باسمه تعالی

مراجع پایان‌نامه

برنامه‌های جانبی

مقدمّه

نتیجه‌گیری

روش‌های مختلف

انتگرال‌گیری عددی

اجزاء محدود

آزمون‌های غیر مخرّب

تصویربرداری با کمک ظرفیت خازنی

نحوه‌ی م

Precise calculation of electrical capacitance by means of quadruple integrals in method of moments technique

محاسبه دقیق ظرفیت الکتریکی با استفاده از انتگرال های چهارگانه در روش گشتاور

In this paper, the capacitance of a parallel plate air-gap rectangular capacitor, and a unit cube capacitor have been calculated. Because of its generality and simplicity, the method of moments (MOM) Technique is utilized. In order to improve the accuracy of the calculations, the use of quadratic integrals instead of binary integrals has been proposed. A neat form is provided for the analytical solution of the integrals required for the method of moment. The results show that there is a very small error in calculating the capacity even with coarse boundary division. The described formulas and codes can easily be used for similar purposes.

در این مقاله، ظرفیت یک خازن مستطیلی شکاف هوا صفحه موازی و یک خازن مکعب واحد محاسبه شده است. به دلیل عمومیت و سادگی، از تکنیک لحظه ها (MOM) استفاده می شود. به منظور بهبود دقت محاسبات، استفاده از انتگرال درجه دوم به جای انتگرال باینری پیشنهاد شده است. یک فرم منظم برای حل تحلیلی انتگرال های مورد نیاز برای روش لحظه ارائه شده است. نتایج نشان می دهد که خطای بسیار کمی در محاسبه ظرفیت حتی با تقسیم مرزی درشت وجود دارد. فرمول ها و کدهای توصیف شده به راحتی می توانند برای اهداف مشابه استفاده شوند.

Accurately calculating of electric capacitance from early water-filled Leyden jar up to modern supercapacitors has been a challenging task for scientists and researchers. [8]. The demand for fast capacitance extraction techniques increases because the usage of capacitors in sensing systems spreads widely [27].

محاسبه دقیق ظرفیت الکتریکی از شیشه لیدن اولیه پر از آب تا ابرخازن‌های مدرن یک کار چالش برانگیز برای دانشمندان و محققان بوده است. [8]. تقاضا برای تکنیک‌های استخراج سریع ظرفیت افزایش می‌یابد زیرا استفاده از خازن‌ها در سیستم‌های حسگر به طور گسترده گسترش می‌یابد [27].

The desired characteristics of examined objects can be obtained by inverse problem analysis of measured parameters. In systems based on capacitive sensing such as the “capacitive imaging method”, the material is scanned by two electrodes, and electrical capacitance between electrodes is recorded in each position [7,21]. And it can be used to determine the size and location of defects [19]. The capacitive imaging method also can be utilized on metallic objects and is used for making a surface image of substance as an inverse problem [25].

ویژگی های مورد نظر اشیاء مورد بررسی را می‌توان با تحلیل مسئله معکوس پارامترهای اندازه‌گیری شده به دست آورد. در سیستم های مبتنی بر حسگر خازنی مانند "روش تصویربرداری خازنی"، ماده توسط دو الکترود اسکن می شود و ظرفیت الکتریکی بین الکترودها در هر موقعیت ثبت می‌شود [7،21]. و می توان از آن برای تعیین اندازه و محل عیوب استفاده کرد [19]. روش تصویربرداری خازنی همچنین می‌تواند بر روی اجسام فلزی استفاده شود و برای ایجاد تصویر سطحی از ماده به عنوان یک مسئله معکوس استفاده می‌شود [25].

To solve an “inverse problem”, you first need a quick and accurate way to solve the “forward problem”. This means that the capacitance calculation must be done intelligently in a way that can be repeated without wasting CPU time. This paper focuses on extracting the capacitance of air gap capacitors. The results are utilizable to calculate the capacitance of dielectric capacitors. Also, many problems in magnetostatics can be solved similarly because of the duality of electricity and magnetism. Problems such as reconstructing the shape of defects in Magnetic flux leakage inspection can be solved in this way [9].

برای حل یک "مسئله معکوس"، ابتدا به یک راه سریع و دقیق برای حل "مسئله پیش رو" نیاز دارید. این به این معنی است که محاسبه ظرفیت باید هوشمندانه به گونه ای انجام شود که بدون اتلاف زمان CPU تکرار شود. این مقاله بر استخراج ظرفیت خازن های شکاف هوا تمرکز دارد. نتایج برای محاسبه ظرفیت خازن های دی الکتریک قابل استفاده است. همچنین بسیاری از مشکلات در مغناطیس استاتیک به دلیل دوگانگی الکتریسیته و مغناطیس به طور مشابه قابل حل است. مشکلاتی مانند بازسازی شکل عیوب در بازرسی نشتی شار مغناطیسی را می توان از این طریق حل کرد [9].

The electrical capacitance of capacitors has been calculated by a variety of methods such as finite difference and finite element methods [14], Monte Carlo technique [17,32], and method of moments [4]. Except for stochastic methods, the other ones use a matrix equation that must be solved to obtain the capacitance of desired geometry. The size of this matrix is an important parameter that affects the time required for capacitance calculation.

ظرفیت الکتریکی خازن ها با روش های مختلفی مانند روش تفاضل محدود و اجزا محدود [14]، تکنیک مونت کارلو [17،32] و روش گشتاورها [4] محاسبه شده است. به جز روش های تصادفی، بقیه از یک معادله ماتریسی استفاده می کنند که باید حل شود تا ظرفیت هندسه مورد نظر به دست آید. اندازه این ماتریس یک پارامتر مهم است که بر زمان مورد نیاز برای محاسبه ظرفیت تاثیر می گذارد.

If we concentrate on air-gap capacitors, boundary element methods become the best choice for calculation. In absence of dielectric medium, only air–metal boundaries must be considered. In the method of moments (MOM) the elements are placed on boundary surfaces. And in the special case of a parallel plate air-gapped capacitor, only two conducting plate surfaces are involved in generating matrix elements. So the matrix size is very small compared with the matrix size in “finite difference” and “finite element” methods. Although these two techniques create a “sparse matrix”, the prolongation of the computation time due to the size of the matrix cannot be compensated for by improved “sparse matrix” manipulation techniques [15,36].

اگر روی خازن های شکاف هوا تمرکز کنیم، روش های المان مرزی بهترین انتخاب برای محاسبه می شوند. در غیاب محیط دی الکتریک، فقط مرزهای هوا و فلز باید در نظر گرفته شود. در روش ممان (MOM) المان ها روی سطوح مرزی قرار می گیرند. و در مورد خاص خازن صفحه موازی با شکاف هوا، تنها دو سطح صفحه رسانا در تولید عناصر ماتریس نقش دارند. بنابراین اندازه ماتریس در مقایسه با اندازه ماتریس در روش‌های «تفاوت محدود» و «المان محدود» بسیار کوچک است. اگرچه این دو تکنیک یک "ماتریس پراکنده" ایجاد می کنند، اما طولانی شدن زمان محاسبات به دلیل اندازه ماتریس نمی تواند با تکنیک های بهبود یافته دستکاری "ماتریس پراکنده" جبران شود [15،36].

MOM matrix elements can be computed by surface integration in boundary regions [18]. Integral calculations can be done analytically [1,10,34] or numerically [11,28]. Numerical integration can be done directly or by the Monte Carlo integration technique [24]. However, some authors have suggested a series expansion of Green’s function to make the solution of the answer as a series of expressions [2,12,30,37]. In recen t years, parallel computing methods have been used to speed up computing. [16,23].

عناصر ماتریس MOM را می توان با ادغام سطح در مناطق مرزی محاسبه کرد [18]. محاسبات انتگرال را می توان به صورت تحلیلی [1،10،34] یا عددی [11،28] انجام داد. ادغام عددی را می توان به طور مستقیم یا با تکنیک ادغام مونت کارلو [24] انجام داد. با این حال، برخی از نویسندگان یک گسترش سری از تابع گرین را پیشنهاد کرده اند تا حل پاسخ را به صورت مجموعه ای از عبارات بسازند [2،12،30،37]. در سال های اخیر، روش های محاسباتی موازی برای سرعت بخشیدن به محاسبات استفاده شده است. [16،23].

In this paper, an integral transform is used to solve quadruple integrals analytically, which gives exact formulas for MOM matrix coefficients with no approximation. These analytical expressions have been used to generate the connection matrix. So the matrix equation has been solved and electric capacitance has been calculated for parallel plate air-gap capacitor and unit cube capacitor. the results have been compared with approximated integral calculation methods. Charge distribution on capacitor plates also has been investigated.

در این مقاله، از تبدیل انتگرال برای حل تحلیلی انتگرال های چهارگانه استفاده شده است که فرمول های دقیقی برای ضرایب ماتریس MOM بدون تقریب ارائه می دهد. این عبارات تحلیلی برای تولید ماتریس اتصال استفاده شده است. بنابراین معادله ماتریس حل شده و خازن الکتریکی برای خازن صفحه موازی شکاف هوا و خازن مکعب واحد محاسبه شده است. نتایج با روش های تقریبی محاسبه انتگرالی مقایسه شده است. توزیع بار روی صفحات خازن نیز مورد بررسی قرار گرفته است.

An understandable path to solving quadruple integrals and a very neat form for analytical calculation results are provided here to help researchers calculate electrical capacitance for their own desired geometries. A Python code has been created for calculations and is now available on our website and can be used freely. NUMPY and SCIPY libraries are used to perform numerical calculations simply and relatively quickly.

یک مسیر قابل درک برای حل انتگرال های چهارگانه و یک فرم بسیار منظم برای نتایج محاسبات تحلیلی در اینجا ارائه شده است تا به محققان کمک کند ظرفیت الکتریکی را برای هندسه های مورد نظر خود محاسبه کنند. یک کد پایتون برای محاسبات ایجاد شده است و اکنون در وب سایت ما موجود است و می توان آزادانه از آن استفاده کرد. از کتابخانه های NUMPY و SCIPY برای انجام محاسبات عددی ساده و نسبتاً سریع استفاده می شود.

2. Method of moments for capacitance calculation

Basic ideas for MOM technique firstly suggested by great physicist James Clarke Maxwell, who wanted to calculate electric capacity of a metal square. It is worth to have a look at his work which can be found here [5].

2. روش گشتاورها برای محاسبه ظرفیت

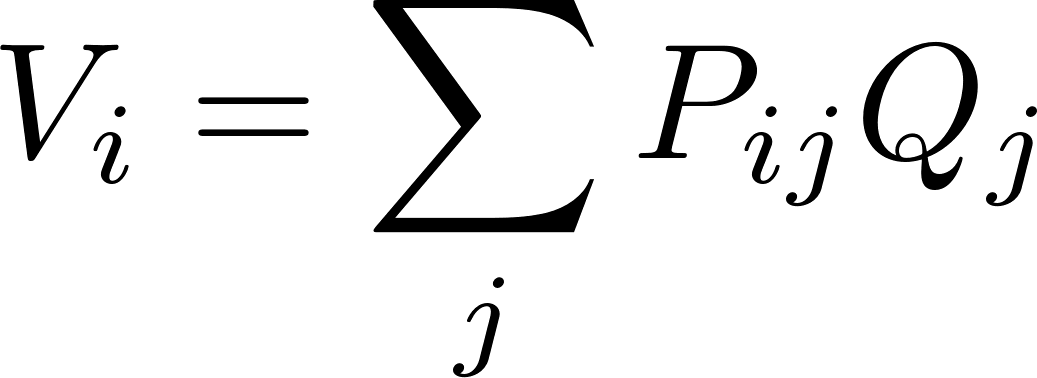
ایده های اساسی برای تکنیک MOM ابتدا توسط فیزیکدان بزرگ جیمز کلارک ماکسول پیشنهاد شد که می خواست ظرفیت الکتریکی یک مربع فلزی را محاسبه کند. شایسته است نگاهی به آثار او بیندازیم که در اینجا یافت می شود [5].

He divided the square by 36 equal squares and presumed uniform charge density for each, then assumed the electric potential equal to 1 in the middle of each square piece. To keep the potential of all segments to one, the electric charge of each segment must be different from others. There are 36 values for 36 segments. but geometric symmetry shows us these 36 values can be grouped into 6 distinct values. He then calculated the electric charge of each segment and consequently electric capacitance of the big square (see Fig. 1).

او مربع را بر 36 مربع مساوی تقسیم کرد و چگالی بار یکنواخت را برای هر کدام در نظر گرفت، سپس پتانسیل الکتریکی را در وسط هر قطعه مربع برابر با 1 فرض کرد. برای نگه داشتن پتانسیل همه بخش ها به یک، بار الکتریکی هر قطعه باید با سایر قطعات متفاوت باشد. 36 مقدار برای 36 بخش وجود دارد. اما تقارن هندسی به ما نشان می دهد که این 36 مقدار را می توان در 6 مقدار مجزا گروه بندی کرد. او سپس بار الکتریکی هر بخش و در نتیجه ظرفیت الکتریکی مربع بزرگ را محاسبه کرد (شکل 1 را ببینید).

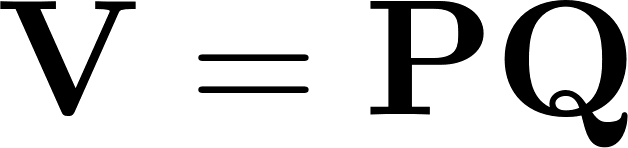
Generally to calculate the electric capacitance of a parallel plate capacitor, at first two constant voltages, are proposed for two plates (usually 1 V and −1V). Now each plate must be divided into square segments. Charge density of each segment is assumed to be constant for each segment. The electric potential of each segment must be equal to its plate. On the other hand potential of each segment can be calculated using the electric charge of all segments and coupling coefficients.

به طور کلی برای محاسبه ظرفیت الکتریکی یک خازن صفحه موازی، ابتدا دو ولتاژ ثابت برای دو صفحه (معمولاً 1 ولت و 1- ولت) پیشنهاد می شود. حالا هر بشقاب باید به قطعات مربع تقسیم شود. چگالی بار هر بخش برای هر بخش ثابت فرض می شود. پتانسیل الکتریکی هر قطعه باید برابر با صفحه آن باشد. از طرف دیگر پتانسیل هر قطعه را می توان با استفاده از بار الکتریکی همه بخش ها و ضرایب جفت محاسبه کرد.



This formula can be written in matrix form.

این فرمول را می توان به صورت ماتریسی نوشت.

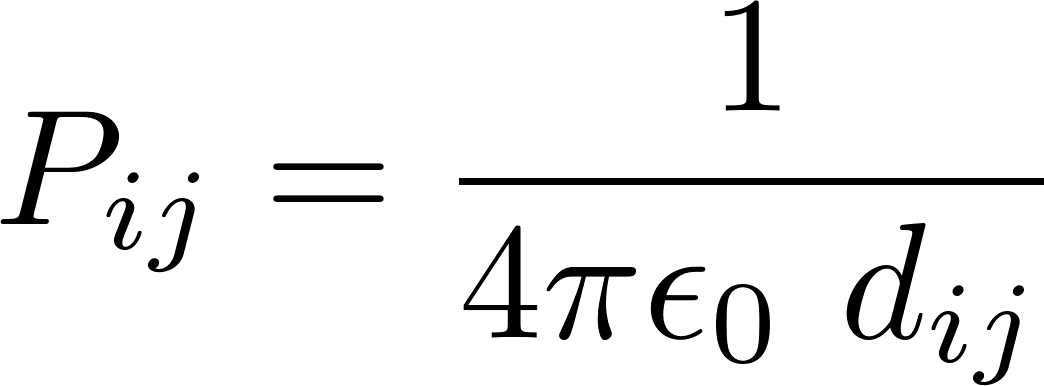


It is now necessary to solve this matrix equation to calculate the charge of each part, and it is obvious that when the electric potential and the electric charge are known, the capacitance can be obtained.

Coupling coefficient between two segment depends on shape and location of two segments. It can be approximated roughly by potential formula of a unit point charge.

اکنون حل این معادله ماتریسی برای محاسبه بار هر قسمت ضروری است و بدیهی است که وقتی پتانسیل الکتریکی و بار الکتریکی مشخص باشد، می توان ظرفیت خازنی را به دست آورد.

ضریب جفت بین دو بخش به شکل و محل دو قطعه بستگی دارد. می توان آن را تقریباً با فرمول بالقوه بار نقطه واحد تقریب زد.

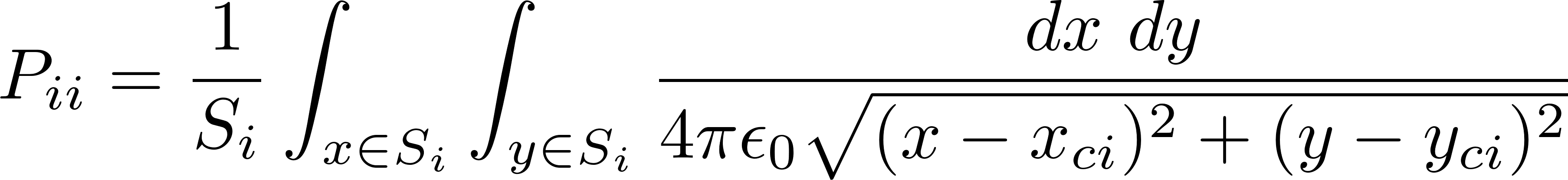


where d i j is the distance between centers of two segments.

In literature, this approximation is used in a method called “surface charge simulation method” [33] although this method can be categorized in varieties of MOM. This formula is not useful for obtaining the self-coupling coefficient. Self-coupling is calculated by integrating over the area to find the mean distance of all the points of area to its center.

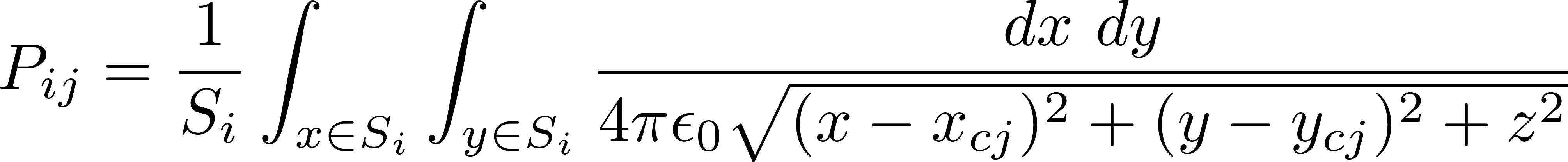
جایی که فاصله بین مراکز دو بخش است.

در ادبیات، این تقریب در روشی به نام «روش شبیه‌سازی بار سطحی» [33] استفاده می‌شود، اگرچه این روش را می‌توان در انواع MOM دسته‌بندی کرد. این فرمول برای بدست آوردن ضریب خود کوپلینگ مفید نیست. خود کوپلینگ با ادغام در ناحیه برای یافتن میانگین فاصله تمام نقاط منطقه تا مرکز آن محاسبه می شود.



Where (x ci , y ci ) is the center point of domain i and S i is the segment area. For less approximate results in calculating the capacity, it is better to use a double integral formula, not only for the self-coupling but also for the mutual coupling. It leads us to double integral formulation.

جایی که نقطه مرکزی دامنه i و ناحیه قطعه است. برای نتایج تقریبی کمتر در محاسبه ظرفیت، بهتر است از یک فرمول انتگرال مضاعف نه تنها برای خود کوپلینگ بلکه برای جفت متقابل استفاده کنید. ما را به فرمول انتگرال دوگانه هدایت می کند.



Two domains are assumed to be parallel. z is the distance of two domains and is constant over integration. The

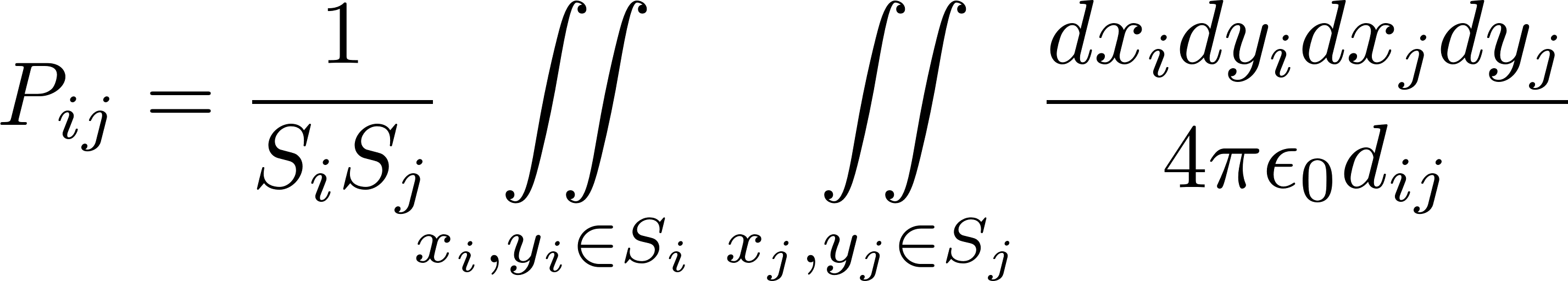
integral must be calculated over domain i, and the distance of each point to the center of other domains is considered

in this formula. These integrals can be calculated analytically and have been applied to find the capacitance of parallel plate capacitors by Nishiyama and Nakamura [26].

Obviously this formula is not suitable where two domains are relatively close according to their dimensions. In this case, the center of one domain cannot be proposed as representative of all points. Really it is better to find all mutual distances between points of two segments. It can be done by using quadruple integral instead of double integral.

در این فرمول این انتگرال ها را می توان به صورت تحلیلی محاسبه کرد و برای یافتن ظرفیت خازن های صفحه موازی توسط نیشیاما و ناکامورا [26] استفاده شده است.

بدیهی است که این فرمول در جایی که دو دامنه با توجه به ابعادشان نسبتاً نزدیک هستند مناسب نیست. در این حالت، مرکز یک دامنه را نمی توان به عنوان نماینده همه نقاط پیشنهاد کرد. در واقع بهتر است تمام فواصل متقابل بین نقاط دو بخش را پیدا کنید. این کار را می توان با استفاده از انتگرال چهارگانه به جای انتگرال دوگانه انجام داد.



where is

جایی که است

