﻓﯿﺖ اﻟﮑﺘﺮﯾﮑﯽ از ﺷﯿﺸﻪ ﻟﯿﺪن اوﻟﯿﻪ ﭘﺮ از آب ﺗﺎ اﺑﺮﺧﺎز

ﻫﺎ در ﺳﯿﺴﺘ lﻢﻫﺎی ﺣﺴﮕﺮ ﺑﻪ ﻃﻮر ﮔﺴﺘﺮده ﮔﺴﺘﺮش ﻣﯽlﯾﺎﺑﺪ [27].

ﺗﮑﻨﯿ ﻫﺎی اﺳﺘﺨﺮاج ﺳﺮﯾﻊ ﻇﺮﻓﯿﺖ اﻓﺰاﯾﺶ ﻣ ﯾﺎﺑﺪ زﯾﺮا اﺳﺘﻔﺎده از ﺧﺎز

وﯾﮋﮔﯽ ﻫﺎی ﻣﻮرد ﻧﻈﺮ اﺷﯿﺎء ﻣﻮرد ﺑﺮرﺳﯽ را ﻣﯽ ﺗﻮان ﺑﺎ ﺗﺤﻠﯿﻞ ﻣﺴﺌﻠﻪ ﻣﻌﮑﻮس ﭘﺎراﻣﺘﺮﻫﺎی اﻧﺪازه ﮔﯿﺮی ﺷﺪه ﺑﻪ دﺳﺖ آورد. در ﺳﯿﺴﺘﻢ ﻫﺎی ﻣﺒﺘﻨﯽ ﺑﺮ ﺣﺴﮕﺮ ﺧﺎزﻧﯽ ﻣﺎﻧﻨﺪ "روش ﺗﺼﻮﯾﺮﺑﺮداری ﺧﺎزﻧﯽ"، ﻣﺎده ﺗﻮﺳﻂ دو اﻟﮑﺘﺮود اﺳﮑﻦ ﻣﯽ ﺷﻮد و ﻇﺮﻓﯿﺖ اﻟﮑﺘﺮﯾﮑﯽ ﺑﯿﻦ اﻟﮑﺘﺮودﻫﺎ در ﻫﺮ ﻣﻮﻗﻌﯿﺖ ﺛﺒﺖ ﻣﯽ ﺷﻮد 21].،[7و ﻣﯽ ﺗﻮان از آن ﺑﺮای ﺗﻌﯿﯿﻦ اﻧﺪازه و ﻣﺤﻞ ﻋﯿﻮب اﺳﺘﻔﺎده ﮐﺮد [19].روش ﺗﺼﻮﯾﺮﺑﺮداری ﺧﺎزﻧﯽ ﻫﻤﭽﻨﯿﻦ ﻣﯽ ﺗﻮاﻧﺪ ﺑﺮ روی اﺟﺴﺎم ﻓﻠﺰی اﺳﺘﻔﺎده ﺷﻮد و ﺑﺮای اﯾﺠﺎد ﺗﺼﻮﯾﺮ ﺳﻄﺤﯽ از

ﻣﺎده ﺑﻪ ﻋﻨﻮان ﯾﮏ ﻣﺴﺌﻠﻪ ﻣﻌﮑﻮس اﺳﺘﻔﺎده ﻣﯽ ﺷﻮد [25].

ﺑﺮای ﺣﻞ ﯾﮏ "ﻣﺴﺌﻠﻪ ﻣﻌﮑﻮس"، اﺑﺘﺪا ﺑﻪ ﯾﮏ راه ﺳﺮﯾﻊ و دﻗﯿﻖ ﺑﺮای ﺣﻞ "ﻣﺴﺌﻠﻪ ﭘﯿﺶ رو" ﻧﯿﺎز دارﯾﺪ. اﯾﻦ ﺑﻪ اﯾﻦ ﻣﻌﻨﯽ اﺳﺖ ﮐﻪ ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ ﻇﺮﻓﯿﺖ ﺑﺎﯾﺪ ﻫﻮﺷﻤﻨﺪاﻧﻪ ﺑﻪ ﮔﻮﻧﻪ ای اﻧﺠﺎم ﺷﻮد ﮐﻪ ﺑﺪون اﺗﻼف زﻣﺎن CPUﺗﮑﺮار ﺷﻮد. اﯾﻦ ﻣﻘﺎﻟﻪ ﺑﺮ اﺳﺘﺨﺮاج ﻇﺮﻓﯿﺖ ﺧﺎزن ﻫﺎی ﺷﮑﺎف ﻫﻮا ﺗﻤﺮﮐﺰ دارد. ﻧﺘﺎﯾﺞ ﺑﺮای ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ ﻇﺮﻓﯿﺖ ﺧﺎزن ﻫﺎی دی اﻟﮑﺘﺮﯾﮏ ﻗﺎﺑﻞ اﺳﺘﻔﺎده اﺳﺖ. ﻫﻤﭽﻨﯿﻦ، ﺑﺴﯿﺎری از ﻣﺸﮑﻼت در ﻣﻐﻨﺎﻃﯿﺲ اﺳﺘﺎﺗﯿﮏ را ﻣﯽ ﺗﻮان ﺑﻪ ﻃﻮر ﻣﺸﺎﺑﻪ ﺣﻞ ﮐﺮد زﯾﺮا

ﻧﻮﯾﺴﻨﺪه ﻣﺴﺌﻮل در: ﭘﮋوﻫﺸﮑﺪه ﻟﯿﺰر و ﭘﻼﺳﻤﺎ، داﻧﺸﮕﺎه ﺷﻬﯿﺪ ﺑﻬﺸﺘﯽ، ﺗﻬﺮان، اﯾﺮان. □

آدرس ﭘﺴﺖ اﻟﮑﺘﺮوﻧﯿﮑﯽ: [)teranchi@sbu.ac.irم.م ﻃﻬﺮاﻧﭽﯽ](mailto:teranchi@sbu.ac.ir).[(](mailto:teranchi@sbu.ac.ir)

[2022 0378-4754/©](https://doi.org/10.1016/j.matcom.2022.11.015) https://doi.org/[10.1016/j.matcom.2022.11.015](https://doi.org/10.1016/j.matcom.2022.11.015)اﻧﺠﻤﻦ ﺑﯿﻦ اﻟﻤﻠﻠﯽ رﯾﺎﺿﯿﺎت و ﮐﺎﻣﭙﯿﻮﺗﺮﻫﺎ در ﺷﺒﯿﻪ ﺳﺎزی (IMACS).ﻣﻨﺘﺸﺮ ﺷﺪه ﺗﻮﺳﻂ BV Elsevierﮐﻠﯿﻪ ﺣﻘﻮق ﻣﺤﻔﻮظ اﺳﺖ.

س. ﺳﺮﮐﺎراﺗﯽ، م.م. ﻃﻬﺮاﻧﭽﯽ و اﻟﻬﻪ ﻣﻬﺮﺷﺎﻫﯽ



ﺷﮑﻞ 1.ﺗﻘﺴﯿﻢ ﯾﮏ ﻣﺮﺑﻊ ﻓﻠﺰی ﺑﻪ 36ﺑﺨﺶ.

رﯾﺎﺿﯿﺎت و ﮐﺎﻣﭙﯿﻮﺗﺮ در ﺷﺒﯿﻪ ﺳﺎزی 231-240 (2023) 206

دوﮔﺎﻧﮕﯽ اﻟﮑﺘﺮﯾﺴﯿﺘﻪ و ﻣﻐﻨﺎﻃﯿﺲ ﻣﺸﮑﻼﺗﯽ ﻣﺎﻧﻨﺪ ﺑﺎزﺳﺎزی ﺷﮑﻞ ﻋﯿﻮب در ﺑﺎزرﺳﯽ ﻧﺸﺘﯽ ﺷﺎر ﻣﻐﻨﺎﻃﯿﺴﯽ را ﻣﯽ ﺗﻮان از اﯾﻦ ﻃﺮﯾﻖ ﺣﻞ ﮐﺮد [9]. ﻇﺮﻓﯿﺖ اﻟﮑﺘﺮﯾﮑﯽ ﺧﺎزن ﻫﺎ ﺑﺎ روش ﻫﺎی ﻣﺨﺘﻠﻔﯽ ﻣﺎﻧﻨﺪ روش ﺗﻔﺎﺿﻞ ﻣﺤﺪود و اﺟﺰا ﻣﺤﺪود ،[14]ﺗﮑﻨﯿﮏ ﻣﻮﻧﺖ ﮐﺎرﻟﻮ 32]،[17و روش ﮔﺸﺘﺎورﻫﺎ [4]ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ ﺷﺪه

اﺳﺖ. ﺑﻪ ﺟﺰ روش ﻫﺎی ﺗﺼﺎدﻓﯽ، ﺑﻘﯿﻪ از ﯾﮏ ﻣﻌﺎدﻟﻪ ﻣﺎﺗﺮﯾﺴﯽ اﺳﺘﻔﺎده ﻣﯽ ﮐﻨﻨﺪ ﮐﻪ ﺑﺎﯾﺪ ﺣﻞ ﺷﻮد ﺗﺎ ﻇﺮﻓﯿﺖ ﻫﻨﺪﺳﻪ ﻣﻮرد ﻧﻈﺮ ﺑﻪ دﺳﺖ آﯾﺪ.

اﻧﺪازه اﯾﻦ ﻣﺎﺗﺮﯾﺲ ﯾﮏ ﭘﺎراﻣﺘﺮ ﻣﻬﻢ اﺳﺖ ﮐﻪ ﺑﺮ زﻣﺎن ﻣﻮرد ﻧﯿﺎز ﺑﺮای ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ ﻇﺮﻓﯿﺖ ﺗﺎﺛﯿﺮ ﻣﯽ ﮔﺬارد. اﮔﺮ روی ﺧﺎزن ﻫﺎی ﺷﮑﺎف ﻫﻮا ﺗﻤﺮﮐﺰ ﮐﻨﯿﻢ، روش ﻫﺎی اﻟﻤﺎن ﻣﺮزی ﺑﻬﺘﺮﯾﻦ اﻧﺘﺨﺎب ﺑﺮای ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ ﻣﯽ ﺷﻮﻧﺪ. در ﻏﯿﺎب ﻣﺤﯿﻂ دی اﻟﮑﺘﺮﯾﮏ، ﻓﻘﻂ ﻣﺮزﻫﺎی ﻫﻮا و ﻓﻠﺰ ﺑﺎﯾﺪ در ﻧﻈﺮ ﮔﺮﻓﺘﻪ ﺷﻮد. در روش ﻣﻤﺎن (MOM)اﻟﻤﺎن ﻫﺎ روی ﺳﻄﻮح ﻣﺮزی ﻗﺮار ﻣﯽ ﮔﯿﺮﻧﺪ. و در ﻣﻮرد ﺧﺎص ﺧﺎزن ﺻﻔﺤﻪ ﻣﻮازی ﺑﺎ ﺷﮑﺎف ﻫﻮا، ﺗﻨﻬﺎ دو ﺳﻄﺢ ﺻﻔﺤﻪ

رﺳﺎﻧﺎ در ﺗﻮﻟﯿﺪ ﻋﻨﺎﺻﺮ ﻣﺎﺗﺮﯾﺲ ﻧﻘﺶ دارﻧﺪ. ﺑﻨﺎﺑﺮاﯾﻦ اﻧﺪازه ﻣﺎﺗﺮﯾﺲ در ﻣﻘﺎﯾﺴﻪ ﺑﺎ اﻧﺪازه ﻣﺎﺗﺮﯾﺲ در رو ﻫﺎی »ﺗﻔﺎوت ﻣﺤﺪود« و »اﻟﻤﺎن ﻣﺤﺪود« ﺑﺴﯿﺎر ﮐﻮﭼﮏ اﺳﺖ.

اﮔﺮﭼﻪ اﯾﻦ دو ﺗﮑﻨﯿﮏ ﯾﮏ "ﻣﺎﺗﺮﯾﺲ ﭘﺮاﮐﻨﺪه" اﯾﺠﺎد ﻣﯽ ﮐﻨﻨﺪ، اﻣﺎ ﻃﻮﻻﻧﯽ ﺷﺪن زﻣﺎن ﻣﺤﺎﺳﺒﺎت ﺑﻪ دﻟﯿﻞ اﻧﺪازه ﻣﺎﺗﺮﯾﺲ ﻧﻤﯽ ﺗﻮاﻧﺪ ﺑﺎ ﺗﮑﻨﯿﮏ ﻫﺎی ﺑﻬﺒﻮد ﯾﺎﻓﺘﻪ دﺳﺘﮑﺎری

"ﻣﺎﺗﺮﯾﺲ ﭘﺮاﮐﻨﺪه" ﺟﺒﺮان ﺷﻮد 36].،[15

ﻋﻨﺎﺻﺮ ﻣﺎﺗﺮﯾﺲ MOMرا ﻣﯽ ﺗﻮان ﺑﺎ ادﻏﺎم ﺳﻄﺢ در ﻣﻨﺎﻃﻖ ﻣﺮزی ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ ﮐﺮد [18].ﻣﺤﺎﺳﺒﺎت اﻧﺘﮕﺮال را ﻣﯽ ﺗﻮان ﺑﻪ ﺻﻮرت ﺗﺤﻠﯿﻠﯽ 34]،10،[1ﯾﺎ ﻋﺪدی 28]،[11اﻧﺠﺎم داد. ادﻏﺎم ﻋﺪدی را ﻣﯽ ﺗﻮان ﺑﻪ ﻃﻮر ﻣﺴﺘﻘﯿﻢ ﯾﺎ ﺑﺎ ﺗﮑﻨﯿﮏ ادﻏﺎم ﻣﻮﻧﺖ ﮐﺎرﻟﻮ [24]اﻧﺠﺎم داد. ﺑﺎ اﯾﻦ ﺣﺎل، ﺑﺮﺧﯽ از ﻧﻮﯾﺴﻨﺪﮔﺎن ﯾﮏ ﺑﺴﻂ ﺳﺮی از ﺗﺎﺑﻊ ﮔﺮﯾﻦ را ﭘﯿﺸﻨﻬﺎد ﮐﺮده اﻧﺪ ﺗﺎ ﺣﻞ ﭘﺎﺳﺦ را ﺑﻪ ﺻﻮرت ﻣﺠﻤﻮﻋﻪ ای از ﻋﺒﺎرات ﺑﺴﺎزﻧﺪ 37].،30،12،[2در ﺳﺎل ﻫﺎی اﺧﯿﺮ از روش ﻫﺎی ﻣﺤﺎﺳﺒﺎت ﻣﻮازی ﺑﺮای اﻓﺰاﯾﺶ ﺳﺮﻋﺖ

ﻣﺤﺎﺳﺒﺎت اﺳﺘﻔﺎده ﺷﺪه اﺳﺖ. 23].،[16

در اﯾﻦ ﻣﻘﺎﻟﻪ، از ﺗﺒﺪﯾﻞ اﻧﺘﮕﺮال ﺑﺮای ﺣﻞ ﺗﺤﻠﯿﻠﯽ اﻧﺘﮕﺮال ﻫﺎی ﭼﻬﺎرﮔﺎﻧﻪ اﺳﺘﻔﺎده ﺷﺪه اﺳﺖ ﮐﻪ ﻓﺮﻣﻮل ﻫﺎی دﻗﯿﻘﯽ ﺑﺮای ﺿﺮاﯾﺐ ﻣﺎﺗﺮﯾﺲ MOMﺑﺪون ﺗﻘﺮﯾﺐ اراﺋﻪ ﻣﯽ دﻫﺪ. اﯾﻦ ﻋﺒﺎرات ﺗﺤﻠﯿﻠﯽ ﺑﺮای ﺗﻮﻟﯿﺪ ﻣﺎﺗﺮﯾﺲ اﺗﺼﺎل اﺳﺘﻔﺎده ﺷﺪه اﺳﺖ. ﺑﻨﺎﺑﺮاﯾﻦ ﻣﻌﺎدﻟﻪ ﻣﺎﺗﺮﯾﺲ ﺣﻞ ﺷﺪه و ﺧﺎزن اﻟﮑﺘﺮﯾﮑﯽ ﺑﺮای ﺧﺎزن ﺻﻔﺤﻪ ﻣﻮازی ﺷﮑﺎف ﻫﻮا و ﺧﺎزن ﻣﮑﻌﺐ واﺣﺪ ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ ﺷﺪه اﺳﺖ. ﻧﺘﺎﯾﺞ ﺑﺎ روش ﻫﺎی ﺗﻘﺮﯾﺒﯽ ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ اﻧﺘﮕﺮاﻟﯽ ﻣﻘﺎﯾﺴﻪ ﺷﺪه اﺳﺖ. ﺗﻮزﯾﻊ ﺑﺎر روی ﺻﻔﺤﺎت ﺧﺎزن ﻧﯿﺰ ﻣﻮرد ﺑﺮرﺳﯽ ﻗﺮار ﮔﺮﻓﺘﻪ

اﺳﺖ.

ﯾﮏ ﻣﺴﯿﺮ ﻗﺎﺑﻞ درک ﺑﺮای ﺣﻞ اﻧﺘﮕﺮال ﻫﺎی ﭼﻬﺎرﮔﺎﻧﻪ و ﯾﮏ ﻓﺮم ﺑﺴﯿﺎر ﻣﻨﻈﻢ ﺑﺮای ﻧﺘﺎﯾﺞ ﻣﺤﺎﺳﺒﺎت ﺗﺤﻠﯿﻠﯽ در اﯾﻨﺠﺎ اراﺋﻪ ﺷﺪه اﺳﺖ ﺗﺎ ﺑﻪ ﻣﺤﻘﻘﺎن ﮐﻤﮏ ﮐﻨﺪ ﻇﺮﻓﯿﺖ

اﻟﮑﺘﺮﯾﮑﯽ را ﺑﺮای ﻫﻨﺪﺳﻪ ﻫﺎی ﻣﻮرد ﻧﻈﺮ ﺧﻮد ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ ﮐﻨﻨﺪ. ﯾﮏ ﮐﺪ ﭘﺎﯾﺘﻮن ﺑﺮای ﻣﺤﺎﺳﺒﺎت اﯾﺠﺎد ﺷﺪه اﺳﺖ و اﮐﻨﻮن در وب ﺳﺎﯾﺖ ﻣﺎ ﻣﻮﺟﻮد اﺳﺖ و ﻣﯽ ﺗﻮان آزاداﻧﻪ

از آن اﺳﺘﻔﺎده ﮐﺮد. از ﮐﺘﺎﺑﺨﺎﻧﻪ ﻫﺎی NUMPYو SCIPYﺑﺮای اﻧﺠﺎم ﻣﺤﺎﺳﺒﺎت ﻋﺪدی ﺳﺎده و ﻧﺴﺒﺘﺎ ﺳﺮﯾﻊ اﺳﺘﻔﺎده ﻣﯽ ﺷﻮد.

2.روش ﮔﺸﺘﺎورﻫﺎ ﺑﺮای ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ ﻇﺮﻓﯿﺖ

اﯾﺪه ﻫﺎی اﺳﺎﺳﯽ ﺑﺮای ﺗﮑﻨﯿﮏ MOMاﺑﺘﺪا ﺗﻮﺳﻂ ﻓﯿﺰﯾﮑﺪان ﺑﺰرگ ﺟﯿﻤﺰ ﮐﻼرک ﻣﺎﮐﺴﻮل ﭘﯿﺸﻨﻬﺎد ﺷﺪ ﮐﻪ ﻣﯽ ﺧﻮاﺳﺖ ﻇﺮﻓﯿﺖ اﻟﮑﺘﺮﯾﮑﯽ ﯾﮏ ﻣﺮﺑﻊ ﻓﻠﺰی را ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ

ﮐﻨﺪ. ﺷﺎﯾﺴﺘﻪ اﺳﺖ ﻧﮕﺎﻫﯽ ﺑﻪ آﺛﺎر او ﺑﯿﻨﺪازﯾﻢ ﮐﻪ در اﯾﻨﺠﺎ ﯾﺎﻓﺖ ﻣﯽ ﺷﻮد [5]. او ﻣﺮﺑﻊ را ﺑﺮ 36ﻣﺮﺑﻊ ﻣﺴﺎوی ﺗﻘﺴﯿﻢ ﮐﺮد و ﭼﮕﺎﻟﯽ ﺑﺎر ﯾﮑﻨﻮاﺧﺖ را ﺑﺮای ﻫﺮ ﮐﺪام در ﻧﻈﺮ ﮔﺮﻓﺖ، ﺳﭙﺲ ﭘﺘﺎﻧﺴﯿﻞ اﻟﮑﺘﺮﯾﮑﯽ را در وﺳﻂ ﻫﺮ ﻗﻄﻌﻪ ﻣﺮﺑﻊ ﺑﺮاﺑﺮ ﺑﺎ 1ﻓﺮض ﮐﺮد. ﺑﺮای ﻧﮕﻪ داﺷﺘﻦ ﭘﺘﺎﻧﺴﯿﻞ ﻫﻤﻪ ﺑﺨﺶ ﻫﺎ ﺑﻪ ﯾﮏ، ﺑﺎر اﻟﮑﺘﺮﯾﮑﯽ ﻫﺮ ﻗﻄﻌﻪ ﺑﺎﯾﺪ ﺑﺎ ﺳﺎﯾﺮ ﻗﻄﻌﺎت ﻣﺘﻔﺎوت ﺑﺎﺷﺪ. 36ﻣﻘﺪار ﺑﺮای 36ﺑﺨﺶ وﺟﻮد دارد. اﻣﺎ ﺗﻘﺎرن ﻫﻨﺪﺳﯽ ﺑﻪ ﻣﺎ ﻧﺸﺎن ﻣﯽ دﻫﺪ ﮐﻪ اﯾﻦ 36ﻣﻘﺪار را ﻣﯽ ﺗﻮان در 6ﻣﻘﺪار ﻣﺠﺰا ﮔﺮوه ﺑﻨﺪی ﮐﺮد. او ﺳﭙﺲ ﺑﺎر اﻟﮑﺘﺮﯾﮑﯽ ﻫﺮ ﺑﺨﺶ و در ﻧﺘﯿﺠﻪ ﻇﺮﻓﯿﺖ اﻟﮑﺘﺮﯾﮑﯽ ﻣﺮﺑﻊ ﺑﺰرگ را ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ

ﮐﺮد ) ﺷﮑﻞ 1را ﺑﺒﯿﻨﯿﺪ.(

ﺑﻪ ﻃﻮر ﮐﻠﯽ ﺑﺮای ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ ﻇﺮﻓﯿﺖ اﻟﮑﺘﺮﯾﮑﯽ ﯾﮏ ﺧﺎزن ﺻﻔﺤﻪ ﻣﻮازی، اﺑﺘﺪا دو وﻟﺘﺎژ ﺛﺎﺑﺖ ﺑﺮای دو ﺻﻔﺤﻪ )ﻣﻌﻤﻮﻻً 1وﻟﺖ و 1-وﻟﺖ( ﭘﯿﺸﻨﻬﺎد ﻣﯽ ﺷﻮد. ﺣﺎﻻ ﻫﺮ ﺑﺸﻘﺎب ﺑﺎﯾﺪ ﺑﻪ ﻗﻄﻌﺎت ﻣﺮﺑﻊ ﺗﻘﺴﯿﻢ ﺷﻮد. ﭼﮕﺎﻟﯽ ﺑﺎر ﻫﺮ ﺑﺨﺶ ﺑﺮای ﻫﺮ ﺑﺨﺶ ﺛﺎﺑﺖ ﻓﺮض ﻣﯽ ﺷﻮد. ﭘﺘﺎﻧﺴﯿﻞ اﻟﮑﺘﺮﯾﮑﯽ ﻫﺮ ﻗﻄﻌﻪ ﺑﺎﯾﺪ ﺑﺮاﺑﺮ ﺑﺎ ﺻﻔﺤﻪ آن ﺑﺎﺷﺪ. از ﻃﺮف

دﯾﮕﺮ ﭘﺘﺎﻧﺴﯿﻞ ﻫﺮ ﻗﻄﻌﻪ را ﻣﯽ ﺗﻮان ﺑﺎ اﺳﺘﻔﺎده از ﺑﺎر اﻟﮑﺘﺮﯾﮑﯽ ﻫﻤﻪ ﺑﺨﺶ ﻫﺎ و ﺿﺮاﯾﺐ ﺟﻔﺖ ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ ﮐﺮد.

Vi = □

#### j

ﭘﯽ ج ق ج

(1)

س. ﺳﺮﮐﺎراﺗﯽ، م.م. ﻃﻬﺮاﻧﭽﯽ و اﻟﻬﻪ ﻣﻬﺮﺷﺎﻫﯽ

اﯾﻦ ﻓﺮﻣﻮل را ﻣﯽ ﺗﻮان ﺑﻪ ﺻﻮرت ﻣﺎﺗﺮﯾﺴﯽ ﻧﻮﺷﺖ.

# V = PQ

رﯾﺎﺿﯿﺎت و ﮐﺎﻣﭙﯿﻮﺗﺮ در ﺷﺒﯿﻪ ﺳﺎزی 231-240 (2023) 206

# (2)

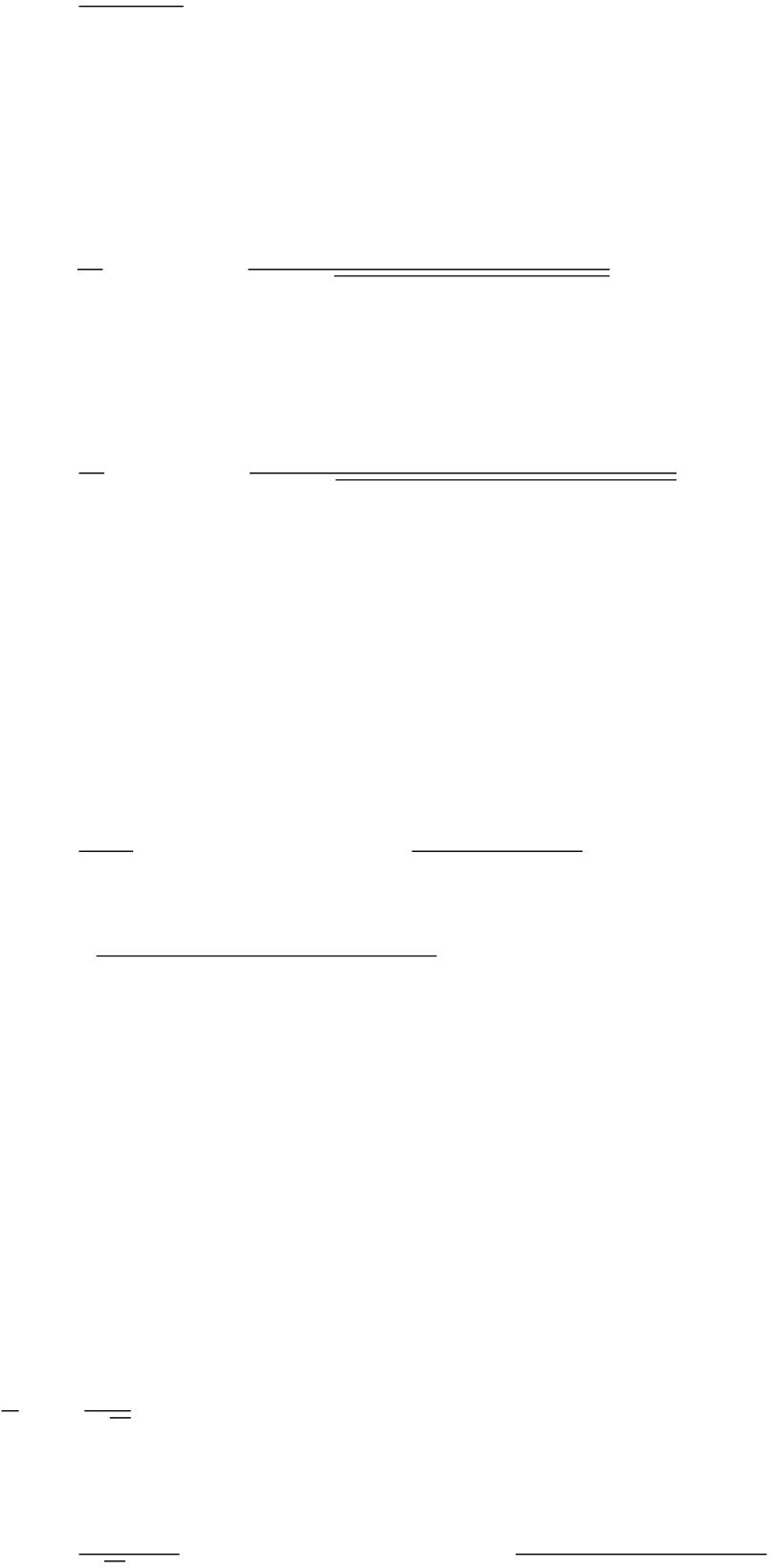
اﮐﻨﻮن ﺣﻞ اﯾﻦ ﻣﻌﺎدﻟﻪ ﻣﺎﺗﺮﯾﺴﯽ ﺑﺮای ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ ﺑﺎر ﻫﺮ ﻗﺴﻤﺖ ﺿﺮوری اﺳﺖ و ﺑﺪﯾﻬﯽ اﺳﺖ ﮐﻪ وﻗﺘﯽ ﭘﺘﺎﻧﺴﯿﻞ اﻟﮑﺘﺮﯾﮑﯽ و ﺑﺎر اﻟﮑﺘﺮﯾﮑﯽ ﻣﺸﺨﺺ ﺑﺎﺷﺪ ﻣﯽ

ﺗﻮان ﻇﺮﻓﯿﺖ ﺧﺎزﻧﯽ را ﺑﺪﺳﺖ آورد.

ﺿﺮﯾﺐ ﺟﻔﺖ ﺑﯿﻦ دو ﺑﺨﺶ ﺑﻪ ﺷﮑﻞ و ﻣﺤﻞ دو ﻗﻄﻌﻪ ﺑﺴﺘﮕﯽ دارد. ﻣﯽ ﺗﻮان آن را ﺗﻘﺮﯾﺒﺎ ﺑﺎ ﻓﺮﻣﻮل ﺑﺎﻟﻘﻮه ﯾﮏ ﺑﺎر ﻧﻘﻄﻪ واﺣﺪ ﺟﻔﺖ ﮐﺮد.

ﭘﯽ ﺟﯽ

= 1

4πε0 di j

# j diﻓﺎﺻﻠﻪ ﺑﯿﻦ ﻣﺮاﮐﺰ دو ﺑﺨﺶ اﺳﺖ.

(3)

# ﺟﺎﯾﯽ ﮐﻪ

در ادﺑﯿﺎت، اﯾﻦ ﺗﻘﺮﯾﺐ در روﺷﯽ ﺑﻪ ﻧﺎم »روش ﺷﺒﯿ lﻪﺳﺎزی ﺑﺎر ﺳﻄﺤﯽ« [33] اﺳﺘﻔﺎده ﻣ ﺷﻮد، اﮔﺮﭼﻪ اﯾﻦ روش را ﻣ ﺗﻮان در اﻧﻮاع MOMدﺳﺘﻪlﺑﻨﺪی ﮐﺮد. اﯾﻦ

ﻓﺮﻣﻮل ﺑﺮای ﺑﺪﺳﺖ آوردن ﺿﺮﯾﺐ ﺧﻮد ﮐﻮﭘﻠﯿﻨﮓ ﻣﻔﯿﺪ ﻧﯿﺴﺖ. ﺧﻮد ﮐﻮﭘﻠﯿﻨﮓ ﺑﺎ ادﻏﺎم در ﻧﺎﺣﯿﻪ ﺑﺮای ﯾﺎﻓﺘﻦ ﻣﯿﺎﻧﮕﯿﻦ ﻓﺎﺻﻠﻪ ﺗﻤﺎم ﻧﻘﺎط ﻣﻨﻄﻘﻪ ﺗﺎ ﻣﺮﮐﺰ آن ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ ﻣﯽ

ﺷﻮد. 1

ﭘﯽ =

□

ﺳﯽx□Si

#### □y□Si

2 + (y - yci)2

dx dy 4πϵ0 □ (x - x(c4i))

ﺟﺎﯾﯽ ﮐﻪ yci) (xci,ﻧﻘﻄﻪ ﻣﺮﮐﺰی داﻣﻨﻪ iو Siﻧﺎﺣﯿﻪ ﻗﻄﻌﻪ اﺳﺖ. ﺑﺮای ﻧﺘﺎﯾﺞ ﺗﻘﺮﯾﺒﯽ ﮐﻤﺘﺮ در ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ ﻇﺮﻓﯿﺖ، ﺑﻬﺘﺮ اﺳﺖ از ﯾﮏ ﻓﺮﻣﻮل اﻧﺘﮕﺮال ﻣﻀﺎﻋﻒ ﻧﻪ ﺗﻨﻬﺎ ﺑﺮای

ﺧﻮد ﮐﻮﭘﻠﯿﻨﮓ ﺑﻠﮑﻪ ﺑﺮای ﺟﻔﺖ ﻣﺘﻘﺎﺑﻞ اﺳﺘﻔﺎده ﮐﻨﯿﺪ. ﻣﺎ را ﺑﻪ ﻓﺮﻣﻮل اﻧﺘﮕﺮال دوﮔﺎﻧﻪ ﻫﺪاﯾﺖ ﻣﯽ ﮐﻨﺪ.

## 1

=

ﭘﯽ ﺟﯽ

ﺳﯽ

#### □x□Si

□y□Si

2 + (y □2 2yc+jz)

## dx dy 4πϵ0 □ (x - x(c5j))

دو داﻣﻨﻪ ﻣﻮازی ﻓﺮض ﻣﯽ ﺷﻮﻧﺪ. zﻓﺎﺻﻠﻪ دو ﺣﻮزه اﺳﺖ و در ادﻏﺎم ﺛﺎﺑﺖ اﺳﺖ. اﻧﺘﮕﺮال ﺑﺎﯾﺪ روی داﻣﻨﻪ iﻣﺤﺎﺳﺒﻪ ﺷﻮد و ﻓﺎﺻﻠﻪ ﻫﺮ ﻧﻘﻄﻪ ﺗﺎ ﻣﺮﮐﺰ ﺣﻮزه ﻫﺎی دﯾﮕﺮ در اﯾﻦ ﻓﺮﻣﻮل در ﻧﻈﺮ ﮔﺮﻓﺘﻪ ﻣﯽ ﺷﻮد. اﯾﻦ اﻧﺘﮕﺮال ﻫﺎ را ﻣﯽ ﺗﻮان ﺑﻪ ﺻﻮرت ﺗﺤﻠﯿﻠﯽ ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ ﮐﺮد و ﺑﺮای ﯾﺎﻓﺘﻦ ﻇﺮﻓﯿﺖ ﺧﺎزن ﻫﺎی ﺻﻔﺤﻪ ﻣﻮازی ﺗﻮﺳﻂ ﻧﯿﺸﯿﺎﻣﺎ و

ﻧﺎﮐﺎﻣﻮرا [26]اﺳﺘﻔﺎده ﺷﺪه اﺳﺖ.

ﺑﺪﯾﻬﯽ اﺳﺖ ﮐﻪ اﯾﻦ ﻓﺮﻣﻮل در ﺟﺎﯾﯽ ﮐﻪ دو داﻣﻨﻪ ﺑﺎ ﺗﻮﺟﻪ ﺑﻪ اﺑﻌﺎدﺷﺎن ﻧﺴﺒﺘﺎً ﻧﺰدﯾﮏ ﻫﺴﺘﻨﺪ ﻣﻨﺎﺳﺐ ﻧﯿﺴﺖ. در اﯾﻦ ﺣﺎﻟﺖ، ﻣﺮﮐﺰ ﯾﮏ داﻣﻨﻪ را ﻧﻤﯽ ﺗﻮان ﺑﻪ ﻋﻨﻮان ﻧﻤﺎﯾﻨﺪه ﻫﻤﻪ ﻧﻘﺎط ﭘﯿﺸﻨﻬﺎد ﮐﺮد. در واﻗﻊ ﺑﻬﺘﺮ اﺳﺖ ﺗﻤﺎم ﻓﻮاﺻﻞ ﻣﺘﻘﺎﺑﻞ ﺑﯿﻦ ﻧﻘﺎط دو ﺑﺨﺶ را ﭘﯿﺪا ﮐﻨﯿﺪ. اﯾﻦ ﮐﺎر را ﻣﯽ ﺗﻮان ﺑﺎ اﺳﺘﻔﺎده از اﻧﺘﮕﺮال ﭼﻬﺎرﮔﺎﻧﻪ ﺑﻪ ﺟﺎی

اﻧﺘﮕﺮال دوﮔﺎﻧﻪ اﻧﺠﺎم داد.

ﭘﯽ ﺟﯽ

=

1

#### Si Sj

□ □xi ،yi□Si

□ □اﯾﮑﺲ j ,y j□S j

jdyj 4πε0di j dxidyidx

# (6)

ﺟﺎﯾﯽ ﮐﻪ j diاﺳﺖ

دی ﺟﯽ

## = □ (xi □ x j)2

+ (yi2□2 y+jz)

3.ادﻏﺎم ﭼﻬﺎرﮔﺎﻧﻪ ﺑﺮای ﺑﺨﺶ ﻫﺎی ﻣﺴﺘﻄﯿﻠﯽ ﻣﻮازی

(7)

ﺑﺮای ﺑﻪ دﺳﺖ آوردن ﺿﺮاﯾﺐ ﺟﻔﺖ ﺷﺮح داده ﺷﺪه در ﻣﻌﺎدﻟﻪ. (6)ﻣﯽ ﺗﻮان از روش ﯾﮑﭙﺎرﭼﻪ ﺳﺎزی ﻋﺪدی اﺳﺘﻔﺎده ﮐﺮد ﯾﺎ آن را ﺑﻪ ﺻﻮرت ﺗﺤﻠﯿﻠﯽ ﺣﻞ ﮐﺮد. اﮔﺮﭼﻪ ﭘﯿﺸﺮﻓﺖ ﻫﺎی زﯾﺎدی در ﺗﮑﻨﯿﮏ ﻫﺎی ﻋﺪدی وﺟﻮد دارد، اﻣﺎ راه ﺣﻞ ﻫﺎی ﺗﺤﻠﯿﻠﯽ ﻫﻨﻮز زﻣﺎن ﭘﺮدازش ﮐﻤﺘﺮی دارﻧﺪ. اﺑﺘﺪا ﺗﻮﺳﻂ اﯾﺒﺮت و ﻫﺎﻧﺴﻦ ﺑﺮای ﺣﻮزه ﻫﺎی ﻣﺜﻠﺜﯽ [10]اﻧﺠﺎم ﺷﺪه اﺳﺖ. راه ﺣﻞ ﺗﺤﻠﯿﻠﯽ ﺑﺮای ﺣﻮزه ﻫﺎی ﻣﺴﺘﻄﯿﻠﯽ اراﺋﻪ ﺷﺪه ﺗﻮﺳﻂ Lopez-Penaو ،[20] Mosigﺑﺎ ﯾﮏ اﺷﺘﺒﺎه ﮐﻮﭼﮏ در ﻓﺮﻣﻮل ﻣﺸﺘﻖ ﺷﺪه. اﺧﯿﺮا اﯾﻦ اﻧﺘﮕﺮال ﺗﻮﺳﻂ Maccarroneو [22] Paffutiاﻧﺠﺎم ﺷﺪه اﺳﺖ و از ﻧﺘﯿﺠﻪ آن ﺑﺮای ﯾﺎﻓﺘﻦ ﻇﺮﻓﯿﺖ و ﻧﯿﺮو ﺑﺮای دو اﻟﮑﺘﺮود ﻣﺮﺑﻊ اﺳﺘﻔﺎده ﺷﺪه اﺳﺖ. اﯾﻦ اﻧﺘﮕﺮال ﻫﺎ

ً

ﺗﻮﺳﻂ ژﻧﻔﯽ ﺳﺎﻧﮓ و ﻫﻤﮑﺎران ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ ﺷﺪه اﺳﺖ. [31]ﺑﺮای ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ اﻧﺪوﮐﺘﺎﻧﺲ ﺟﺰﺋﯽ.

ﺑﺮای اﺟﺮای اﻧﺘﮕﺮال در ﻣﻌﺎدﻟﻪ (6)ﻣﯽ ﺗﻮان از اﯾﻦ ﺗﺒﺪﯾﻞ اﻧﺘﮕﺮال اﺳﺘﻔﺎده ﮐﺮد [6].

## 1 =

d ij

2 □

## □ π □0

2d 2 ij d□uue

(8)

و ﻣﻌﺎدﻟﻪ (6)را ﻣﯽ ﺗﻮان ﺑﻪ اﯾﻦ ﺷﮑﻞ ﺑﺎزﻧﻮﯾﺴﯽ ﮐﺮد.

ﭘﯽ ﺟﯽ

=

2

#### □ π Si Sj

□

□0 □ □xi ،yi□Si

□ □اﯾﮑﺲ j ,y j□S j

ه2 ij dxidyidx jdyj du□u4π2εd0

(9)

س. ﺳﺮﮐﺎراﺗﯽ، م.م. ﻃﻬﺮاﻧﭽﯽ و اﻟﻬﻪ ﻣﻬﺮﺷﺎﻫﯽ

ﺑﺮای ﺳﺎدﮔﯽ، ﻣﺎ ﺛﺎﺑﺖ ﻫﺎ را از ﻓﺮﻣﻮل ﺣﺬف ﻣﯽ ﮐﻨﯿﻢ.

رﯾﺎﺿﯿﺎت و ﮐﺎﻣﭙﯿﻮﺗﺮ در ﺷﺒﯿﻪ ﺳﺎزی 231-240 (2023) 206

□

= □ ﻣﻦ0

□ □xi ،yi□Si

□ □اﯾﮑﺲ j ,y j□S j

# -u 2dijه2dxidyidx jdyjdu

## (10)

j2ﻫiﯿﺑdﯿ2ﭻ رuﺶا- اﻫز اﯽﯾ ﺑﻦﺮاﭘﻨیﺞﯾاﺎﻧﻓﺘﺘﮕﺮاﻦ ﺗلﺎ،ﺑاﻊﻣﺎاوﺗﻟﺎﺑﯿﻊﻪ ااوزﻟﯿﻪe ﺑوﯿﺟﻮﺶد اﻧزﺪاﭼرﻬدﺎر

J = □ □ □ e

# ij dxidyidx jdyj

اﻧﺘﮕﺮال ﻫﺎی داﺧﻠﯽ را ﻣﯽ ﺗﻮان ﯾﺎﻓﺖ. Jرا ﺗﺎﺑﻊ اوﻟﯿﻪ اﻧﺘﮕﺮال ﭼﻬﺎرﮔﺎﻧﻪ ﻓﺮض ﮐﻨﯿﺪ.

-u(12d12)

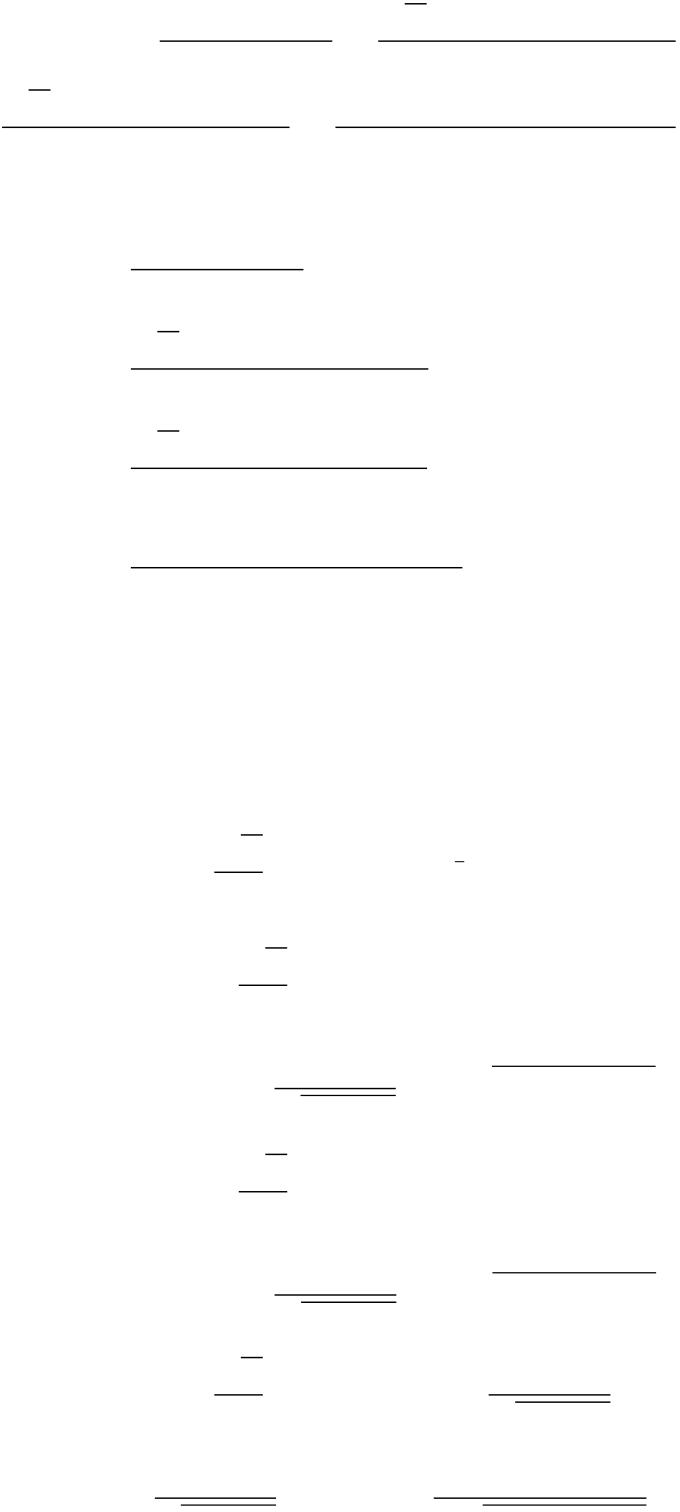
ﺳﭙﺲ Jرا ﻣﯽ ﺗﻮان ﺑﻪ ﺻﻮرت ﺗﺤﻠﯿﻠﯽ ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ ﮐﺮد. ﺗﻮﺳﻂ ﻧﺮم اﻓﺰارﻫﺎی راﯾﺞ رﯾﺎﺿﯽ ﻗﺎﺑﻞ اﻧﺠﺎم اﺳﺖ. راه ﺣﻞ ﺑﺎ اﺳﺘﻔﺎده از [35] Alpha" "Wolframﺑﻪ دﺳﺖ آﻣﺪه

اﺳﺖ.

j =

2 -u

(x 2+y 2+2z -ه2u )

4u 4

πe□+

□2uπ2ze

(y 2+2z -2u )

x erf(ux) 4u 3

(12)

πe□+

(x 2+z 2 ) yerf(uy) +

4u 3

xy erf(ux) erf(uy) 4u 2

2 -هu

ﮐﻪ در آن yj □ yi = y ، j x □ xi = xو zc. = zﺣﺎل اﯾﻦ اﻧﺘﮕﺮال ﻫﺎ ﺑﺎﯾﺪ ﺟﺪاﮔﺎﻧﻪ ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ ﺷﻮﻧﺪ. ) 2 2+z 2+y (x

I1 = [0□ □

]DD10

4u 4

I2 = [0□ □

I3 = [0□ □

□ πe

2+z22(-xu)

x e(ry f2(□+uz2πx2-eu))

4u 3 ]DD10

erf(uy) 4u 3

]DDy10

## (13)

I4 = [0□ □

□2uπ2ze xy erf(ux)erf(uy) 4u 2

]DD10

ﻣﺎ ﻣﯽ ﺧﻮاﻫﯿﻢ ﻣﺤﺎﺳﺒﺎﺗﯽ را روی ﺑﺨﺶ ﻫﺎی ﻣﺴﺘﻄﯿﻠﯽ اﻧﺠﺎم دﻫﯿﻢ. ﺑﻨﺎﺑﺮاﯾﻦ ﺣﺪود ادﻏﺎم ﺑﯿﺶ از دو ﻣﺴﺘﻄﯿﻞ اﺳﺖ.

،=bd01 j yi ،،j==ac01 xi ،=Db01:درi ﻧyﻬ،ﺎﯾa1ﺖ=ﻣxiﯽ :ﺗﻮا1نD ﭘﺎd0ﺳﺦ= jراyﻣ،0ﺤﺎcﺳ=ﺒ jﻪ ﮐxﺮد.

## (14)

1

I1 = □

1

I2 = □

Ai,j,k,l 6 i□,j,kπ,l=(x02

-Ai,j,k,li,j,k□,l=π0 x ×

4

2 2++ yz) 23

2 2 + z

1

اﯾﮑﺲ

) sinh□(1(y(□ y

# -Ai،j،k،l y ×□ 4π

) +2 x2 □+ xz2

2 ++ yz 2 )

(15)

I3 = □

i,j,k,l=0

2 2 + z

) )اﯾﮑﺲ

) sinh□1 (□ x y

+ z2

) + y □ x2

2 ++ yz 2 )

1

I4 = □

#### i,j,k,l=0

اﯾﮑﺲ

y sinh□1 (□ y 2 2 + z

□ π xy (x sinh-1 (

( ) □tazzn□1x2

Ai,j,k,l 2

y

2 2 □+ xz

2

)+

xy

2 2++ yz ))

رﯾﺎﺿﯿﺎت و ﮐﺎﻣﭙﯿﻮﺗﺮ در ﺷﺒﯿﻪ ﺳﺎزی 231-240 (2023) 206 س. ﺳﺮﮐﺎراﺗﯽ، م.م. ﻃﻬﺮاﻧﭽﯽ و اﻟﻬﻪ ﻣﻬﺮﺷﺎﻫﯽ

### در ﻋﺒﺎرات ﻓﻮق dl - bk = y ، j c - ai = xو zc. = zﻣﻘﺪار Ai,j,k,lﺑﻪ ﻣﺠﻤﻮع iﺑﻪ lﺑﺴﺘﮕﯽ دارد. اﮔﺮ

اﯾﻦ ﺟﻤﻊ ﯾﮏ ﻋﺪد ﻓﺮد اﺳﺖ Ai,j,k,lﺑﻪ 1-ﻣﯽ ﺷﻮد، در ﻏﯿﺮ اﯾﻦ ﺻﻮرت ﻣﻘﺪار آن ﺑﺮاﺑﺮ ﺑﺎ 1اﺳﺖ.

(16)

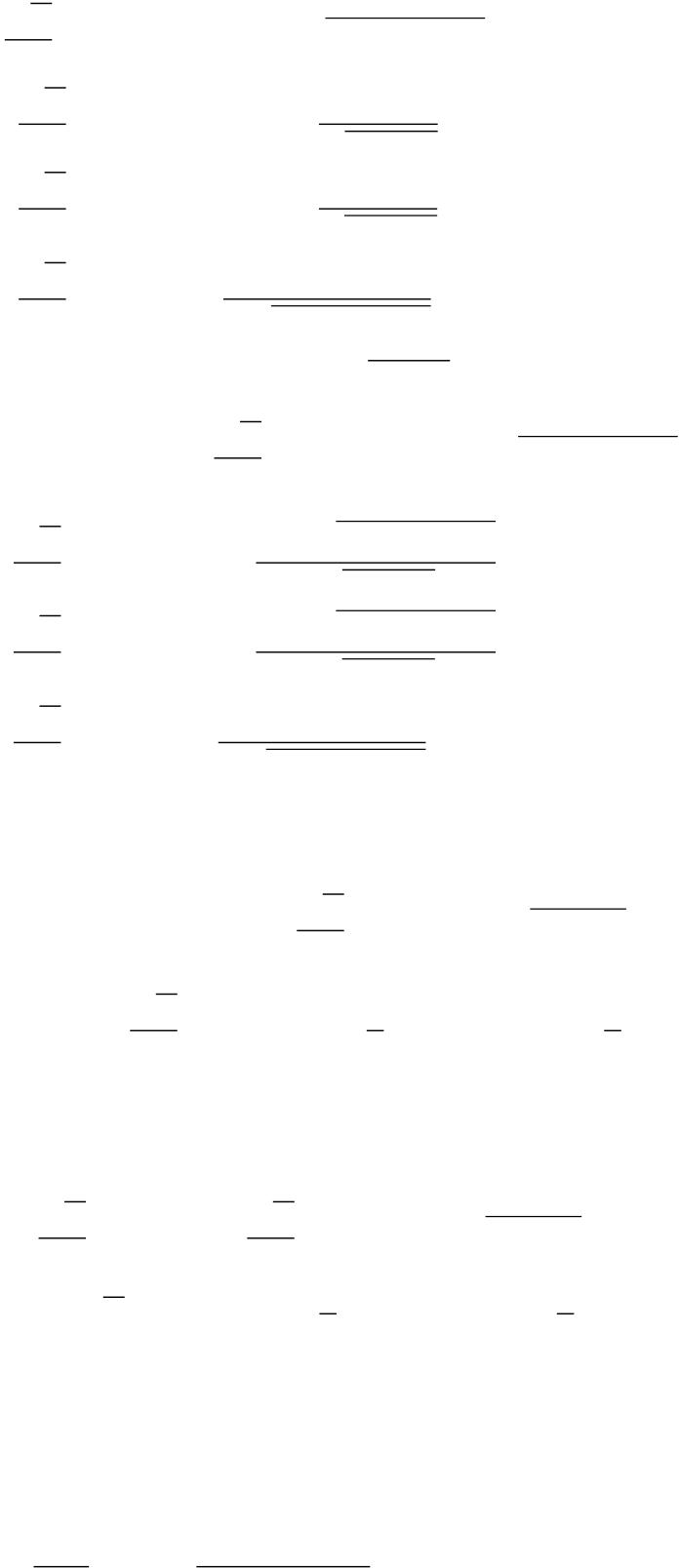
اﮔﺮ □1 j+k+l i+ﺑﺎﺷﺪ اﮔﺮ j+k+l i+ﻓﺮد ﺑﺎﺷﺪ

Ai,j,k,l = { 1

اﮐﻨﻮن ﺑﺎﯾﺪ ﻣﺠﻤﻮع I1ﺗﺎ I4را ﭘﯿﺪا ﮐﻨﯿﺪ.

1

### I = I1 + I2 + I3 + I4 = □

Ai,j,k,li,j,k,l=0

□ π 12

### ((-x[

□ π +

#### 2 2 □ z

2+ 22- zy2 ) □ x 2

) sinh□1 (□ x y

2 + z

2 )

+ y

## (17)

4 (y(x

□ π + 4

(x(y

#### 2 2 □ z

2 2 + z ))

اﯾﮑﺲ

) sinh□1 (□ y 2 2 + z ))

- □ π xyz tan□1 x(zy □2x2 + z

2 2 + y ) ]

،1)" +ﺑﻨﺎﺑﺮاﯾﻦ ﻓﺮﻣﻮل ﻓﻮق را ﻣﯽ ﺗﻮان ﺑﻪ اﯾﻦ ﺷﮑﻞ ﺑﺎزﻧﻮﯾﺴﯽ ﮐﺮد. 2ﻫﻤﺎﻧﻄﻮر ﮐﻪ ﻣﺸﺨﺺ اﺳﺖ x □ + ln(x = (x) "sinh□1

□

1

### = □ ﻣﻦ

i,j,k,l=0

### π (-x 12 Ai,j,k,l [

2+ 22- zy2 ) □ x 2 + y2

+ z2

□ π y (x

+

4

#### 2 2 □ z

2 + y2

) ln( y + □ x 2 2□+ xz

+ z2

)

## (18)

### + π x (y□4 2

2 -z

2 2 2 + y + z

### ) ln( x + □ x )

□ y2

+ z2

- □ πx2yz

### x □ z ( tan□1در اﯾﻦ ﻣﻘﺎﻟﻪ، ﻣﺎ ﺗﺮﺟﯿﺢ ﻣﯽ دﻫﯿﻢ از ﻓﺮﻣﻮل ﻫﺬﻟﻮﻟﯽ اﺳﺘﻔﺎده ﮐﻨﯿﻢ ﮐﻪ در ﻣzﻌﺎ+دﻟ2ﻪ2 (1x7y)ﻣﻌﺮﻓﯽ ﺷﺪه

2 + y ) ]

### اﺳﺖ .

دو ﺑﺨﺶ ﻫﻤﺴﻄﺢ ﻫﺴﺘﻨﺪ، ﺟﻔﺖ ﻣﺘﻘﺎﺑﻞ ﺑﺎ ﮔﺮﻓﺘﻦ ﺣﺪ ﻣﻌﺎدﻟﻪ ﺑﻪ دﺳﺖ ﻣﯽ آﯾﺪ. (17)وﻗﺘﯽ zﺑﻪ ﺻﻔﺮ ﻣﯽ رﺳﺪ.

1

### Icoplanar = □

□ π Ai,j,k,l [ 12

### ((-x

2)2□- xy2 + y

### 2 ) +

i,j,k,l=0

□ π 4

## y ) + x(y

اﯾﮑﺲ

اﯾﮑﺲ

## (19)

### (y(x 2

) sinh□1 (2) sinh□1 ( y

)) ]

## اﺟﺮای اﯾﻦ ﻓﺮﻣﻮل ﻧﯿﺎزﻣﻨﺪ ﺗﻮﺟﻪ وﯾﮋه ﺑﻪ ﻣﻮاردی اﺳﺖ ﮐﻪ ﻫﺮ ﻣﺨﺮﺟﯽ از ﮐﺴﺮی وﺟﻮد دارد

ﺻﻔﺮ ﻣﯽ ﺷﻮد ﺑﻪ راﺣﺘﯽ ﻫﺮ ﺟﻤﻠﻪ، ﺷﺎﻣﻞ ﭼﻨﯿﻦ ﮐﺴﺮی ﺑﻪ ﺻﻔﺮ ﻣﯽ رﺳﺪ و ﻣﯽ ﺗﻮاﻧﺪ در ﻣﺤﺎﺳﺒﺎت ﺣﺬف ﺷﻮد.

## و در ﻧﻬﺎﯾﺖ، ﺧﻮد ﺟﻔﺖ ﺷﺪن ﯾﮏ ﻗﻄﻌﻪ ﻣﺴﺘﻄﯿﻠﯽ ﺑﻪ اﯾﻦ ﺷﮑﻞ اﺳﺖ.

3 + yIS3 C =□(□xπ+ π33)

### ((-x 2

- y2 ) □ x2 + y

## (20)

### 2) sinh□1 ( y

) + x(y2) sinh□1 ( اﯾﮑﺲ

### + □ π (y(x

اﯾﮑﺲ

2y )))

## xو yﻃﻮل و ﻋﺮض ﻧﺎﺣﯿﻪ ﻣﺴﺘﻄﯿﻠﯽ ﻫﺴﺘﻨﺪ.

ﺣﺎﻻ

ﭘﯽ ﺟﯽ

=

## 1

Si Sj

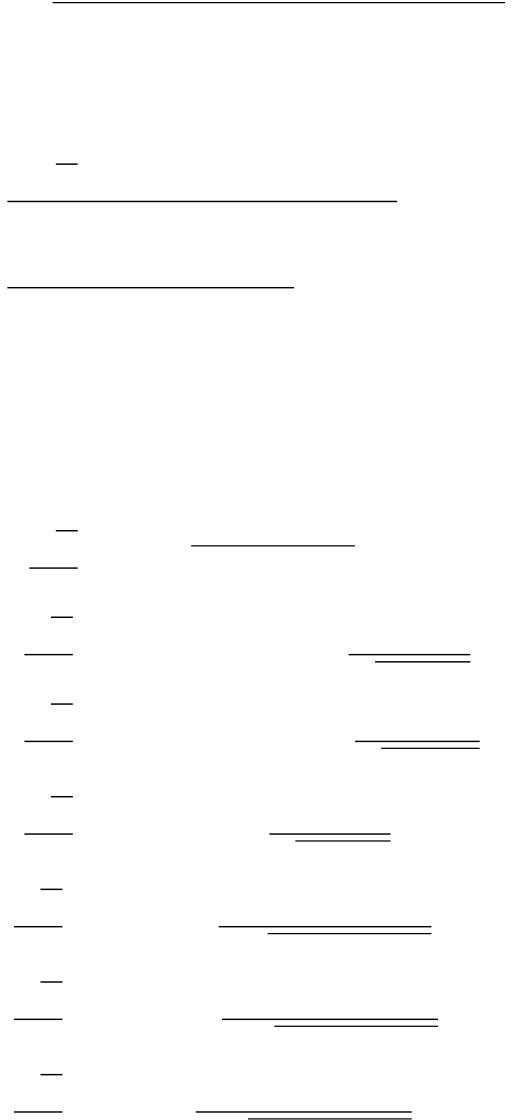
4.ادﻏﺎم ﭼﻬﺎرﮔﺎﻧﻪ ﺑﺮای ﺑﺨﺶ ﻫﺎی ﻣﺴﺘﻄﯿﻠﯽ ﻋﻤﻮد ﺑﺮ ﻫﻢ

ﺿﺮﯾﺐ ﺟﻔﺖ ﺑﺮای ﻗﻄﻌﺎت ﻋﻤﻮد ﺑﺮ ﻫﻢ ﺑﺎ اﯾﻦ ﻓﺮﻣﻮل ﺑﺪﺳﺖ ﻣﯽ آﯾﺪ.

## jdzj 4πε0di j dxid□yi□d□x□

(21)

رﯾﺎﺿﯿﺎت و ﮐﺎﻣﭙﯿﻮﺗﺮ در ﺷﺒﯿﻪ ﺳﺎزی 231-240 (2023) 206 س. ﺳﺮﮐﺎراﺗﯽ، م.م. ﻃﻬﺮاﻧﭽﯽ و اﻟﻬﻪ ﻣﻬﺮﺷﺎﻫﯽ

ﺟﺎﯾﯽ ﮐﻪ j diاﺳﺖ

دی ﺟﯽ

## = □ (xi □ x j)2

+ (yi □ yc)2

## + (zc □ zj)2

(22)

ﺟﺎﯾﯽ ﮐﻪ zcو ycدر ادﻏﺎم ﺛﺎﺑﺖ ﻫﺴﺘﻨﺪ. ﺑﺎ اﺳﺘﻔﺎده از ﺗﺒﺪﯾﻞ اﻧﺘﮕﺮال اﺳﺘﻔﺎده ﺷﺪه ﺑﺮای ﻗﻄﻌﺎت ﻣﻮازی، ﺗﺎﺑﻊ اوﻟﯿﻪ اﻧﺘﮕﺮال ﭼﻬﺎرﮔﺎﻧﻪ را ﻣﯽ ﺗﻮان ﺑﻪ دﺳﺖ آورد.

π □ πJ =x 8eurf3(uexrf)(ueyrf)(euryf()uezr)f8(uuz4)

□2uπ2xe

## +

1

## (23)

وﮐﻪدردﻧرﻬﺎآﯾنﺖ jﺿyﺮﯾ□ﺐyﺟﻔ= yﺖ ,ﺷjﺪxن د□و xiﺻﻔ=ﺤﻪxﻋوﻤ.ﻮjد ﺑxﺮ ﻫ□ﻢiﺑxﻪ د=ﺳzﺖ ﻣﯽ آﯾﺪ.

## = □ ﻣﻦ

#### i,j,k,l=0

Ai,j,k,l

□ π 6

2 2 + y + z

□ π+

## ( (yz) □ [x-

#### 2 2 □ z

2 )

) sinh□1 (□ x y

## 12 (z(3x

□ π 2

+

## 12 (y(3x

* y2

2 2 + z

) sinh□1 (□ xz

2 )2))))

## + y

(24)

□ π+

اﯾﮑﺲ

sinh-1 (□ y

2 (xyz 2 2 + z ))

* + □ π x z2 tan□1 ( z □ x 4 xy

)

2 + y2 + z2

* + □ π x y2 tan□1 ( y □ x 4 xz

2

2 2++ yz)

- □ π

12

اﯾﮑﺲ 3 tan□1 ( x □ x

yz

2 + y2 + z2 ) ]

5.ﻧﺘﺎﯾﺞ

## z = zc □ dl . وx = ai □ c j , y = bk □ yc

ﺣﺎل در ﻋﺒﺎرات ﺑﺎﻻ

ﺑﺮای آزﻣﺎﯾﺶ ﻧﺘﺎﯾﺞ ﺗﺤﻠﯿﻠﯽ، اﺑﺘﺪا آﻧﻬﺎ ﺑﺎ ﻧﺘﺎﯾﺞ ﯾﮑﭙﺎرﭼﻪ ﺳﺎزی ﻋﺪدی ﻣﻘﺎﯾﺴﻪ ﻣﯽ ﺷﻮﻧﺪ. ﺗﻮاﻓﻖ ﮐﺎﻣﻞ و ﺧﻄﺎی ﺻﻔﺮ رخ داده اﺳﺖ. اﮔﺮﭼﻪ ﺑﻪ دﻟﯿﻞ ﺗﮑﯿﻨﮕﯽ ﻫﺎ، ادﻏﺎم ﻋﺪدی را ﻧﻤﯽ ﺗﻮان ﺑﻪ راﺣﺘﯽ ﺑﺮای ﻫﺮ ﺣﻮزه ادﻏﺎم اﻧﺠﺎم داد. ﺑﺮای آزﻣﺎﯾﺶ ﺗﻮاﻧﺎﯾﯽ ﻓﺮﻣﻮل ﻫﺎ، دو ﻣﺴﺌﻠﻪ ﮐﻼﺳﯿﮏ ﺑﺎ اﯾﻦ ﻓﺮﻣﻮل ﻫﺎ ﺣﻞ ﺷﺪ: ﻇﺮﻓﯿﺖ ﺧﺎزن ﺻﻔﺤﻪ ﻣﻮازی

ﺷﮑﺎف ﻫﻮا و ﻇﺮﻓﯿﺖ ﻣﮑﻌﺐ واﺣﺪ.

ﻇﺮﻓﯿﺖ ﺧﺎزن ﺻﻔﺤﻪ ﻣﻮازی ﺷﮑﺎف ﻫﻮا ﺑﻪ ﺳﻪ روش ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ ﺷﺪه اﺳﺖ. در ﻣﻮرد اول، ﺗﻘﺮﯾﺐ ﺑﺎر ﻧﻘﻄﻪ ای ﺑﺮای ﺟﻔﺖ ﻣﺘﻘﺎﺑﻞ و ادﻏﺎم دوﮔﺎﻧﻪ ﺑﺮای ﺧﻮد ﮐﻮﭘﻠﯿﻨﮓ اﺳﺘﻔﺎده ﻣﯽ ﺷﻮد. در روش دوم، ﻫﺮ دو ﺟﻔﺖ ﺧﻮد و ﻣﺘﻘﺎﺑﻞ از ﻃﺮﯾﻖ ادﻏﺎم ﻣﻀﺎﻋﻒ ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ ﻣﯽ ﺷﻮﻧﺪ. روش ﺳﻮم از ادﻏﺎم ﭼﻬﺎرﮔﺎﻧﻪ ﺑﺮای ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ

ﺿﺮاﯾﺐ ﺟﻔﺖ اﺳﺘﻔﺎده ﻣﯽ ﮐﻨﺪ.

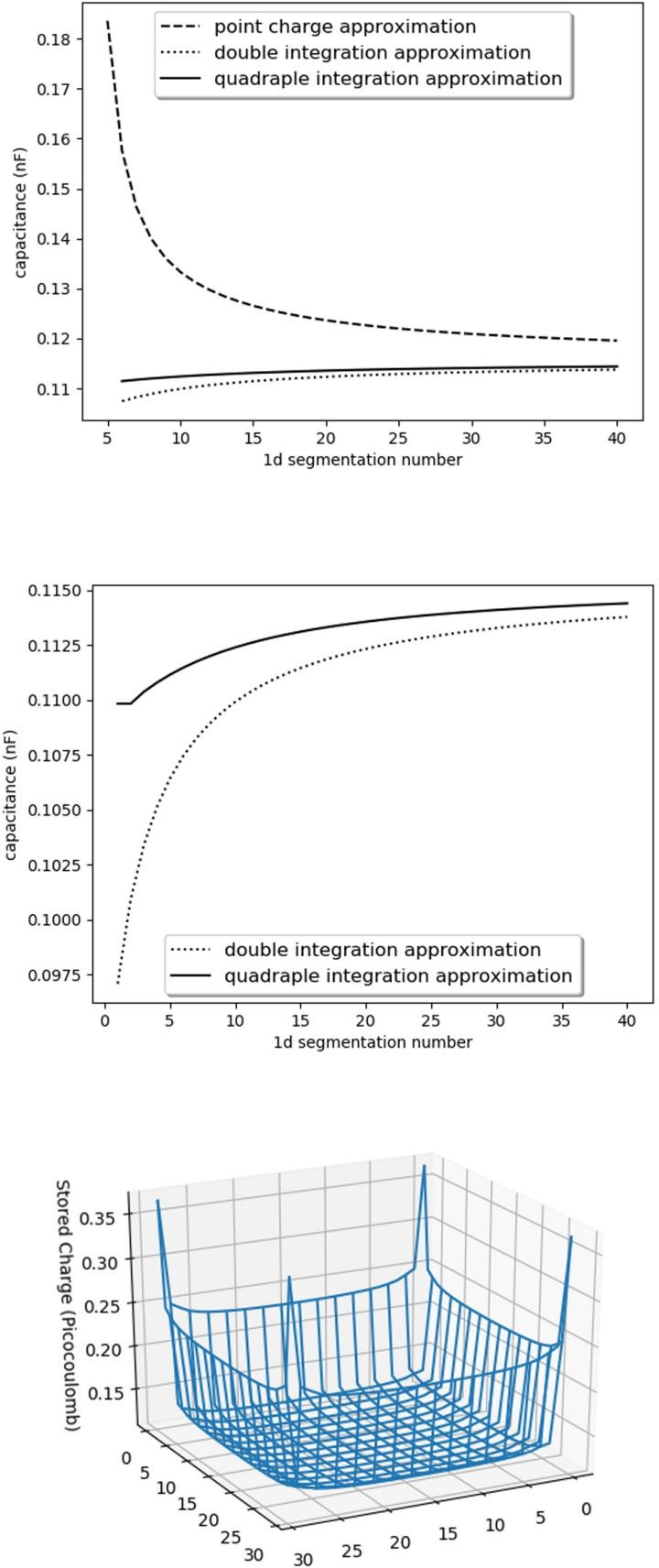
ﯾﮏ ﺧﺎزن ﺑﻪ اﺑﻌﺎد 1ﻣﺘﺮ 1 ×ﻣﺘﺮ ﺑﺮای ﺻﻔﺤﺎت و 10ﺳﺎﻧﺘﯽ ﻣﺘﺮ ﺑﺮای ﺷﮑﺎف ﺟﺪاﺳﺎزی در ﻧﻈﺮ ﮔﺮﻓﺘﻪ ﺷﺪه اﺳﺖ. در ﺷﮑﻞ 2ﻧﺘﺎﯾﺞ اﺳﺘﺨﺮاج ﺧﺎزن ﺑﺮای اﯾﻦ ﺳﻪ روش در ﻣﻘﺎﺑﻞ ﺗﻌﺪاد ﺗﻘﺴﯿﻢ ﺑﻨﺪی ﺻﻔﺤﻪ ﻣﺮﺑﻊ در ﻫﺮ ﺑﻌﺪ (n)ﻧﺸﺎن داده ﺷﺪه اﺳﺖ. ﺗﻌﺪاد ﮐﻞ ﮐﺎﺷﯽ ﻫﺎ n \* 2اﺳﺖ. ﺑﻪ دﻟﯿﻞ ﭘﺎﺳﺦ ﻫﺎی ﺑﺴﯿﺎر ﻧﺎدرﺳﺖ روش ﺗﺳﻘﺎﺮزﯾﮔﺎرﺐﺗ ﺑﺮﺎرﻫﻧﻘﺴﺘﻄﻨﻪﺪ.ای در ﺗﻘﺴﯿﻢ ﺑﻨﺪی درﺷﺖ، ﭘﻨﺞ ﻧﺘﯿﺠﻪ اول ﺣﺬف ﻣﯽ ﺷﻮnﻧﺪ. ﻣﺸﺎﻫﺪه ﻣﯽ ﺷﻮد ﮐﻪ ﺗﻘﺮﯾﺐ ﺷﺎرژ ﻧﻘﻄﻪ ای از دﻗﺖ ﺧﺎرج اﺳﺖ و دو ﻣﻮرد دﯾﮕﺮ ﺑﺎ ﻫﻢ

\*

در ﺷﮑﻞ 3روش ﻫﺎی ادﻏﺎم دوﮔﺎﻧﻪ و ﭼﻬﺎرﮔﺎﻧﻪ ﻣﻘﺎﯾﺴﻪ ﺷﺪه اﻧﺪ. واﺿﺢ اﺳﺖ ﮐﻪ ادﻏﺎم ﭼﻬﺎرﮔﺎﻧﻪ ﻣﻨﺠﺮ ﺑﻪ ﻣﺰاﯾﺎی دﻗﯿﻖ ﺗﺮ ﻣﯽ ﺷﻮد. ﺣﺘﯽ در ﺗﻘﺴﯿﻢ ﺑﻨﺪی درﺷﺖ،

ﯾﮏ ﭘﺎﺳﺦ ﻣﻌﺘﺒﺮ از ادﻏﺎم ﭼﻬﺎرﮔﺎﻧﻪ ﺑﻪ دﺳﺖ آﻣﺪه اﺳﺖ ) ﺷﮑﻞ 4را ﺑﺒﯿﻨﯿﺪ.(

رﯾﺎﺿﯿﺎت و ﮐﺎﻣﭙﯿﻮﺗﺮ در ﺷﺒﯿﻪ ﺳﺎزی 231-240 (2023) 206 س. ﺳﺮﮐﺎراﺗﯽ، م.م. ﻃﻬﺮاﻧﭽﯽ و اﻟﻬﻪ ﻣﻬﺮﺷﺎﻫﯽ

ﺷﮑﻞ 2.ﻇﺮﻓﯿﺖ ﺧﺎزن ﺻﻔﺤﻪ ﻣﻮازی ﺑﺎ ﺳﻪ روش.

ﺷﮑﻞ 3.ﻣﻘﺎﯾﺴﻪ ﺑﯿﻦ ﻧﺘﺎﯾﺞ اﺳﺘﺨﺮاج ﺷﺪه از ادﻏﺎم ﻫﺎی دوﮔﺎﻧﻪ و ﭼﻬﺎرﮔﺎﻧﻪ در ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ ﻇﺮﻓﯿﺖ ﺧﺎزن ﺻﻔﺤﻪ ﻣﻮازی.

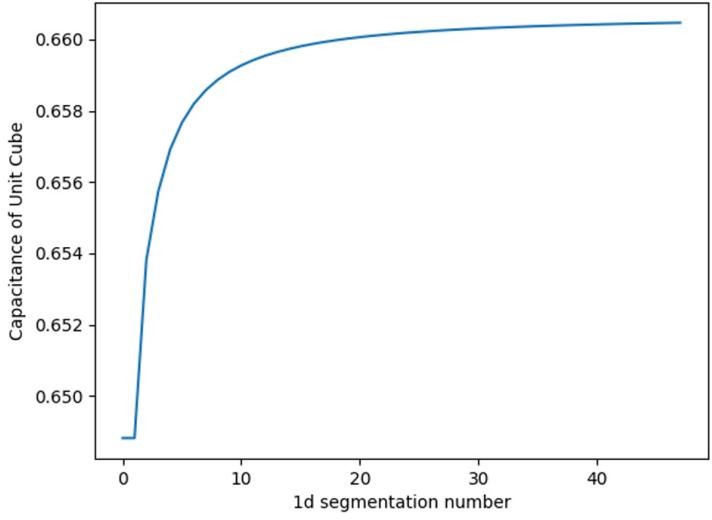
ﺷﮑﻞ 4.ﺗﻮزﯾﻊ ﺑﺎر روی ﯾﮏ ﺻﻔﺤﻪ ﺧﺎزن ﺻﻔﺤﻪ ﻣﻮازی ﺑﺎ ﺷﮑﺎف ﻫﻮا.

ﻫﻤﺎﻧﻄﻮر ﮐﻪ در ﺑﺎﻻ ذﮐﺮ ﺷﺪ، در MOMﻣﺠﻤﻮﻋﻪ ای از ﻣﻌﺎدﻻت ﺣﻞ ﻣﯽ ﺷﻮد ﺗﺎ ﻣﻘﺪار ﺷﺎرژ ﻫﺮ ﮐﺎﺷﯽ ﺑﻪ دﺳﺖ آﯾﺪ. ﺑﻨﺎﺑﺮاﯾﻦ ﺗﻮزﯾﻊ ﭼﮕﺎﻟﯽ ﺑﺎر ﻣﺴﺘﻘﯿﻤﺎً در اﯾﻦ روش ﺑﻪ دﺳﺖ ﻣﯽ آﯾﺪ. ﺑﻪ ﻋﻨﻮان ﻣﺜﺎل، اﯾﻦ روش ﺑﺮای ﺧﺎزن ﺻﻔﺤﻪ ﻣﻮازی ﺑﺎ ﺷﮑﺎف ﻫﻮا ﺑﺎ اﺑﻌﺎد 1ﻣﺘﺮ 1 ×ﻣﺘﺮ ﺑﺮای ﺻﻔﺤﺎت و 10ﺳﺎﻧﺘﯽ ﻣﺘﺮ ﺑﺮای ﺷﮑﺎف ﺟﺪاﺳﺎزی اﻋﻤﺎل

ﻣﯽ ﺷﻮد. در ﺷﮑﻞ 2ﺷﺎرژ

237

رﯾﺎﺿﯿﺎت و ﮐﺎﻣﭙﯿﻮﺗﺮ در ﺷﺒﯿﻪ ﺳﺎزی 231-240 (2023) 206 س. ﺳﺮﮐﺎراﺗﯽ، م.م. ﻃﻬﺮاﻧﭽﯽ و اﻟﻬﻪ ﻣﻬﺮﺷﺎﻫﯽ



ﺷﮑﻞ 5.ﻇﺮﻓﯿﺖ ﻣﮑﻌﺐ واﺣﺪ در واﺣﺪ 4πε0.

#### ﺗﻮزﯾﻊ در ﺻﻔﺤﻪ ﺑﺎﻻﯾﯽ ﻧﺸﺎن داده ﺷﺪه اﺳﺖ. ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ ﭼﮕﺎﻟﯽ ﺷﺎرژ در ﺑﺮﺧﯽ از زﻣﯿﻨﻪ ﻫﺎی ﺗﺤﻘﯿﻘﺎﺗﯽ، ﻣﺎﻧﻨﺪ ﻣﻬﻨﺪﺳﯽ وﻟﺘﺎژ ﺑﺎﻻ، ﯾﮏ ﮔﻠﻮﮔﺎه در ﻃﺮاﺣﯽ دﺳﺘﮕﺎه اﺳﺖ.

آﺧﺮﯾﻦ ﻣﺸﮑﻞ ﺑﺮرﺳﯽ ﺷﺪه ﻇﺮﻓﯿﺖ ﻣﮑﻌﺐ واﺣﺪ اﺳﺖ. اﯾﻦ ﯾﮏ ﻣﺸﮑﻞ ﮐﻼﺳﯿﮏ در اﻟﮑﺘﺮواﺳﺘﺎﺗﯿﮏ اﺳﺖ ﮐﻪ ﻧﻤﯽ ﺗﻮان آن را دﻗﯿﻘﺎً ﺣﻞ ﮐﺮد. ﺑﺴﯿﺎری از ﻧﻮﯾﺴﻨﺪﮔﺎن از ﺳﺎل 1950روش ﻫﺎی ﻣﺨﺘﻠﻔﯽ را ﺑﺮای ﺣﻞ اﯾﻦ ﻣﺸﮑﻞ اﻣﺘﺤﺎن ﮐﺮده اﻧﺪ [29].ﻣﺎ ﻧﺘﺎﯾﺞ ﺗﺤﻠﯿﻠﯽ ﺧﻮد را ﺑﺮای اﺳﺘﺨﺮاج ﻋﻨﺎﺻﺮ ﻣﺎﺗﺮﯾﺲ ﻣﻮرد ﻧﯿﺎز ﺑﺮای روش ﮔﺸﺘﺎورﻫﺎ اﻣﺘﺤﺎن ﮐﺮدﯾﻢ. اﯾﻦ ﻣﻨﺠﺮ ﺑﻪ pF 73.385ﺑﺮای

#### 48ﻗﻄﻌﻪ در ﻫﺮ ﺑﻌﺪ ﯾﻌﻨﯽ 6 \* 48 \* 48ﮐﺎﺷﯽ ﻣﯽ ﺷﻮد. اﮐﺜﺮ ﻧﻮﯾﺴﻨﺪﮔﺎن اﯾﻦ ﻣﻘﺪار را در واﺣﺪﻫﺎی 4πε0ﮔﺰارش ﻣﯽ ﮐﻨﻨﺪ. ﯾﻌﻨﯽ اﯾﻦ ﻣﻘﺪار ﺑﺎﯾﺪ در 109 × 9ﺿﺮب ﺷﻮد و ﺑﻪ 0.66047ﻣﯽ

رﺳﺪ ﮐﻪ ﺑﺴﯿﺎر ﻧﺰدﯾﮏ ﺑﻪ ﺑﻬﺘﺮﯾﻦ ﻣﻘﺪار ادﻋﺎ ﺷﺪه ﯾﻌﻨﯽ 0.660678اﺳﺖ [13].ﻣﻘﺪار ﻇﺮﻓﯿﺖ در ﺑﺮاﺑﺮ ﻋﺪد ﺗﻘﺴﯿﻢ ﺑﻨﺪی 1dدر ﺷﮑﻞ 5ﺗﺮﺳﯿﻢ ﺷﺪه اﺳﺖ.

#### ﺑﺎ ﻧﮕﺎه دﻗﯿﻖ ﺑﻪ اﻧﺠﯿﺮ. در 3و 5ﻧﺘﺎﯾﺞ ﯾﮑﺴﺎﻧﯽ را ﺑﺮای n=1و n=2ﻣﺸﺎﻫﺪه ﻣﯽ ﮐﻨﯿﻢ. ﯾﻌﻨﯽ دﻗﺖ ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ ﺑﺎ اﺿﺎﻓﻪ ﺷﺪن ﺗﻌﺪاد ﺗﻘﺴﯿﻤﺎت اﻓﺰاﯾﺶ ﻧﻤﯽ ﯾﺎﺑﺪ. دﻟﯿﻞ اﯾﻦ اﻣﺮ ﺗﻘﺎرن در ﺣﺎﻟﺖ ﺧﺎص 2 = nاﺳﺖ. ﺑﻪ دﻟﯿﻞ ﺗﻘﺎرن، ﻫﻨﮕﺎﻣﯽ ﮐﻪ ﻫﺮ وﺟﻪ ﺑﻪ ﭼﻬﺎر ﻗﺴﻤﺖ ﺗﻘﺴﯿﻢ ﻣﯽ ﺷﻮد، ﻫﺮ ﻗﺴﻤﺖ ﺑﺎﯾﺪ دارای ﺑﺎر ﻣﺸﺎﺑﻪ ﺑﺎ ﺑﻘﯿﻪ ﺑﺎﺷﺪ. اﯾﻦ ﻫﻤﺎن ﻧﺘﯿﺠﻪ را ﺑﺮای ﯾﮏ و دو در اﻋﺪاد ﺗﻘﺴﯿﻢ ﺑﻨﺪی 1ﺑﻌﺪی ﻣﯽ دﻫﺪ. ﺑﺎ اﯾﻦ ﺣﺎل، در ﺗﻘﺴﯿﻢ ﺑﻨﺪی ﺧﻮب، ﻣﯽ ﺗﻮاﻧﯿﻢ ﺑﻪ ﻧﺘﺎﯾﺞ ﺑﺴﯿﺎر ﺧﻮﺑﯽ ﺑﺮﺳﯿﻢ. ﯾﮏ ﮐﺎﻣﭙﯿﻮﺗﺮ ﺷﺨﺼﯽ ﻣﻌﻤﻮﻟﯽ )ﻣﺎﻧﻨﺪ ﭘﺮدازﻧﺪه 4 AMDﮔﯿﮕﺎﻫﺮﺗﺰ ﺑﺎ 8ﻫﺴﺘﻪ( ﻣﯽ ﺗﻮاﻧﺪ

ﻇﺮﻓﯿﺖ واﺣﺪ ﯾﮏ ﺧﺎزن ﻣﮑﻌﺒﯽ را ﺑﺎ ﮐﻤﮏ 12438ﻗﻄﻌﻪ ﺑﺎ دﻗﺖ ﺑﺴﯿﺎر ﺧﻮب در ﮐﻤﺘﺮ از 10دﻗﯿﻘﻪ ﺑﺪﺳﺖ آورد.

#### ﺑﺮای ﻣﻘﺎﯾﺴﻪ اﯾﻦ ﻧﺘﺎﯾﺞ ﺑﺎ آﺛﺎر دﯾﮕﺮ، ارزش ﻧﮕﺎﻫﯽ ﺑﻪ ﻣﻘﺎﻟﻪ ﺑﯽ و ﻻﻧﮕﺮن [3]را دارد. در اﯾﻦ ﻣﻘﺎﻟﻪ 2002ﻇﺮﻓﯿﺖ اﻟﮑﺘﺮﯾﮑﯽ واﺣﺪ ﻣﮑﻌﺐ ﺑﺮرﺳﯽ ﺷﺪه اﺳﺖ. ﻫﻤﺎﻧﻄﻮر ﮐﻪ ﻣﺸﺎﻫﺪه ﻣﯽ ﺷﻮد اﺳﺘﻔﺎده از اﻧﺘﮕﺮال ﻫﺎی ﭼﻬﺎرﮔﺎﻧﻪ در ﻣﻘﺎﯾﺴﻪ ﺑﺎ روش اﻟﻤﺎن ﻣﺮزی ﻣﺸﺘﺮک ﭘﺎﺳﺦ ﺑﺴﯿﺎر دﻗﯿﻖ ﺗﺮی ﺑﺎ ﺧﻄﺎی ﮐﻤﺘﺮ از 2%در ﻣﻮاردی ﮐﻪ ﺗﻌﺪاد ﺗﻘﺴﯿﻤﺎت ﮐﻢ اﺳﺖ ﻣﯽ دﻫﺪ. در ﻣﻮرد ﺗﻘﺴﯿﻢ درﺷﺖ ﻧﻤﯽ ﺗﻮان اﯾﻦ روش را ﺑﺎ روش اﺟﺰای ﻣﺤﺪود ﻣﻘﺎﯾﺴﻪ ﮐﺮد. اﺻﻮﻻً در ﻣﻮاردی ﮐﻪ

ﺗﻌﺪاد ﻣﻘﺎﻃﻊ ﺑﺴﯿﺎر ﮐﻢ اﺳﺖ ﻧﻤﯽ ﺗﻮان از روش اﺟﺰاء ﻣﺤﺪود اﺳﺘﻔﺎده ﮐﺮد. ﻣﻘﺎﯾﺴﻪ ﺑﺎ روش ﻫﺎی ﺗﺼﺎدﻓﯽ ﭼﻨﺪان ﮐﺎرﺑﺮدی ﻧﯿﺴﺖ زﯾﺮا از ﻣﺴﯿﺮ ﮐﺎﻣﻼ ﻣﺘﻔﺎوﺗﯽ ﺑﺮای ﺣﻞ ﻣﺴﺌﻠﻪ اﺳﺘﻔﺎده ﻣﯽ ﮐﻨﻨﺪ.

#### 6.ﻧﺘﯿﺠﻪ ﮔﯿﺮی

در اﯾﻦ ﻣﻘﺎﻟﻪ، ﻓﺮﻣﻮل ﻫﺎی دﻗﯿﻘﯽ را ﺑﺮای اﺳﺘﺨﺮاج ﺿﺮاﯾﺐ ﺟﻔﺖ در ﻣﺎﺗﺮﯾﺲ اﺗﺼﺎل MOMﻣﻌﺮﻓﯽ ﮐﺮده اﯾﻢ. ﻣﺎ از اﯾﻦ ﻓﺮﻣﻮل ﻫﺎ ﺑﺮای ﺑﻪ دﺳﺖ آوردن ﺿﺮاﯾﺐ ﺟﻔﺖ اﺳﺘﻔﺎده ﮐﺮده اﯾﻢ. ﺳﭙﺲ از MOMﺑﺮای ﺑﺪﺳﺖ آوردن ﻇﺮﻓﯿﺖ اﻟﮑﺘﺮﯾﮑﯽ ﺧﺎزن ﻣﻮازی ﺑﺎ ﺷﮑﺎف ﻫﻮا و ﻇﺮﻓﯿﺖ ﻣﮑﻌﺐ واﺣﺪ اﺳﺘﻔﺎده ﮐﺮدﯾﻢ. ﻇﺮﻓﯿﺖ اﻟﮑﺘﺮﯾﮑﯽ در ﻣﻘﺎﺑﻞ ﺗﻌﺪاد ﺑﺨﺶ ﺑﻨﺪی ﺑﺮرﺳﯽ ﻣﯽ ﺷﻮد. ﻣﺎ ﻧﺸﺎن دادﯾﻢ ﮐﻪ ﺣﺘﯽ در ﺗﻘﺴﯿﻢ ﺑﻨﺪی ﺑﺴﯿﺎر درﺷﺖ ﻣﺮزﻫﺎ، ﻧﺘﺎﯾﺞ ﺑﺴﯿﺎر ﺧﻮﺑﯽ را ﻣﯽ ﺗﻮان از MOMﺑﻪ دﺳﺖ آورد. ﺑﻨﺎﺑﺮاﯾﻦ زﻣﺎﻧﯽ ﮐﻪ ﺑﻪ روﺷﯽ ﺳﺮﯾﻊ و دﻗﯿﻖ ﻧﯿﺎز دارﯾﺪ، ﻣﯽ ﺗﻮان از آن ﺑﺮای

#### دﺳﺘﯿﺎﺑﯽ ﺑﻪ ﺣﻞ »ﻣﺸﮑﻞ ﭘﯿﺶ رو« اﺳﺘﻔﺎده ﮐﺮد.

ﻣﻨﺎﺑﻊ

[،Perregrini L. ،Bressan M. ،Arcioni P. [1]در ﻣﻮرد ارزﯾﺎﺑﯽ اﻧﺘﮕﺮال ﻫﺎی ﺳﻄﺢ دوﮔﺎﻧﻪ ﻧﺎﺷﯽ از ﮐﺎرﺑﺮد ﻣﺮز](http://refhub.elsevier.com/S0378-4754(22)00464-5/sb1) [روش اﻧﺘﮕﺮال ﺑﺮای ﻣﺴﺎﺋﻞ ﺳﻪ ﺑﻌﺪی، Trans. IEEEﻣﺎﯾﮑﺮو. ﻓﻨﺎوری ﺗﺌﻮری 436-439. (1997) (3) 45](http://refhub.elsevier.com/S0378-4754(22)00464-5/sb1)

238

## Machine Translated by Google

رﯾﺎﺿﯿﺎت و ﮐﺎﻣﭙﯿﻮﺗﺮ در ﺷﺒﯿﻪ ﺳﺎزی 231-240 (2023) 206 س. ﺳﺮﮐﺎراﺗﯽ، م.م. ﻃﻬﺮاﻧﭽﯽ و اﻟﻬﻪ ﻣﻬﺮﺷﺎﻫﯽ

[2]م. آﯾﺖ اﻟﻠﻬﯽ، س. ﺻﻔﻮی ﻧﺎﺋﯿﻨﯽ، اﻟﮕﻮرﯾﺘﻢ ﭘﺮ ﮐﺮدن ﻣﺎﺗﺮﯾﺲ ﮐﺎرآﻣﺪ ﺑﺮای MoMﺑﺎ اﺳﺘﻔﺎده از ﺑﺴﻂ ﻣﻮج ﺻﻔﺤﻪ ﺗﺎﺑﻊ ﮔﺮﯾﻦ، در: - 2003 CCECEﮐﻨﻔﺮاﻧﺲ ﮐﺎﻧﺎداﯾﯽ ﻣﻬﻨﺪﺳﯽ ﺑﺮق و ﮐﺎﻣﭙﯿﻮﺗﺮ. ،2003 ،3

1437-1440. ﺻﻔﺤﺎتToward a Caring and Humane Technology (Cat. No.03CH37436), vol.

E.-W. [3]ﺑﺎی، ،Lonngren KEدر ﻣﻮرد ﻇﺮﻓﯿﺖ ﯾﮏ ﻣﮑﻌﺐ، ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ. ﺑﺮق ﻣﻬﻨﺪس<http://dx.doi.org/10.1016/S0045-> ،317–321 (2002) (4) 28 [،7906(00)00047-1](http://dx.doi.org/10.1016/S0045-7906(00)00047-1)ﻧﺸﺎﻧﯽ اﯾﻨﺘﺮﻧﺘﯽ <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045790600000471>. E.-W. [4]ﺑﺎی، ،Lonngren KEﺧﺎزن ﻫﺎ و روش ﮔﺸﺘﺎورﻫﺎ، ﻣﺤﺎﺳﺒﺎت. ﺑﺮق ﻣﻬﻨﺪس [http://dx.doi.org/10.](http://dx.doi.org/10) ،223-229 (2004) (3) 30

<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045790604000035>. اﯾﻨﺘﺮﻧﺘﯽ ﻧﺸﺎﻧﯽ[1016/j.compeleceng.2002.10.002،](http://dx.doi.org/10.1016/j.compeleceng.2002.10.002)

[[5] H.](https://archive.org/details/electricalresear00caveuoft/page/426) Cavendish, JC Maxwell, The Electrical Research of Honorable Henry Cavendish, London Cass, 1967, URL https:

[//archive.org/details/electricalresear00caveuoft/page/426](https://archive.org/details/electricalresear00caveuoft/page/426). ،Ciftja O. [6]ﮐﻮﻟﻦ ﺧﻮد اﻧﺮژی و ﭘﺘﺎﻧﺴﯿﻞ اﻟﮑﺘﺮواﺳﺘﺎﺗﯿﮏ ﯾﮏ ﻣﺮﺑﻊ ﺑﺎردار ﯾﮑﻨﻮاﺧﺖ در دو ﺑﻌﺪ، ﻓﯿﺰﯾﮏ. ،<http://dx.doi.org/10.1016/j.physleta.2009.12.017> ،981–983 (2010) (7) 374 A Lett.

http://[www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375960109015369](http://dx.doi.org/10.1016/j.physleta.2009.12.017). اﯾﻨﺘﺮﻧﺘﯽ ﻧﺸﺎﻧﯽ

،Hutchins D. ،Diamond G. [7]ﯾﮏ ﺗﮑﻨﯿﮏ ﺟﺪﯾﺪ ﺗﺼﻮﯾﺮﺑﺮداری ﺧﺎزﻧﯽ ﺑﺮای ،NDTدر: ﮐﻨﻔﺮاﻧﺲ اروﭘﺎﯾﯽ در ﻣﻮرد 25-29 ،NDTﺳﭙﺘﺎﻣﺒﺮ، ﺑﺮﻟﯿﻦ،

داﻧﺸﮕﺎه ﻓﻨﯽ درﺳﺪن، ،2006ﺻﻔﺤﺎت 1-8.

[،Holze R. ،Wu Y. ،Dubal D. [8]اﺑﺮﺧﺎزنlﻫﺎ: از ﮐﻮزه ﻟﯿﺪن ﺗﺎ اﺗﻮﺑﻮ ﻫﺎی اﻟﮑﺘﺮﯾﮑﯽ، 1-19. (2016) 2 ChemTexts](http://refhub.elsevier.com/S0378-4754(22)00464-5/sb8)

[،Dutta SM [9]ﺳﻨﺠﺶ ﻧﺸﺖ ﺷﺎر ﻣﻐﻨﺎﻃﯿﺴﯽ: ﻣﺴﺎﺋﻞ رو ﺑﻪ ﺟﻠﻮ و ﻣﻌﮑﻮس )ﭘﺎﯾﺎن ﻧﺎﻣﻪ دﮐﺘﺮی(، 2008.](http://refhub.elsevier.com/S0378-4754(22)00464-5/sb9) [،Hansen V. ،Eibert TF [10]در ﻣﻮرد ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ اﻧﺘﮕﺮال ﻫﺎی ﺑﺎﻟﻘﻮه ﺑﺮای ﺗﻮزﯾﻊ ﻫﺎی ﻣﻨﺒﻊ ﺧﻄﯽ در ﺣﻮزه ﻫﺎی ﻣﺜﻠﺜﯽ، Trans. IEEE](http://refhub.elsevier.com/S0378-4754(22)00464-5/sb10)

[1499-1502](http://refhub.elsevier.com/S0378-4754(22)00464-5/sb10). [(1995) (12) 43 Propagation and Antennas](http://refhub.elsevier.com/S0378-4754(22)00464-5/sb10) [،Graglia RD [11]در ﻣﻮرد ادﻏﺎم ﻋﺪدی ﺗﻮاﺑﻊ ﺷﮑﻞ ﺧﻄﯽ ﺿﺮﺑﺪر ﺗﺎﺑﻊ ﺳﺒﺰ ﺳﻪ ﺑﻌﺪی ﯾﺎ ﮔﺮادﯾﺎن آن در ﯾﮏ ﺻﻔﺤﻪ](http://refhub.elsevier.com/S0378-4754(22)00464-5/sb11)

[IEEE Trans. Antennas and Propagation 41 (10) (1993) 1448-1455. ﻣﺜﻠﺚ،](http://refhub.elsevier.com/S0378-4754(22)00464-5/sb11)

،Lan X. ،Qiu T.-T. ،Zhang W. ،Hu J. [12]ﺗﻮﻟﯿﺪ ﻣﺎﺗﺮﯾﺲ ﺑﺎ ﺑﺴﻂ ﺗﯿﻠﻮر ﻣﺮﺗﺒﻪ اول ﺑﻪ ﺻﻮرت ﻣﺤﻠﯽ، ﺑﯿﻦ اﻟﻤﻠﻠﯽ. Propag. Antennas J.

[2018 (2018) 3453495، http://dx.doi.org/](http://dx.doi.org/10.1155/2018/3453495)10.1155/2018/3453495.

C.-O. [13]رو ﻫﺎی ﻫﻮاﻧﮓ، ام. ﻣﺎﺳﮑﺎﻧﯽ، ﺗﯽ وون، ﻣﻮﻧﺖ ﮐﺎرﻟﻮ ﺑﺮای ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ ﻇﺮﻓﯿﺖ ﻣﮑﻌﺐ واﺣﺪ، در: ﭘﻨﺠﻤﯿﻦ ﺳﻤﯿﻨﺎر IMACSدر رو ﻫﺎی ﻣﻮﻧﺖ ﮐﺎرﻟﻮ ﮐﺎرﺑﺮدﻫﺎی ﺟﺒﺮ راﯾﺎﻧﻪlای 2007) (ACA 2007

ﺟﻠﺴﻪ وﯾﮋه ﺑﺮﻧﺎﻣﻪlﻫﺎی ﮐﺎرﺑﺮدی ﻏﯿﺮاﺳﺘﺎﻧﺪارد راﯾﺎﻧﻪlﻫﺎی ﺟﺒﺮی دو ﻣﮑﺎﻧﯿﮑﯽ و زﯾﺴﺖ ﺷﻨﺎﺳﯽ، ﻣﺠﻤﻮﻋﻪ ای از ﻣﻘﺎﻻت اراﺋﻪ ﺷﺪه در اوﻟﯿﻦ ﮐﻨﻔﺮاﻧﺲ ﺑﯿﻦ اﻟﻤﻠﻠﯽ IMACSدر ﺑﯿﻮﻣﮑﺎﻧﯿﮏ ﻣﺤﺎﺳﺒﺎﺗﯽ و زﯾﺴﺖ ﺷﻨﺎﺳﯽ ،2007 ICCBBرﯾﺎﺿﯽ. ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ ﮐﻨﯿﺪ. ﺷﺒﯿﻪ ﺳﺎزی ،<http://dx.doi.org/10.1016/j.matcom.2008.03.003> ،1089–1095 (2010) (6) 80ﻧﺸﺎﻧﯽ اﯾﻨﺘﺮﻧﺘﯽ article/pii/S0378475408001274.

<http://www.sciencedirect.com/science/>

،ee [FCS ،Penuelas CSC ،Barrachina JMB ،Izquierdo SC [14]ارزﯾﺎﺑﯽ ﻇﺮﻓﯿﺖ ﺧﺎزن در ﺧﺎزن ﻫﺎی ﺻﻔﺤﻪ ﻣﻮازی ﺑﺎ اﺳﺘﻔﺎده از ﻣﺤﺪود](http://refhub.elsevier.com/S0378-4754(22)00464-5/sb14) [ﺗﺠﺰﯾﻪ و ﺗﺤﻠﯿﻞ ﻋﻨﺎﺻﺮ، در: اﻧﺮژی ﻫﺎی ﺗﺠﺪﯾﺪﭘﺬﯾﺮ و ﮐﯿﻔﯿﺖ ﺑﺮق، ،2009ص. 613.](http://refhub.elsevier.com/S0378-4754(22)00464-5/sb14)

،Petrovic VV ،Kolundzija BM [15]ﻣﻘﺎﯾﺴﻪ MoM/VIE ،MoM/SIEو FEMﺑﺮ اﺳﺎس ﺗﺤﻠﯿﻞ ﺗﻮﭘﻮﻟﻮژﯾﮑﯽ دو ﻣﺸﮑﻞ ﻣﺘﻌﺎرف، در: Symposium. International Society Propagation and Antennas IEEEﺧﻼﺻﻪ 1998.آﻧﺘﻦ ﻫﺎ: دروازه ﻫﺎی ﺷﺒﮑﻪ ﺟﻬﺎﻧﯽ در ارﺗﺒﺎط ﺑﺎ: ،No.98CH36) (Cat. Meeting Science Radio National USNC/URSIﺟﻠﺪ. ،1998 ،1ﺻﻔﺤﺎت 274-277.

،Zoric DP ،Kolundzija BM [16]ارزﯾﺎﺑﯽ ﮐﺎرآﻣﺪ ﻋﻨﺎﺻﺮ ﻣﺎﺗﺮﯾﺲ MoMﺑﺎ اﺳﺘﻔﺎده از CPUو/ﯾﺎ ،GPUدر: 2012ﺷﺸﻤﯿﻦ ﮐﻨﻔﺮاﻧﺲ اروﭘﺎﯾﯽ آﻧﺘﻦ ﻫﺎ و اﻧﺘﺸﺎر ،2012 ،(EUCAP)ﺻﻔﺤﺎت 702-706.

،Iverson R. ،Coz Le Y. [17]ﯾﮏ اﻟﮕﻮرﯾﺘﻢ ﺗﺼﺎدﻓﯽ ﺑﺮای اﺳﺘﺨﺮاج ﺧﺎزن ﺑﺎ ﺳﺮﻋﺖ ﺑﺎﻻ در ﻣﺪارﻫﺎی ﻣﺠﺘﻤﻊ، ﺗﺮون اﻟﮑﺘﺮﯾﮏ ﺣﺎﻟﺖ ﺟﺎﻣﺪ. ،<http://dx.doi.org/10.1016/0038-1101(92)90332-7> ،1012

[http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/](http://dx.doi.org/10.1016/0038-1101(92)90332-7) 0038110192903327. اﯾﻨﺘﺮﻧﺘﯽ ﻧﺸﺎﻧﯽ35 (7) (1992) 1005–

[18]ﺗﯽ ﻟﯽ، اﺳﺘﺨﺮاج ﻇﺮﻓﯿﺖ 3ﺑﻌﺪی ﺑﺎ روش ﻟﺤﻈﻪ ﻫﺎ )ﭘﺎﯾﺎن ﻧﺎﻣﻪ ﮐﺎرﺷﻨﺎﺳﯽ ارﺷﺪ(، ﻣﻮﺳﺴﻪ ﭘﻠﯽ ﺗﮑﻨﯿﮏ ورﭼﺴﺘﺮ، ،2010آدرس اﯾﻨﺘﺮﻧﺘﯽ

<https://digitalcommons.wpi.edu/etd-theses/86>. ،Liu H. ،Liu Z. [19]آزﻣﺎﯾﺶ ﺗﮑﻨﯿﮏ ﺳﻨﺠﺶ ﺧﺎزﻧﯽ ﺑﺮای ارزﯾﺎﺑﯽ ﯾﮑﭙﺎرﭼﮕﯽ ﺳﺎﺧﺘﺎری، در: ﮐﻨﻔﺮاﻧﺲ ﺑﯿﻦ اﻟﻤﻠﻠﯽ 2017 IEEE

در ﻓﻨﺎوری ﺻﻨﻌﺘﯽ ،2017 ،(ICIT)ﺻﻔﺤﺎت 922-927.

[،Mosig JR ،Lopez-Pena S. [20]ارزﯾﺎﺑﯽ ﺗﺤﻠﯿﻠﯽ اﻧﺘﮕﺮال ﻫﺎی ﺑﺎﻟﻘﻮه اﺳﺘﺎﺗﯿﮏ ﭼﻬﺎرﮔﺎﻧﻪ در ﺣﻮزه ﻫﺎی ﻣﺴﺘﻄﯿﻠﯽ ﺑﺮای ﺣﻞ 3-ﺑﻌﺪی](http://refhub.elsevier.com/S0378-4754(22)00464-5/sb20)

[ﻣﺸﮑﻼت اﻟﮑﺘﺮوﻣﻐﻨﺎﻃﯿﺴﯽ، 1320-1323. (2009) (3) 45 Magn. Trans. IEEE](http://refhub.elsevier.com/S0378-4754(22)00464-5/sb20)

،Soleimani M. ،Ma G. [21]آراﯾﻪ ﺗﺼﻮﯾﺮﺑﺮداری ﺧﺎزﻧﯽ 4ﺑﻌﺪی ﻫﻤﻪ ﮐﺎره: ﯾﮏ ﭘﻮﺳﺖ ﺑﺪون ﻟﻤﺲ و ﯾﮏ ﺣﺴﮕﺮ ﺟﻠﻮﮔﯿﺮی از ﻣﻮاﻧﻊ ﺑﺮای ﮐﺎرﺑﺮدﻫﺎی روﺑﺎﺗﯿﮏ،

[Rep. 10 (1) (2020) 11525, http://dx.doi.org/](http://dx.doi.org/10.1038/s41598-020-68432-1)10.1038/s41598-020-68432-1. ﻋﻠﻤﯽ

[[22] F. Maccarrone, G. Paffuti,](http://dx.doi.org/10.1016/j.elstat.2017.06.007) Capacitance and force for two square electrode, J. Electrost. 89 (2017) 20–29، [http://dx.doi.org/10.1016/j.](http://dx.doi.org/10.1016/j)

<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304388617301869>. اﯾﻨﺘﺮﻧﺘﯽ ﻧﺸﺎﻧﯽ[elstat.2017.06.007](http://dx.doi.org/10.1016/j.elstat.2017.06.007),

،Manic A. [23]روش ﺳﺮﯾﻊ و دﻗﯿﻖ دو ﻣﺮﺗﺒﻪ ﺑﺎﻻﺗﺮ از ﮔﺸﺘﺎورﻫﺎ ﺷﺘﺎ ﮔﺮﻓﺘﻪ از ﺗﺠﺰﯾﻪ داﻣﻨﻪ Diakopticو ﻣﻮاز lیﺳﺎزی ﮐﺎرآﻣﺪ ﺣﺎﻓﻈﻪ ﺑﺮای ﺳﯿﺴﺘ lﻢﻫﺎی ﻣﺤﺎﺳﺒﺎﺗﯽ ﺑﺎ ﮐﺎراﯾﯽ ﺑﺎﻻ )ﭘﺎﯾﺎ lنﻧﺎﻣﻪ دﮐﺘﺮا(، داﻧﺸﮕﺎه

2015، URL http:/ /hdl.handle. net/10217/170428. ﮐﻠﺮادو، اﯾﺎﻟﺘﯽ

،Shekhar S. ،Dubey A. ،Gupta N. ،Mishra M. [24]ﮐﺎرﺑﺮد ﺗﮑﻨﯿﮏ ادﻏﺎم ﺷﺒﻪ ﻣﻮﻧﺖ ﮐﺎرﻟﻮ در ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ ﻇﺮﻓﯿﺖ ﮐﺎرآﻣﺪ، Prog.اﻟﮑﺘﺮوﻣﻐﻨﺎﻃﯿﺲ. ،<http://dx.doi.org/10.2528/PIER09011310>

[http://www.jpier.org/PIER/pier.php?paper=](http://dx.doi.org/10.2528/PIER09011310) 09011310. اﯾﻨﺘﺮﻧﺘﯽ ﻧﺸﺎﻧﯽRes. 90 (2009) 309–322،

[25]آی. ﻣﺘﮑﯿﻦ، م. ﺳﻠﯿﻤﺎﻧﯽ، اﻧﺪازه ﮔﯿﺮی ﻣﺴﺘﻘﯿﻢ ﻇﺮﻓﯿﺖ ﺧﺎزﻧﯽ ﺑﺮای ﺗﺼﻮﯾﺮﺑﺮداری ﺗﻮﻣﻮﮔﺮاﻓﯽ از اﺟﺴﺎم ﻓﻠﺰی، در: ﻧﻬﻤﯿﻦ ﮐﻨﮕﺮه ﺟﻬﺎﻧﯽ در

ﺗﻮﻣﻮﮔﺮاﻓﯽ ﻓﺮآﯾﻨﺪ ﺻﻨﻌﺘﯽ، ،WCIPT9ﺳﭙﺘﺎﻣﺒﺮ 2018;ﺗﺎرﯾﺦ ﮐﻨﻔﺮاﻧﺲ: 2018. 02-09-2018, [،Nakamura M. ،Nishiyama H. [26]ﻓﺮم و ﻇﺮﻓﯿﺖ ﺧﺎزن ﻫﺎی ﺻﻔﺤﻪ ﻣﻮازی، Trans. IEEEﮐﺎﻣﭙﻮن. ﺑﺴﺘﻪ ﺑﻨﺪی. Manuf.ﺗﮑﻨﻮﻟﻮژی 17 A](http://refhub.elsevier.com/S0378-4754(22)00464-5/sb26)

[(3) (1994) 477-484](http://refhub.elsevier.com/S0378-4754(22)00464-5/sb26).

for MEMS type capacitive sensors with square membranes, in: 2009 Joint IEEE North-East Workshop on Circuits and Systems and TAISA Conference, 2009, pp. 1-4.

[27] M. Rahman, S. Abbas, S. Chowdhury, A simple capacitance Calculation Formul

[،Vidula B. ،Wilton D. ،Glisson A. ،Rao S. [28]روش ﺣﻞ ﻋﺪدی ﺳﺎده ﺑﺮای ﻣﺴﺎﺋﻞ اﺳﺘﺎﺗﯿﮑﯽ ﮐﻪ ﺷﺎﻣﻞ اﺷﮑﺎل دﻟﺨﻮاه اﺳﺖ](http://refhub.elsevier.com/S0378-4754(22)00464-5/sb28).

[ﺳﻄﻮح، Trans. IEEEآﻧﺘﻦ ﻫﺎ و اﻧﺘﺸﺎر 604-608. (1979) (5) 27](http://refhub.elsevier.com/S0378-4754(22)00464-5/sb28)

22 (2) (1951) 223-226، http: ﻓﯿﺰﯾﮏJ. Appl. ﻣﮑﻌﺐ، ﯾﮏ اﻟﮑﺘﺮﯾﮑﯽ ﻇﺮﻓﯿﺖ ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ[29] DK Reitan، TJ Higgins، <https://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.1699929>. آدرس[//dx.doi.org/10.1063/1.1699929،](http://dx.doi.org/10.1063/1.1699929)

239

## Machine Translated by Google

س. ﺳﺮﮐﺎراﺗﯽ، م.م. ﻃﻬﺮاﻧﭽﯽ و اﻟﻬﻪ ﻣﻬﺮﺷﺎﻫﯽ

رﯾﺎﺿﯿﺎت و ﮐﺎﻣﭙﯿﻮﺗﺮ در ﺷﺒﯿﻪ ﺳﺎزی 231-240 (2023) 206

KY [30]ﺑﺒﯿﻨﯿﺪ، ،Liu Z. ،Chua EKارزﯾﺎﺑﯽ دﻗﯿﻖ و ﮐﺎرآﻣﺪ ﻣﺎﺗﺮﯾﺲ MoMﺑﺮ اﺳﺎس ﯾﮏ روﯾﮑﺮد ﺗﺤﻠﯿﻠﯽ ﺗﻌﻤﯿﻢ ﯾﺎﻓﺘﻪ، Prog. اﻟﮑﺘﺮوﻣﻐﻨﺎﻃﯿﺲ. [http://dx.doi.org/10.2528/PIER09063002. ،367–382 (2009) 94 Res.](http://dx.doi.org/10.2528/PIER09063002)

[،Louis A. ،Su D. ،Duval F. ،Song ZF [31]ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ اﻧﺪوﮐﺘﺎﻧﺲ ﺟﺰﺋﯽ ﭘﺎﯾﺪار ﺑﺮای ﻣﺪلlﺳﺎزی ﻣﺪار ﻣﻌﺎدل ﻋﻨﺼﺮ ﺟﺰﺋﯽ، Appl.](http://refhub.elsevier.com/S0378-4754(22)00464-5/sb31)

[ﻣﺤﺎﺳﺒﻪ ﮐﻨﯿﺪ. اﻟﮑﺘﺮوﻣﻐﻨﺎﻃﯿﺲ. 738-749. (2011) (6) 25 J. Soc.](http://refhub.elsevier.com/S0378-4754(22)00464-5/sb31)

،Yu W. ،Yang M. ،Song M. [32]ﺣﻞlﮐﻨﻨﺪه ﺧﺎزن ﺗﺼﺎدﻓﯽ ﻣﺒﺘﻨﯽ ﺑﺮ راه رﻓﺘﻦ ﺷﻨﺎور ﺑﺮای ﺳﺎﺧﺘﺎرﻫﺎی VLSIﺑﺎ دیlاﻟﮑﺘﺮﯾﮏlﻫﺎی ﻏﯿﺮ ﻃﺒﻘﻪlای، در: 2020

ﻃﺮاﺣﯽ، آزﻣﻮن اﺗﻮﻣﺎﺳﯿﻮن در ﻧﻤﺎﯾﺸﮕﺎه ﮐﻨﻔﺮاﻧﺲ اروﭘﺎ ،2020 ،(DATE)ﺻﻔﺤﺎت 1133-1138. [33]روش ﺷﺒﯿ lﻪﺳﺎزی ﺑﺎر ﺳﻄﺤﯽ ،(SSM)در: ﺗﺤﻠﯿﻞ ﻋﺪدی ﻣﯿﺪا lنﻫﺎی اﻟﮑﺘﺮوﻣﻐﻨﺎﻃﯿﺴﯽ، در: ﺳﯿﺴﺘ lﻢﻫﺎی اﻧﺮژی اﻟﮑﺘﺮﯾﮑﯽ و ﺳﺮی ﻣﻬﻨﺪﺳﯽ، اﺳﭙﺮﯾﻨﮕﺮ، ﺑﺮﻟﯿﻦ، ﻫﺎﯾﺪﻟﺒﺮگ، [http://](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-50319-1_8)dx.doi.org/10.1007/978-3-642-50319-1\_8. [،1993](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-50319-1_8)

[Butler, C. Al-Bundak, O. Schaubert, D. Glisson, A. Rao, S. Wilton, D. [34]اﻧﺘﮕﺮاﻟﻬﺎی ﺑﺎﻟﻘﻮه ﺑﺮای ﺗﻮزﯾﻊ ﻣﻨﺒﻊ ﯾﮑﻨﻮاﺧﺖ و ﺧﻄﯽ](http://refhub.elsevier.com/S0378-4754(22)00464-5/sb34)

[IEEE Trans. Antennas and Propagation 32 (3) (1984) 276-281. وﺟﻬﯽ، ﭼﻨﺪ و ﺿﻠﻌﯽ ﭼﻨﺪ ﻫﺎی ﺣﻮزه در](http://refhub.elsevier.com/S0378-4754(22)00464-5/sb34) [http://www.wolframalpha.com](http://www.wolframalpha.com/). آدرسWolfromAlpha. ﻣﺤﺎﺳﺒﺎﺗﯽ ﻫﻮش[35]

FEM [،Chen Jeng-Tzong ،Chyuan Shiang-Woei ،Liao Yunn-Shiuan [36]در ﻣﻘﺎﺑﻞ 25-34. (2004) (5) 20 Mag. Devices Circuits IEEE ،BEM](http://refhub.elsevier.com/S0378-4754(22)00464-5/sb36) ،Nie Z. ،Gu L. ،Zheng Y. ،Cai Q. ،Zhao Y. ،Zhang Z. [37]ﯾﮏ ﻃﺮح ﭘﺮ ﮐﺮدن ﻣﺎﺗﺮﯾﺲ ﮐﺎرآﻣﺪ ﺑﺮای ﻣﻌﺎدﻟﻪ اﻧﺘﮕﺮال ﺳﻄﺢ ﺑﺎ ﺗﻮاﺑﻊ ﭘﺎﯾﻪ ﺑﺮدار ﺳﻠﺴﻠﻪ ﻣﺮاﺗﺒﯽ ﻣﺮﺗﺒﻪ ﺑﺎﻻﺗﺮ، در: IEEE 2016ﭘﻨﺠﻤﯿﻦ ﮐﻨﻔﺮاﻧﺲ

آﺳﯿﺎ و اﻗﯿﺎﻧﻮﺳﯿﻪ در ﻣﻮرد آﻧﺘﻦ ﻫﺎ و اﻧﺘﺸﺎر ،2016 ،(APCAP)ﺻﻔﺤﺎت 177-178.

240