فهرست مطالب

	•	٠	•	٠	•	٠	•	٠	٠	٠	٠	٠	•	٠	•	٠	•	•					•	•	•	•	•			•	•		•	به	معد	1	١.٠	
۲	•																								b	as	is	s	up	eı	rpo	os v	'S	co	mp)	۲.۰	
٣																														d	وليا	م او	ھي	مفا	، با	یے	آشنا	١
٣																																	,	يت	كيوب	•	١.١	
۴									ba	ısi	is	fc	u	ri	er	_	t	oa	si	s c	co	n	ıŗ	ου	ıta	ay	ic	on	al	-	ve	etc	r	ble	och	l	۲.۱	
۴																														می	نتو	كوا	ی	اھر	گيت	=	۳.۱	
۵																									ن	ومح	نت	کوا	ر ک	ئيت	ع گ	انواع		١.	۳.۱			
٨																												. 8	gai	te	Sv	vap)	۲.	۳.۱			
٨																														ی	توم	كوان		هاء	مدار	,	۴.۱	
۱۱	•																		ىي	توه	وانن	کو		ای	ِها	دار	ما	ئى	ايث	نم	ەي	نحو	;	١.	۴.۱			
۱۳																															ومي	انتو	کو		ويس	ىەن	برناه	۲
' '																														•			•	_		_		
۱۳																					ی	زمع	تو	وان	کو	و	ے	یک	(سب	•	۔ تر َ	مپيو	_	_			۱.۲	
																								-						کلا		مپيو ۱ntı	کا	ت	تفاو	;	-	
۱۳																	. (-						Sk Q)ua	ıntı	کا 111	ت n I	تفاو BM	[1.7	٣
14	٠	•	-	•			•				•							Qi	sk	cit	a	n	d	c	O	m	pι	ut	er	کلا Q	ua ومح	ıntı وانت	کا ur	ت n I ای	تفاو BM تمه	: [رين	1. Y Y. Y	
۱۳ ۱۳ ۱۵																		Qi	sk	xit	: a	n	d ·	c		m _.	pı	ut	er دمی	کلا Q انتو	ua) ومي كوا	ıntı وانت	کا ۱۹۲۲ ا کو	ت n I ا ای	تفاو BM تجھ مواز	رين	۱.۲ ۲.۲ الگو	
17 17 10																		Qi	sk	xit	: a	n	d	ت ار،	:o: ندا	m ستا	p۱ اس	ut 	er می	کلا Q نتو حاس	ua) ومح کوا کوا	inti وانت زی ُ	کا ۱۱۲	ت m I ا ی , د	تفاو BM تم ه مواز	; [رين	۱.۲ ۲.۲ الگو	
17 17 10 10																		Qi	sk	xit	: a	n	d د	ء ارس	۰۰: ندا ندا	m تا	pı اس	ut 	er می سبات	کلا Q نتو	ua) وهو کوا مح	inti وانت زی ُ مدل مدل	کا ۱۹۲۱ ساز	ت n I ی , ی , کو	تفاو BM تمه مواز ۱۱.۳	; [رين	۱.۲ ۲.۲ الگو ۱.۳	
17 10 10 10																		Qi	sk	xit		n.	d	ار،	:o: ندا	m تا	pı اس رور	ut 	er می سان ، ال	کلا Q انتو حاس	ua) وهي كوا مح	inti وانت زی ُ مدل مدل	کا ۱۳۲۰ ساز	ت ت ای ی ی کو	تفاو BM تمهر مواز معرف	ز رين ,	۱.۲ ۲.۲ الگو ۱.۳	

طالب	، مع	ت	رس	فح															۲
74																يتم دوچ - جوزا .	الگور	۴.۳	
4 9														ر	,مح	ت یک اوراکل کوانتو	ساخ	۵.۳	
۳.																simulation vs co	omp	۶.۳	
۳۱															ر	پدیدههای کوانتومے	سازى	شبيه،	۴
۳١																states	Bell	1.4	
٣٢																entanglen		7.4	
																entanglen	ent		

۱.۰ مقدمه

در عصر حاضر بواسطهی رشد و توسعهی نظریهی اطلاعات کوانتومی و سرمایه گذاری های مالی و انسانی بسیار در این زمینه، شاهد افزایش تعداد علاقمندان به این حوزه هستیم. در این پا

basis superpos vs comp \(\tau_{\cdots} \)

book chuang \ Chapter

فصل ١

آشنایی با مفاهیم اولیه

۱.۱ کیوبیت

یک کیوبیت'، معادل یک واحد اطلاعات کوانتومی میباشد. این مفهوم معادل مفهوم کلاسیک بیت میباشد. به طور کلی هر کیوبیت حاوی دو بیت اطلاعات است. برای تبیین یک کیوبیت از خصوصیات سامانه های کوانتومی بهرهمی بهرهمی بریم. کیوبیت یک سیستم کوانتومی با فضای دوبعدی است. برای تعیین این دوبعد میتوان از یکی از خصویات سامانه های کوانتومی استفاده کرد.

برخلاف بیت ها که مقادیر ثابت ، یا ۱ را به خود میگیرند؛ یک کیوبیت میتواند در یک حالت «برهمنهی کوانتومی» باشد؛ این بدان معناست که یک کیوبیت بواسطهی مشاهده ناظر به یکی از حالات ، یا یک تبدیل شود. این مهمترین مزیت استفاده از کیوبیتهاست. بیان ریاضی یک کیوبیت ،در حالت برهمنهی، به شرح زیر است:

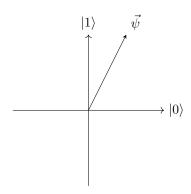
$$\begin{cases} |\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \\ \alpha^2 + \beta^2 = 1 \end{cases}$$

Qubit\

Bit Binary 7

کتها $|0\rangle$ و $|1\rangle$ بیانگر پایههای فضای محاسباتی هستند؛ و مقادیر $|\alpha|$ و $|\alpha|$ بیانگر احتمال وقوع هر یک از این حالات، در صورت مشاهده، میباشند.

نمایش بردار ψ به شرح زیر است:



در بسیاری از مواقع برای سهولت در محاسبات، عملگرها و حالات کوانتومی به کمک ماتریسها نمایش داده می شوند. فرم ماتریسی هر یک از حالات ذکر شده در بالا به شرح زیر است:

$$|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad |0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{1.1}$$

برای تعریف کیوبیت ها، راه های زیادی وجود دارد، حالات قطبش فوتون،اسپین الکترون،یا سطوح انرژی اتم،هریک میتوانند تعیین کنندهی بردارهای فضای کیوبیت باشند.

ba-fourier - basis computayional - vector bloch 7. sis

۳.۱ گیتهای کوانتومی

گیتهای کوانتومی^۴ یکی از اولین و ههمترین اجزای مدارهای کوانتومی میباشند. این گیتها عملگرهایی با قابلیت اثرگذاری روی کیوبیتها میباشند. با اعمال یک گیت کوانتومی بر روی یک یا چند کیوبیت،

Computational Basis Vectors^{*}

Quantum Gates^{*}

می توان تغییرات مدنظر خود را روی کیوبیت اعمال کرد. با کمک این گیتها می توان باعث برهم نهی کوانتومی یا رمزگذاری داده در داخل یک یا چند کیوبیت شد.

۱۰۳۰۱ انواع گیت کوانتومی

گیتهای کوانتومی، دارای انواع مختلف گوناگونی میباشند. به طور کلی گیتهای کوانتومی، عملگرهایی یکه و بازگشتپذیر میباشند.

گیت هادامارد

مهمترین گیت کوانتومی،گیت هادامارد است. با اعمال اثر این گیت روی یک کیوبیت، آن کیوبیت بهیک حالت برهم نهی کوانتومی گذار میکند. به عبارت دیگر هر یک از زیرحالات این حالت برهم نهی، با احتمال یکسانی قابل رخ دادن هستند.

$$H\left|0\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\left|0\right\rangle + \left|1\right\rangle) \qquad \qquad H\left|1\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\left|0\right\rangle - \left|1\right\rangle)$$

این گیت کوانتومی به صورت خطی روی یک دسته کت اثر میکند. نمایش ماتریسی این گیتکوانتومی به شرح زیر است:

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1\\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$H|0\rangle = lrac{1}{\sqrt{2}} egin{pmatrix} 1 & 1 \ 1 & -1 \end{pmatrix} egin{pmatrix} 1 \ 0 \end{pmatrix} \ = rac{1}{\sqrt{2}} egin{pmatrix} 1 \ 1 \end{pmatrix} \ = rac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |1
angle)$$

Hadamard gate⁵

$$H|1\rangle = l\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1&1\\1&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} \ = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix} \ = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$$

این گیت کوانتومی، یک گیت بازگشتپذیر است؛ یعنی اگر این گیت روی یک حالت کوانتومی اثر کند؛ می تواند آن را از حالت برهمنهی خارج کند.

برای اعمال این گیت کوانتومی، فقط به یک کیوبیت نیاز داریم. به اصطلاح این گیت،یک -Single برای اعمال این گیت،یک -Qubit Quantum gate

نمایش این گیتکوانتومی در مدار با علامت زیر است:
$$H$$

گیت CNOT

NOT گیت کوانتومی 9 CNOT، به عنوان گیت منطقی، یاد می شود. این گیت کوانتومی معادل گیت کلاسیک می باشد. به طور معمول، برای اعمال اثر این گیت کوانتومی نیاز به دو کیوبیت داریم. این گیت کوانتومی فقط و فقط در مواقعی که «کیوبیت کنترل V » دارای مقدار $|1\rangle$ باشد، باعث تغییر وضعیت «کیوبیت هدف A » می شود.

كيوبيت كنترل: كيوبيت هدف:

خلاصهای از عملکرد این تابع به شرح زیر است:

ببین چرا از این نماد به جای تنسور پراداکت استفاده شده

A	$\mathrm{B}\rangle$		A	$\mathrm{B}\oplus\mathrm{A}\;\rangle$	
$ \text{control}\rangle$	$ {\rm target}\rangle$	Effect CNOT Gate	$ \text{control}\rangle$	$ {\rm target}\rangle$	
<u>_</u>					
$ 0\rangle$	$ 0\rangle$	\Longrightarrow	$ 0\rangle$	$ 0\rangle$	
$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	\Longrightarrow	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	
$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	\Longrightarrow	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	
$ 1\rangle$	$ 1\rangle$	\Longrightarrow	$ 1\rangle$	$ 1\rangle$	
		، شكل زير است:	ت کوانتومی به	ایش ماتریسی این گی	نم

gate controlled-X or gate controlled-NOT9

Qubit Controled^v

Qubit Target^A

.۳. گیتهای کوانتومی

اینا باید اصلاح بشه

$$CNOT = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{CNOT} |1\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = |1\rangle$$

$$\text{CNOT} |11\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = |10\rangle$$

نمایش در داخل مدار:



از این گیت کوانتومی، برای بسیاری مدارها و شبیهسازیهای کوانتومی، از جمله تلپورت، درهمتنیدگی و ...، استفاده میشود.

گیت توفولی

گیت کوانتومی توفولی، یک نوع خاص از گیت CNOT است. سازوکار این گیت مشابه گیت CNOT میباشد؛ با این تفاوت که با در نظر گرفتن وضعیت دو کیوبیت کنترل شده، وضعیت کیوبیت سوم را

تغییر میدهد. خلاصه ای از عملکرد این گیت کوانتومی به شرح زیراست:

به بیان دیگر اگر دو کیوبیت کنترل شده، مقدار یک داشته باشند؛ کیوبیت هدف مقدارش تغییر میکند. فرم ماتریسی این عملگر به شکل زیر است:

این گیت کوانتومی در مدار کوانتومی به شکل زیر نشان داده می شود:

گیت تغییر فاز

گیت تغییر فاز^۹، یکی از گیت های مهم کوانتومی میباشد. این گیت با ضرب کردن یک عدد ثابت در فاز یک کیوبیت، باعث تغییر فاز کیوبیت می شود. این گیت کوانتومی در بسیاری از الگوریتمهای سرچ کوانتومی به کار می رود. این گیت بدین صورت تعریف می شود:

فرم ماتریسی این گیت به شرح زیر است:

این گیت کوانتومی در مدار کوانتومی به شکل زیر نشان داده میشود:

گیت دوران

gate Swap 7.7.1

۴.۱ مدارهای کوانتومی

مدارهای کوانتومی^{۱۱}، یک دسته از گیت های کوانتومی،که با یک توالی بخصوص قرار گرفته اند، میباشند. این کیوبیت ها، با توالی یاد شده، روی یک یا چند دسته کیوبیت، اثر داده میشوند.

مدارهای کوانتومی، یکی از اولین مفهومهای بکاررفته برای تعریف کامپیوترهای کوانتومی میباشند. برای تعریف و شبیهسازی هریک از پدیدهها و الگوریتمهای کوانتومی، نیاز به یک مدار بهخصوص داریم.

gate shift Phase

gate Rotation\.

eireuit quantum''

۴.۱. مدارهای کوانتومی

شباهت ها و تفاوت های مدارهای کلاسیک و کوانتومی

gates quantum use they but circuits, classical to similar are circuits Quantum that operations reversible are gates Quantum gates. logic classical of instead qubit. a of state quantum the manipulate to used be can

circuits quantum between differences and similarities some are here Sure.

circuits: classical and

Similarities:

op- of sequence a of composed are circuits classical and quantum Both * represented be can circuits Both * data. of set a to applied are that erations implement to used be can circuits Both * notation. similar a using graphically algorithms.

Differences:

unit basic their as bits, quantum are which qubits, use circuits Quantum * of unit basic their as bits, classical are which bits, use circuits Classical data. of operations, reversible are which gates, quantum use circuits Quantum * data. irre- are which gates, logic use circuits Classical operations, basic their as exploit can circuits Quantum * operations, basic their as operations, versible entangle- and superposition as such mechanics, quantum of properties the computers, classical for impossible are that tasks perform to ment,

between differences and similarities the summarizes that table a is Here eircuits: classical and circuits quantum

data of unit Basic | |--|--| | Circuit Classical | Circuit Quantum | Feature | | Reversibility | | gates Logic | gates Quantum | operations Basic | | Bit | Qubit | | Possible | | No | Yes | mechanics quantum Exploits | | Irreversible | Reversible quantum simulating databases, unsorted searching integers, Factoring | tasks | operations logical calculating, Sorting, | systems

questions. other any have you if know me Let helps! this hope I

اجزای مدارهای کوانتومی و سایز آن

They qubits on performed are that actions the are Operations Operations: actions other or initializations measurements be can

The circuit the in gates of number the is circuit quantum a of size The of size the of terms in measured often is algorithm quantum a of complexity it. implement to required is that circuit quantum the

Qubits

can They computing. quantum in information of unit basic the are Qubits be can qubit a that means This . \(\) and \(\) states, two of superposition a in be superposi- quantum called property a is which time, same the at \(\) and \(\) both is qubit one of state the that means which entangled, be also can Qubits tion. qubit, another of state the on dependent

Gates

create to used be can They qubits. to applied are that operations are Gates dif- many are There qubits. entangle and rotations, perform superpositions, Hadamard the include ones common most the of some but gates, of types ferent gate. Toffoli the and gate, CNOT the gate,

Operations

mea - be can They qubits. on performed are that actions the are Operations collapse to used are Measurements actions. other or initializations, surements, used are Initializations. Nor · value, definite a into qubit a of state quantum the

Circuits Quantum

the to similar is that notation graphical a using written are circuits Quantum quan- a of axis horizontal The computing. classical in used diagrams circuit The qubits. the represents axis vertical the and time, represents circuit tum the represent boxes the between lines the and boxes, by represented are gates qubits, the between connections

Conclusion

oper- and gates, qubits, are circuit quantum a of components basic The

are which algorithms, quantum create to used are components These ations. cir-Quantum computer. quantum a on performed be only can that algorithms potential the have they and computation, quantum for tool powerful a are cuits and chemistry, cryptography, including fields, different many revolutionize to learning. machine

۱.۴.۱ نحوهی نمایش مدارهای کوانتومی

the to similar is that notation graphical a using written are circuits Quantum quan- a of axis horizontal The computing. classical in used diagrams circuit The qubits. the represents axis vertical the and time, represents circuit tum the represent boxes the between lines the and boxes, by represented are gates qubits, the between connections

can They computation. quantum for tool powerful a are circuits Quantum
Shor's including algorithms, quantum of variety wide a implement to used be
unsorted searching for algorithm Grover's and integers factoring for algorithm
databases.

فصل ۲

برنامهنويسي كوانتومي

- ۱.۲ تفاوت کامپیوتر کلاسیک و کوانتومی
- Qiskit and computer Quantum IBM 7.7

فصل ۳

الگوريتمهاي كوانتومي

چه گونهای از مسائل محاسباتی قابل اجرا با مدارهای کوانتومی میباشند؟ تفاوت و برتری مدارهای کوانتومی نسبت به مدارهای کلاسیک چیست؟ آیا میتوان یک حوزه ی خاص را تعیین کرد؛ به گونهای که عملکرد کامییوترهای کوانتومی نسبت به کامییوترهای کلاسیک مزیت داشته باشند؟

در این بخش میخواهیم به طور خلاصه این سوالات را پاسخ دهیم و توضیح دهیم چگونه میتوان از کامییوترهای کوانتومی به شکلی سودمند استفاده کنیم.

۱.۲ موازی سازی کوانتومی

موازی سازی کوانتومی $^{\prime}$ ، پایه و اساس بسیاری از الگوریتم های کوانتومی است. با گذار یک حالت کوانتومی به حالت بر همنهی کوانتومی، در حین محاسبات کوانتومی یک تابع نظیر f(x)، می تواند مقادیر مختلف x را به طور همزمان بررسی کند. این در حالیست که در محاسبات کلاسیک به دلیل ماهیت بیتهای اطلاعات، تابع f(x) فقط می تواند یکی از مقادیر مجاز برای x را بررسی کند.

فرض کنید تابع f ،یک تابع تک_کیوبیت، به صورت زیر تعریف شده است:

$$f(x): \{0,1\} \to \{0,1\}$$

روش مناسب برای محاسبه این تابع در یک کامپیوتر کوانتومی، با در نظر گرفتن دو کیوبیت که در حالت $|x,y\rangle$ شود. با یک توالی مناسب از گیت های منطقی می توان این حالت را به

parallelism Quantum\

میباشد. $|f(x) \oplus x,y\rangle$ تبدیل کرد که در آن $(f(x) \oplus x,y)$

هریک از دسته های کیوبیت، **رجیستر کوانتومی** نامیده می شوند. اولین رجیستر، «رجیستر داده» و دومین رجیستر «رجیستر هدف» نامیده می شود.

ازین پس در این بخش به عامل گذار $\langle U_f(x) \rangle \to |x,y\rangle \to |x,y\rangle$ ، عنوان «تابع U_f » را اطلاق خواهیم کرد. لازم به ذکرست که این تبدیل، یک تبدیل یکه به شمار می آید. "

اگر و $\mathbf{y}=0$ آنگاه مقدار دومین کیوبیت بعد از اعمال تابع U_f برابر با مقدار دومین کیوبیت بعد از اعمال تابع

$$\frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}} - x \qquad x -$$

$$U_f \qquad |\psi\rangle$$

$$|0\rangle - y \quad y \oplus f(x) -$$

شکل ۱.۳: مدار کوانتومی برای ارزیابی f(0) و f(1) به طور همزمان. Uf مدار کوانتومی است که ورودی هایی مانند $|x,y\rangle \to |x,y \oplus f(x)\rangle$ از به $|x,y\rangle \to |x$

در شکل بالا مقادیر ورودی داده شده به تابع U_f در پایههای محاسباتی قرار ندارند. رجیستر داده در حالت برهمنهی قرار دارد. این حالت برهمنهی را میتوان با اعمال گیت هادامارد بر حالت کوانتومی $|0\rangle$

cryptography, including mathematics, of areas different many in operation useful a is Y Modulo checking when example, for life, everyday in used also is It theory. number and science, computer odd, or even is number a whether

:Y modulo of examples other some are Here

 $1 = 1 \mod 4$ = $1 \mod 7$ = $1 \mod 7$ = $1 \mod 7$ = $1 \mod 7$ $1 \mod 7$ اثبات این مطلب از حوصلهی بحث خارج است.

ex- For . Y by division a of remainder the returns that operation mathematical a is Y Modulo . N of remainder a and Y of quotient a has Y by divided Δ because Λ is Y mod Δ ample.

would " \P $\$ Δ " expression the So. $\$ modulo addition indicate to used often is $\$ $\$ symbol The follows: as evaluated be

a and $\mathfrak F$ of quotient a has Υ by divided Λ because is This $\cdot = \Upsilon \mod \Lambda = \Upsilon \mod (\Upsilon + \Delta) = \Upsilon \$ $\cdot \cdot$ of remainder

ایجاد کرد. پس از ایجاد این حالت، تابع U_f را به حالت جدید اعمال میکنیم:

$$\frac{|0,f(0)\rangle+|1,f(1)\rangle}{\sqrt{2}}$$

این یک حالت استثنایی است! جملات مختلف کسر بالا حاوی اطلاعاتی در مورد $f(\cdot)$ و $f(\cdot)$ میباشند؛ به نحوی که انگار f(x) را برای دو مقدار f(x) به طور همزمان ارزیابی کرده ایم، این ویژگی به "موازی سازی کوانتومی" موسوم میباشد. بر خلاف موازی سازی کلاسیک، که در آن هر یک مدارهای متعددی دارند ساخته شده برای محاسبه f(x) به طور همزمان اجرا می شوند، در اینجا برای ارزیابی تابع برای چندین مقدار f(x) به طور همزمان، یک مدار f(x) (با قابلیت برهمنهی کوانتومی) استفاده می شود. این فرآیند را می توان به راحتی با استفاده از یک عمل کلی به نام تبدیل هادامارد، به توابعی با تعداد

این فرایند را می توان به راحتی با استفاده از یک عمل کلی به نام تبدیل هادامارد، به توابعی با تعداد بیت دلخواه تعمیم داد. این عمل فقط تعداد n گیت هادامارد است که به طور موازی روی n کوبیت عمل می کنند.

برای مثال در شکل زیر؛ دو کیوبیت در حالت $\langle 0 |$ آماده شدهاند. پس از اعمال گیتهای هادامارد بر روی این رجیستر به خروجی زیر خواهیم رسید:

$$\left(\frac{|0\rangle+|1\rangle}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{|0\rangle+|1\rangle}{\sqrt{2}}\right) = \frac{|00\rangle+|01\rangle+|10\rangle+|11\rangle}{\sqrt{2}}$$

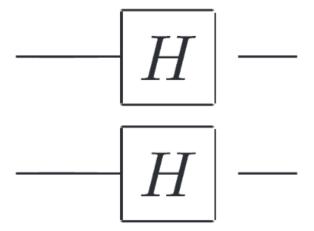
از نماد $2\otimes H$ به عنوان نشانهی عملکرد موازی دو گیت هادامارد استفاده میکنیم؛از علامت \otimes به عنوان تانسور یاد میکنیم. به طور کلی نتایج اعمال موازی گیت هادامارد روی n کیوبیت روی حالت کوانتومی برابرست با:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{x} |x\rangle$$

در اینجا، \subseteq نشان دهنده جمع بر روی همه مقادیر ممکن x است، و ماx را برای نشان دادن این عمل می نویسیم. اعمال تبدیل هادامارد روی یک بهمنهی کوانتومی برابر از همه حالت های محاسباتی تولید می کند؛ و با استفاده از فقط x گیت، یک برهمنهی از x حالت تولید می کند.

f(x) تبدیل هادامارد $2 \otimes H$ روی دو بیت کوانتومی پیاده می شود. ارزیابی موازی کوانتومی یک تابع (x) با ورودی (x) بیتی (x) بیتی (x) به روش زیر قابل پیاده سازی می باشد:

ا. ابتدا حالت n+1 کیوبیت $|0
angle^{\otimes n}|0
angle$ را آماده کنید،



شكل ۲.۳: اعمال تبديل هادامارد $\mathrm{H}\otimes n$ روى دو كيوبيت

۲. سپس تبدیل هادامارد را به n کیوبیت اول و به دنبال آن مدار کوانتومی اعمال کنید.

۳. اعمال تابع U_f به کیوبیتهایی که در حالت برهمنهی قرار دارند.

درنهایت حالت زیر تولید میشود:

(x) $\sqrt{n} x |x|$

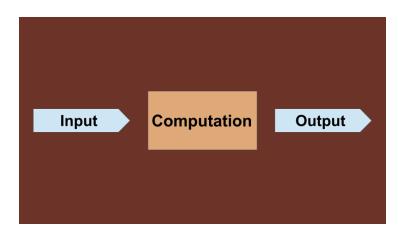
$$\frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_{x} |x\rangle |f(x)\rangle$$

 $\sum_{x} |x, f(x)\rangle$

۲.۳ مدل کوئری

۱.۱.۳ مدل محاسباتی استاندارد

پیش از بررسی مدل کوئری، مدل ساده و استاندارد محاسباتی را بررسی میکنیم. به تصویر زیر دقت کنید:



شکل ۳.۳: یک واحد محاسباتی که مقادیری را به عنوان ورودی گرفته، پردازش کرده و سپس مقدار/مقادیر خروجی را ارائه کرده است.

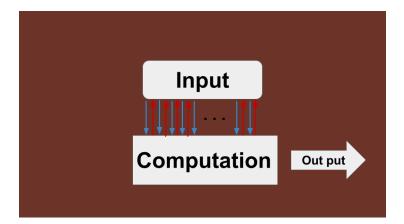
در تصویر بالا یک نمود ساده از کامپیوترهای امروزی ارائه شده است. در دنیای واقعی مقدار ورودی میتواند از هر منبعی تأمین شده باشد. با این وجود هدف ما بررسی منابع تولید ورودی نیست؛ بلکه هدف بررسی مقادیر ورودی (به صورت ایزوله) میباشد. میتوان درنظر گرفت که ورودی داده شده و خروجی نهایی، هر دو در قالب یک رشته از اعداد باینری، ماتریس و یا هرقالب مدنظر کاربر باشند.

مهمترین نکته درباره ی این واحد محاسباتی، در دسترس بودن کل مقادیر ورودی برای واحد پردازش است. به عبارت دیگر واحد پردازش میتواند تمامی مقادیر ورودی را دریافت کرده و تشخیص دهد.

۲.۳ مدل کوئری

در مدل کوئری، دادههای ورودی توسط یک تابع تولید می شوند. واحد محاسباتی دسترسی به تابع تولیدورودی دارد و می تواند برای دریافت دادههای جدید، از تابع یاد شده، در خواست کند.

در این مدل واحد محاسباتی دیگر داده ها را در قالب رشته ای از اطلاعات دردسترس ندارد؛ بلکه میتواند آن ها را از بخش input دریافت کند. در گاهی از مواقع به سیستم mput یا جعبه یا سیاه میگویند. تابع Oracle یا جعبه ی سیاه یک سیستم است که ما به عنوان ناظر به سازو کار داخلی آن و تمامی اطلاعات آن دسترسی نداریم و فقط میتوانیم مقادیر مجاز را به آن داده و مقادیر خروجی را



شکل ۴.۳: شکل بالا نمود مدل محاسباتی کوئری است. واحد محاسباتی برای دریافت دادههای جدید نیاز به درخواست از تابع input دارد. خطوط قرمز و روبهبالا نشان از درخواست واحد محاسباتی و خطوط آبی روبهپایین نشان از پاسخ واحد inputمیباشد.

دريافت كنيم.

تابع oracle به صورت زیر تعریف می شود:

$$\begin{cases} f: \sum^{n} = \sum^{m} \\ Which: m, n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

ما در این نظریه کوئری ها را می شماریم و وضعیت آن ها را بررسی میکنیم.

۳.۳ معرفي و پیاده سازي الگوریتم دوچ

۱.۳.۳ مسئلهي دوچ

الگوریتم Deutsch اولین و ساده ترین الگوریتم کوانتومی است. این الگوریتم برای اولین بار در سال ۱۹۸۵ در مقاله ای مطرح شد؛ که توسط دیوید دوچ 4 نوشته شده بود. این الگوریتم نقطه ی شروعی برای اثبات برتری کامپیوترهای کوانتومی نسبت به کامپوترهای کلاسیک است.

مسئلهی Deutsch یکی از سادهترین مفاهیم ممکن را مطرح میکند. اگر یک تابع به فرم زیر تعریف شود:

Deutsch David*

$$f: \sum \rightarrow \sum$$

هدف بررسی ثابت بودن یا متعادل ودن تابع f است. به طور کلی، درساده ترین حالت، می توان چهار وضعیت را برای تابع $f:\sum \to \sum$ درنظر گرفت:

a	$f_1(a)$	a	$f_2(a)$	a	$f_3(a)$	$a \mid$	$f_4(a)$
0	0	0	0	$\overline{0}$	1	$\overline{0}$	1
1	0	1	1	1	0	1	1

شکل ۵.۳:

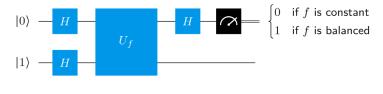
در شكل بالا توابع f f ، f f توابع ثابت و توابع f f و f f توابع متعادل هستند.

مسئلهی دوچ							
ورودى	$f: \sum o \sum$						
خروجي	صفر اگر تابع ثابت بود؛ یک اگر تابع متعادل بود.						

در الگوریتمهای کلاسیک برای حل این مسئله، حداقل دو حالت باید بررسی شود.

۲.۳.۳ الگوريتم دوچ

حال به بررسی الگوریتم دوچ میپردازیم. الگوریتمی که مسئلهی دوچ را با یک مدار کوانتومی حل میکند:



شکل ۶.۳:

balanse. or Constante^a

first The states. of superposition a in qubits two preparing first by works algorithm Deutsch The second The $.\$\t$ and $\$\t$ of superposition equal the is which $.\$\t$ state the in prepared is qubit opposite with $\$\t$ and $\$\t$ states the of superposition a is which $\$\\t state the in prepared is qubit phases.

and gate Hadamard a includes that circuit quantum a through passed then are qubits two The CNOT the and $\mathbb{S} \setminus |+\mathbb{S} \cdot |$ superposition the into $\mathbb{S} + |$ transforms gate Hadamard The gate. CNOT a qubit. second the to qubit first the of state the copies gate

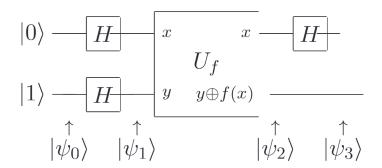
is qubit first the If measured. are qubits two the executed, been has circuit quantum the After to orthogonal is ISI state the because is This constant. is f function the then iSI be to measured interfere. destructively will states two the between interference the so iSI state the

the because is This balanced. is f function the then IN be to measured is qubit first the If constructively will states two the between interference the so IN state the to parallel is INS state interfere.

solve to used be can interference quantum how of example simple a is algorithm Deutsch The distinguish can algorithm Deutsch the case, this In classically, solve to difficult is that problem a need would computer classical a while step, single a in functions balanced and constant between steps, of number exponential an take to

⁹ما در واقع یک نسخه ساده شده و بهبود یافته از الگوریتم اصلی را ارائه می دهیم.

algorithm Deutsch the in used is Interference: algorithm deutsch in using is interference how that function a is function constant A functions. balanced and constant between distinguish to that function a is function balanced A input. its of regardless value, same the returns always half, other the for \ and inputs its of half for \ returns



شكل ٧٠٣: پيادهسازي مداركوانتومي الگوريتم دوچ

حالت ورودي:

$$|\psi_0\rangle = |01\rangle$$

سیستم دو کیوبیتی تشکیل شده، پس از اعمال اثر دو گیت هادامارد میدهد:

$$|\psi_1\rangle = \left[\frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}\right] \left[\frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}\right]$$

با کمی تأمل می توان دریافت که اگر Uf را به حالت $\|x\S(|\cdot\S| - |x\S(|\cdot\S|))$ اعمال کنیم، سپس به حالت با کمی تأمل می توان دریافت که اگر $\|x\S(|\cdot\S| - |x\S(|\cdot\S| - |x\S(|\cdot\S|)))\|$ می رسیم. بنابرین اعمال $\|x\S(|\cdot\S| - |x\S(|\cdot\S| - |x\S(|\cdot\S|))\|$ می کند:

$$|\psi_2\rangle = \begin{cases} \pm \left[\frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}\right] \left[\frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}\right] & \text{if } f(0) = f(1) \\ \pm \left[\frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}\right] \left[\frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}\right] & \text{if } f(0) \neq f(1) \end{cases}$$

با اعمال آخرین گیت هادامارد روی کیوبیت اول به حالت زیر خواهیم رسید:

$$|\psi_3\rangle = \begin{cases} \pm|0\rangle \left[\frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}\right] & \text{if } f(0) = f(1) \\ \pm|1\rangle \left[\frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}\right] & \text{if } f(0) \neq f(1) \end{cases}$$

با درنظر گرفتن شرایط زیر میتوان $|\psi_3
angle$ را به شکل زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{cases} f(0) = f(1) \implies & f(0) \oplus f(1) = 0 \\ f(0) \neq f(1) \implies & f(0) \oplus f(1) = 1 \end{cases}$$

از این رو:

$$|\psi_3\rangle = \pm |f(0) \oplus f(1)\rangle \left[\frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}\right]$$

بنابراین با اندازه گیری کیوبیت اول می توانیم $f(1) \oplus f(0) \oplus f(1)$ را تعیین کنیم. واقعاً جالب است! مدار کوانتومی به ما توانایی تعیین یک ویژگی جهانی از f(x)، یعنی $f(1) \oplus f(1) \oplus f(1)$ را داده است، با استفاده از تنها یک ارزیابی از f(x)!این سریعتر از آن چیزی است که با یک دستگاه کلاسیک امکانپذیر است، یک دستگاه کلاسیک حداقل به دو ارزیابی نیاز دارد. این مثال تفاوت بین موازیسازی کوانتومی و الگوریتمهای تصادفی کلاسیک حداقل به دو ارزیابی نیاز دارد. این مثال تفاوت بین موازیسازی کوانتومی و الگوریتمهای تصادفی کلاسیک را برجسته میکند. به سادگی، ممکن است تصور شود که حالت |f(1)| + |f(1)| + |f(1)| مطابقت نزدیکی با یک رایانه کلاسیک تصادفی دارد که هرکدام از حالات گزینه همیشه یکدیگر را حذف میکنند. در یک رایانه کوانتومی، امکان دارد که دو گزینه با یکدیگر تداخل داشته باشند تا برخی از خواص کلی تابع f را با استفاده از چیزی شبیه به گیت هادامارد برای بازترکیب گزینههای مختلف، مانند آنچه در الگوریتم دوچ انجام شد، به دست آورند. اساس طراحی بیازترکیب گزینههای کوانتومی این است که یک انتخاب هوشمندانه از تابع و تبدیل نهایی اجازه میدهد تا اطلاعات جهانی مفیدی در مورد تابع تعیین شود - اطلاعاتی که نمیتوان به سرعت در یک رایانه کلاسیک به دست آورد.

۴.۳ الگوريتم دوچ - جوزا

algorithm: quantum general more a of case simple a is algorithm Deutsch's known application. The algorithm. Deutsch–Jozsa the as to refer shall we which Ams- in Alice. game. following the as described be may problem. Deutsch's as in Bob. to letter a in it mails and \cdot \(\cdot \cdot \text{r} \text{ to } \cdot \text{from } \text{x} \text{ number a selects terdam.} \) which result. the with replies and (x) f function some calculates Bob Boston. of one of is which f function a use to promised has Bob Now. \(\cdot \text{ or } \cdot \text{ either is balanced.} \) is (x) f else or x. of values all for constant is (x) f either kinds! two half. other the for \(\cdot \text{ and } \text{ x. possible the all of half exactly for \(\cdot \text{ to equal is.} \) that constant a chosen has Bob whether certainty with determine to is goal Alice's fast How possible. as little as him with corresponding function. balanced a or succeed? she can

الگوریتم دوچ توضیح ساده از یک الگوریتم کوانتومی عمومی تر است که به عنوان الگوریتم دوچ جوزا شناخته می شود. کاربرد این الگوریتم، که به عنوان مشکل دوچ شناخته می شود، به شرح زیر است: آلیس، در آمستردام، یک عدد x را از بازه $[0,2^n-1]$ انتخاب می کند و آن را در یک نامه به باب، در بوستون، می فرستد. باب یک تابع f(x) را محاسبه می کند و نتیجه را که x یا ۱ است، ارسال می کند. اکنون، باب قول داده است که از یک مدل تابع استفاده خواهد کرد؛ این تابع یا x که برای همه مقادیر x ثابت است، یا x ممکن برابر با ۱ ست، یعنی حاصل آن برای دقیقاً نیمی از همه های x ممکن برابر با ۱ است و برای نیمی دیگر برابر با ۱ است.

هدف آلیس این است که با اطمینان و بکار بستن کمترین گامهای ممکن تعیین کند که باب یک تابع ثابت یا متعادل را انتخاب کرده است. او چگونه میتواند به سرعت موفق شود؟

در حالت کلاسیک، آلیس ممکن است فقط یک مقدار x را در هر نامه به باب ارسال کند. در بدترین حالت، الی باید حداقل $1+\frac{2^n}{2}$ بار از باب سوال کند، زیرا ممکن است قبل از دریافت یک، $\frac{2^n}{2}$ مرتبه پاسخ 0 را دریافت کند. آلیس باید یک را دریافت کند؛ تا بتواند به او بگوید که تابع باب متعادل است.

یعنی در بهترین الگوریتم کلاسیک که می تواند استفاده کند بنابراین به $1+\frac{2^n}{2}$ پرسش نیاز دارد. توجه داشته باشید که در هر نامه، آلیس n بیت اطلاعات را به باب ارسال می کند. علاوه بر این، در این مثال، فاصله فیزیکی باب و آلیس و به تبع آن افزایش هزینه محاسبه f(x) و دشواریهای احتمالی اجرای تابع f(x) درنظر گرفته نشده است.

اگر باب و آلیس بتوانند کوبیت ها را به جای بیت های کلاسیک مبادله کنند، و اگر باب موافقت کند f(x) را با استفاده از تبدیل یکهی U_f محاسبه کند، سپس آلیس می تواند هدف خود را در یک مکاتبه با باب و با استفاده از الگوریتم زیر به دست آورد.

با توجه به الگوریتم دوچ، آلیس یک رجیستر n کوبیتی را برای ذخیره پرس و جو خود آماده می کند و یک رجیستر کوبیت واحد را که به باب می دهد تا پاسخ را در آن ذخیره کند. او هر دو رجیستر پرس و جو و پاسخ خود را در یک حالت برهمنهی آماده می کند. باب f(x) را با استفاده از موازی سازی کوانتومی ارزیابی می کند و نتیجه را به آلیس برمی گرداند. آلیس سپس با استفاده از اعمال تبدیل هادامارد روی رجیستر پرس و جو(n-2یوبیتی)، حالات برهمنهی تداخل می دهد و با انجام یک اندازه گیری مناسب، تعیین می کند که آیا f(x)

 reg- answer the and values, all of superposition a now is register query The is f function the Next, . \(\) and \(\) of superposition weighted evenly an in is ister now Alice (\(\frac{\tau} \lambda, \lambda) \) giving (x) \(\frac{\tau} \), f \(\frac{\tau} \) y \(\frac{\tau} \) y \(\frac{\tau} \) | x\(\); Uf using Bob) (by evaluated stored is evaluation function Bob's of result the which in qubits of set a has terms interferes now She state, superposition qubit the of amplitude the in To register, query the on transform Hadamard a using position super- the in the calculate first to helps it transform Hadamard the of result the determine \(\ = x \) cases the checking By \(|x\subseteq \), state a on transform Hadamard the of effect \(|z\subseteq \frac{\tau} \cdot \cdot \). \((-1)\) xz \(z \subseteq = \text{Hlx} \subseteq \text{qubit single a for that see we separately } \) = x and equa- useful very the in succinctly more summarized be can This (\(\frac{\tau} \cdot \). \(\frac{\tau} \) Thus Using \(\frac{\tau} \) modulo \(z\), and x of product inner bitwise the is z \(\cdot \) where tion (\(\lambda \cdot \cdot \) observes now Alice \(\subseteq \frac{\tau} \subseteq \(\frac{\tau} \subseteq \) evaluate now can we (\(\frac{\tau} \cdot \). \(\)) and equation this \(x(-1) \) f \(\subseteq \) is \(|\subseteq \subseteq \subseteq \) and the for amplitude the that Note register, query the \((x)/\frac{\tau} \).

رجیستر پرس و جو اکنون یک برهمنهی از همه مقادیر ممکن بهشمار میآید؛ درحالی که رجیستر پاسخ در یک برهمنهی به طور مساوی وزن شده از ۰ و ۱ محسوب می شود^.

در مرحله بعد، تابع f توسط باب و به شکل [x] [x]

آلیس اکنون یک مجموعه کوبیت دارد که در آن نتیجه اعمال تابع باب در دامنه کوبیت حالت برهمنهی ذخیره می شود. او اکنون با استفاده از تبدیل هادامارد روی رجیستر پرس و جو، عبارات را در حالت برهمنهی کوانتومی تداخل می کند.

برای تعیین نتیجه تبدیل هادامارد، بهترست ابتدا اثر تبدیل هادامارد را روی یک حالت x = |x| محاسبه کنیم. با بررسی موارد x = x = 0 به صورت جداگانه می بینیم که برای یک کوبیت واحد x = x = 0 کنیم. با بررسی موارد x = 0 به صورت جداگانه می بینیم که برای یک کوبیت واحد x = 0 کنیم. با بررسی موارد x = 0 به صورت جداگانه می بینیم که برای یک کوبیت واحد x = 0 به صورت جداگانه می بینیم که برای یک کوبیت واحد x = 0 به صورت جداگانه می بینیم که برای یک کوبیت واحد x = 0 به صورت جداگانه می بینیم که برای یک حالت x = 0 به صورت جداگانه می بینیم که برای یک حالت x = 0 به صورت جداگانه می بینیم که برای یک حالت x = 0 به صورت جداگانه می بینیم که برای یک حالت x = 0 به صورت جداگانه می بینیم که برای یک حالت x = 0 به صورت جداگانه می بینیم که برای یک کوبیت واحد x = 0 به صورت جداگانه می بینیم که برای یک کوبیت واحد x = 0 به صورت جداگانه می بینیم که برای یک کوبیت واحد x = 0 به صورت جداگانه می بینیم که برای یک کوبیت واحد x = 0 به صورت جداگانه می بینیم که برای یک کوبیت واحد x = 0 به صورت جداگانه می بینیم که برای یک کوبیت واحد x = 0 به صورت جداگانه می بینیم که برای یک کوبیت واحد x = 0 به صورت جداگانه می بینیم که برای یک کوبیت واحد x = 0 به صورت با برای بینیم که برای یک کوبیت واحد x = 0 به صورت با برای به صورت با برای بینیم کوبیت واحد x = 0 به صورت با برای با برای

این را می توان به طور خلاصه در معادله بسیار مفید زیر خلاصه کرد:

(4..1

.۲ modulo و z است، به z product inner bitwise $z \cdot x$ جایی که

با استفاده از این معادله و (۴۸.۱) اکنون می توانیم ۱۳۳ را ارزیابی کنیم:

میعنی احتمال رخدادن صفر و یک یکسان است.

۲٧

(41.1)

آلیس اکنون رجیستر پرس و جو را مشاهده می کند. توجه داشته باشید که دامنه برای حالت n (x)/y . (x)/y .

از استاد بیرس اشکاااااللللل

discern to – balanced f and constant f – cases possible two the at look Let's or V+ is V- n for amplitude the constant is f where case the In happens. What length unit of is V- Because takes. (x) f value constant the on depending V- will observation an and zero, be must amplitudes other the all that follows it and positive the then balanced is f If register. query the in qubits all for V- s yield amplitude an leaving cancel, V- n for amplitude the to contributions negative one least at on V- than other result a yield must measurement a and zero, of the then V- s all measures Alice if Summarizing, register, query the in qubit Deutsch-Jozsa The balanced, is function the otherwise constant; is function below, summarized is algorithm

بیایید به دو مورد ممکن - f ثابت و f متعادل - نگاه کنیم تا ببینیم چه اتفاقی می افتد.

در صورتی که f ثابت باشد، دامنه برای حالت f۱۰ برابر است با f۱۰ یا f۱۰ بسته به مقدار ثابت که میگیرد.

از آنجایی که ۱۳۳ طول واحد است، نتیجه میگیریم که تمام دامنههای دیگر باید صفر باشند، و یک مشاهده ۰ را برای همه کوبیتها در رجیستر برس و جو به همراه خواهد داشت.

اگر f متعادل باشد، سهم مثبت و منفی دامنه برای n اگر f خنثی می شود، و یک دامنه صفر باقی می ماند، و یک اندازه گیری باید نتیجه ای غیر از f را در حداقل یک کوبیت در رجیستر پرس و جو به همراه داشته باشد.

به طور خلاصه، اگر الی همه · را اندازه گیری کند، تابع ثابت است؛ در غیر این صورت تابع متعادل است.

الگوریتم Deutsch-Jozsa در زیر خلاصه شده است:

Hadamard using superposition create $[\forall \sqrt{s} \lor | - s \lor |] | x \le x = \sqrt{s} \lor - \forall n \lor \forall n \lor n$ \P . \P Uf using f function calculate $[Y \vee \P V | - \P \vee V | (x) | x = (-1)f x \ge \P$. \P gates computer quantum a that shown We've z output final obtain to measure z § compared f function the of ation evalu- one with problem Deutsch's solve can impres- appears This evaluations. \ \ + \for requirement classical the to is lem prob- Deutsch's First, caveats, important several are there but sive, Second, applications, known no has it problem; important especially an not an ways some in is algorithms quantum and classical between comparison the is function the evaluating for method the as comparison, oranges and apples probabilistic a use to allowed is Alice if Thirdacases, two the in different quite randomly few a for (x) f evaluate to Bob asking by then computer classical is f whether probability high with determine quickly very can she x chosen than realistic more perhaps is scenario probabilistic This balanced. or constant caveats, these Despite considering, been have we scenario deterministic the quan- impressive more for seeds the contains algorithm Deutsch-Jozsa the principles the understand to attempt to enlightening is it and algorithms, tum operation. its behind الگوريتم: Deutsch-Jozsa وروديها: (۱) يک جعبه سياه Uf که تبديل داده شده است که f (x) برای همه مقادیر x ثابت است یا f (x) متعادل است، یعنی برای دقیقاً نیمی از همه هایx ممکن برابر با ۱ و برای نیمی دیگر ۰ است. خروجی: ۰ اگر و فقط اگر f ثابت باشد. زمان اجرا: یک ارزیابی .Uf همیشه موفق می شود. روش:

 احتمالی استفاده کند، سپس با درخواست از باب برای ارزیابی f(x) برای چند f(x) به صورت تصادفی می تواند بسیار سریع تعیین کند با احتمال بالا اینکه f(x) ثابت یا متعادل است. این سناریو احتمالی است شاید واقع بینانه تر از سناریوی determinstic که ما در نظر گرفته ایم. علیرغم این ظرافت ها، الگوریتم واقع بینانه تر از سناریوی Deutsch-Jozsa حاوی بذرهای الگوریتم های کوانتومی بیشتر و چشمگیرتر است، و درک اصول پشت آن روشنگر است. عملکرد آن.

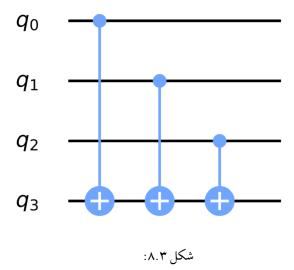
۵.۳ ساخت یک اوراکل کوانتومی

بیایید راه های مختلفی را ببینیم که می توانیم یک اوراکل کوانتومی ایجاد کنیم.

برای یک تابع ثابت، ساده است:

اگر f(x) = f(x)، گیت را به کیوبیت در ثبات ۲ اعمال کنید. اگر f(x) = f(x)، گیت را به کیوبیت در ثبات ۲ اعمال کنید.

برای عملکرد متعادل، مدارهای مختلفی وجود دارد که می توانیم ایجاد کنیم. یکی از راههایی که میتوانیم متوازن بودن مدار خود را تضمین کنیم، انجام یک CNOT برای هر کیوبیت در ثبات ۱، با کیوبیت موجود در ثبات ۲ به عنوان هدف است. مثلا:

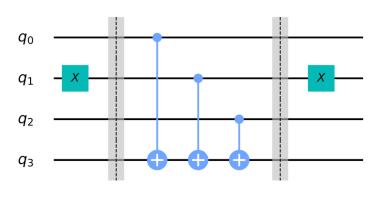


در تصویر بالا، سه کیوبیت بالا، رجیستر ورودی را تشکیل می دهند و کیوبیت پایین، ثبات خروجی است. در جدول زیر میتوانیم ببینیم کدام حالتهای ورودی کدام خروجی را میدهند: ما می توانیم نتایج

حالاتی ورودی که به خروجی صفر منجر میشوند	حالاتی ورودی که به خروجی صفر منجر میشوند
••1	• • •
1	•11
• 1 •	1 • 1
111	11.

table. simple a is This :۱.۳ جدول

را تغییر دهیم و در عین حال تعادل آنها را با قرار دادن کنترل های انتخاب شده در X-Gates حفظ کنیم. برای مثال، مدار و جدول نتایج آن را در زیر ببینید:



شکل ۹.۳:

حالاتی ورودی که به خروجی صفر منجر میشوند	حالاتی ورودی که به خروجی صفر منجر میشوند
• • •	••1
• 1 1	.1.
1 • 1	1
11.	111

table. simple a is This :۲.۳ جدول

simulation vs comp 9.7

فصل ۴

شبیهسازی پدیدههای کوانتومی

در این بخش قصد داریم به بررسی پروتکلهای ابتدایی در نظریهی اطلاعات کوانتومی بپردازیم. تمامی این پروتکلها به تعداد کمی کیوبیت نیاز دارند؛ و در آزمایشگاه به صورت تجربی پیادهسازی شدهاند.

states Bell 1.4

در اغلب موارد، سیستم از دو کیوبیت درهمتنیده تشکیل شدهاست. تابع حالت این سیستمها به شکل زیر تعریف می شوند:

$$|\psi_{00}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$$

برای آماده سازی این حالت کوانتومی، در حالت $\langle 0 |$ داریم. با اعمال یک گیت هدامارد روی یکی از کیوبیتها و سپس با کنترل آن با گیت CNOT، (به نحوی که کیوبیت دوم هدف قرارگیرد.) میتوان به یک حالت درهمتنیده رسید. میتوان این مراحل را به شکل زیر شرح داد:

$$|\psi_{00}\rangle = C_{10}H_1|00\rangle$$

$$|\psi_{xy}\rangle = C_{10}H_1|xy\rangle$$

از آنجایی که چهار حالت $|xy\rangle$ یک مجموعه متعامد هستند و گیتهای هادامارد و CNOT یکه هستند، چهار حالت درهم تنیده $|\psi_{xy}\rangle$ نیز یک مجموعه متعامد هستند، که به نام پایه Bell نامگذاری شدهاند. می توان رابطه ی بالا را یک حالت کلی تعمیم داد:

$$|\psi_{00}\rangle$$
 $|\psi_{00}\rangle$ $|\psi_{00}\rangle$

$$y = 3\sin x$$
:۲.۴ شکل

$$|\psi_{xy}\rangle = C10H1X_1^x X_0^y |00\rangle$$

درنظر داشته باشید که حالات بل قابل تبدیل به یکدیگرند؛ با کمک رابطه ی تعمیم یافته می توان از هر حالت بل به حالت $\langle 00 |$ رسید. توضیحات درباره ی تبدیلات بنویس این روابط به شکل های متعدد قابل بیان است که از حوصله ی بحث خارج است.

entanglement 7.4

coding dense super 7.5

ISS state the specify to needed is information of amount infinite an Although acquired has who somebody for way no is there Qbit, single a of $\mathbb{S}[N\mathbb{S}] + \alpha N\mathbb{S} = \mathbb{S}[N\mathbb{S}]$ If noted, often have we as is, state that what learn to Qbit the of possession apply is do can he all Bob, to it sends and $\mathbb{S}[N\mathbb{S}]$ state the in Qbit a prepares Alice the getting Qbit, the measure then and choice his of transformation unitary a ... or \cdot value

measure- further no and $\mathbb{S} \setminus \mathbb{N}$ or $\mathbb{S} \cdot \mathbb{I}$ either is Qbit the of state the that After can Alice most The $\mathbb{S} \cdot \mathbb{I}$ state original its about anything him teach can ment informa- of bit single a is Qbit single a him sending by Bob to communicate the in Qbits of pair entangled an of member one has Alice however. If. tion. suitably by then other, the has Bob and $(\mathbb{N} \cdot \mathbb{A} \cdot \mathbb{A})$ ($\mathbb{S} \cdot \mathbb{I} \cdot \mathbb{I} \cdot \mathbb{A}$) $\mathbb{S} \cdot \mathbb{I}$ of $\mathbb{S} \cdot \mathbb{I}$ state convey can she Bob, to it sending then and pair the of member her preparing information. of bits two him to

Qbit, her to ZX or Z, X, \cdot 1 transformation the applying first by this does She If . 1 1 or \cdot 1 \cdot \cdot 2 message the Bob send to wants she whether on depending into pair the of state the transform these (10.9) in left the on Qbit the is hers $+ \mathbb{S} \cdot \mathbb{S} \cdot \mathbb{N}$ $\times \mathbb{S} \cdot \mathbb{N}$ 1 a $\times \mathbb{S} \cdot \mathbb{S}$ 1 states Bell orthogonal mutually four the of one $\times \mathbb{S} \cdot \mathbb{$

Ha $(\$ \cdot | \$ \cdot | = \$ | \ \text{Va Cab Ha get to transform Hadamard a applies he then and}$ $(\$ \cdot | \$ \cdot | = \$ | \ \text{Xa Za Cab Ha} (\$ \cdot | \$ \cdot | = \$ | \ \text{Za Cab Ha} (\$ \cdot (\$ \cdot) \cdot | \$ \cdot | = \$ | \ \text{Xa Cab}$ the precisely – $(\$ \cdot) \cdot (\$ \cdot) \cdot (\$ \cdot)$ him gives then Qbits two the Measuring

Bell the transforming of process This send. to wished Alice message two-bit by $(\P.P)$ process the undoing i.e. – basis computational the into back basis then and – basis computational the from constructed was basis Bell the which demon- directly can One basis." Bell the in "measuring called is measuring the of any through going without diagrams, circuit with works this that strate $.(1 \land .P) - (1 \land .P)$ in analysis

transmit to wishes she y and x bits two the represents Alice that Suppose wires, two top (the Qbits two of |x||y| state computational-basis the as Bob to bottom (the |x||) state the in initially Qbits two has Bob If .((a) f. f Figure bits two the gets (a) f. f Figure in circuit the then .((a) f. f Figure in wires two |x||y|) |x| state the transforming way, classical straightforward a in Bob to

cou- Qbit-to-Qbit direct of means by left the on |x\$|y\$|x\$|y\$ to right the on on operations classical only involves procedure The gates. eNOT two via pling states. meaningful classically

her between interactions explicit by Bob to Alice from bits two the gets It this transform can One Cbits. for well equally work would It his. and Qbits expanding by protocol quantum exotic more the into procedure classical direct the of one expands first One gates. quantum of products into gates cNOT the Qbit control the on acting Z Because .(b) f. f Figure in HCZH into gates C expand further can we inverse own its is C because and C with commutes either on gates C and H the bring then can We .(c) f. f Figure to (b) f. f Figure get to right and left extreme the to CZ the of side

the into (d) $\mathfrak{F}.\mathfrak{P}$ Figure of left the on gates C two the expand also can We flip to is set either of action the since $(e)\mathfrak{F}.\mathfrak{P}$ Figure of left the on gates C three control two the of states computational-basis the if only and if Qbit target the Be- unaltered. Qbits control the of states the leaving while different, are Qbits the X_i of action the under invariant is $(\mathfrak{S} \mathfrak{N} + \mathfrak{T} \cdot \mathfrak{I})(\mathfrak{T} \cdot \mathfrak{I}) = H \mathfrak{I} \cdot \mathfrak{S}$ state the cause $(e)\mathfrak{F}.\mathfrak{P}$ Figure and identity, the as acts $(e)\mathfrak{F}.\mathfrak{P}$ Figure of left extreme the on C as action same the has $(f)\mathfrak{F}.\mathfrak{P}$ Figure that fact The $(f)\mathfrak{F}.\mathfrak{P}$ Figure to simplifies pair The protocol. dense-coding the of content the all contains $(a)\mathfrak{F}.\mathfrak{P}$ Figure produce to $\mathfrak{S} \cdot |\mathfrak{S} \cdot \mathfrak{I}|$ state the on acts $(f)\mathfrak{F}.\mathfrak{P}$ Figure of left the on $\mathfrak{S} \cdot \mathfrak{I}$ state of Bob to given is $\mathfrak{I} \cdot \mathfrak{I}$ Qbit pair, the of Qbit bottom The $\mathfrak{I} \cdot \mathfrak{I}$ State entangled the two upper the possesses also who Alice, to given is $\mathfrak{I} \cdot \mathfrak{I}$ Qbit one, upper the and $\mathfrak{I} \cdot \mathfrak{I}$ and $\mathfrak{I} \cdot \mathfrak{I}$ Qbits

 TELEPORT . F. F

information quantum of tricks many coding, dense Like transmit. to wished more or two on rely teleportation, next, examine we one the including theory, in stored carefully ago, time some prepared Qbits, entangled sharing people prepa- the While use, their for occasion an awaiting locations remote their to transmission their and photons) of form the (in Qbits entangled of ration entanglement-preserving, into them putting achieved, been has places distant challenge, difficult a remains storage long-term local,

Teleport 4.4

book isac فرض کنید آلیس یک کیوبیت در حالت زیر دارد:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

کارول ممکن است با اعمال یک عملگر یکه به یک کیوبیت در حالت استاندارد، کیوبیت را از حالت $\langle 0 |$ به حالت $\langle \psi |$ تبدیل کرده باشد. کارول بدون اعلام نوع عملگر یکه به آلیس، کیوبیت را برای او ارسال میکند. حال آلیس میخواهد بدون دسترسی داشتن به کیوبیت باب، تغییراتی را در کیوبیت او ایجاد کند؛ این تنها درصورتی ممکن است که کیوبیت باب و آلیس درهمتنیده باشند. هرچند آلیس و باب میتوانند از طریق راههای کلاسیک (نظیر تلفنی صحبت کردن و ...) با یکدیگر ارتباط برقرار کنند؛ ولی نمی توانند دسترسی مستقیم به کیوبیت یکدیگر داشته باشند.

 $|\phi\rangle=1/\sqrt{2}(|0\rangle|0\rangle+|1\rangle|1\rangle$ کیوبیت باب را می توان به حالت زیر تعریف کرد:

========== اکنون تکنیک های چند صفحه آخر را برای درک چیزی غیرمعمول به کار خواهیم برد. پیش پا افتاده، غافلگیر کننده و بسیار سرگرم کننده - دوربری کوانتومی! تله پورت کوانتومی یک است تکنیک حرکت حالات کوانتومی به اطراف، حتی در غیاب ارتباط کوانتومی کانال nications که فرستنده حالت کوانتومی را به گیرنده پیوند می دهد. در اینجا نحوه عملکرد دوربری کوانتومی آمده است. آلیس و باب مدت ها پیش با هم آشنا شدند اما اکنون زندگی می کنند دور از هم. در حالی که آنها با هم یک جفت EPR تولید کردند که هر کدام یک کیوبیت از EPR را می گرفتند وقتی از هم جدا شدند جفت شوند سالها بعد، باب مخفی است و ماموریت آلیس باید انجام شود او تصمیم می گیرد آن را بپذیرد، یعنی یک کیوبیت آیا به باب تحویل دهد. او وضعیت را نمی داند کیوبیت، و علاوه بر این فقط می تواند اطلاعات کلاسیک را برای باب ارسال کند. آیا آلیس باید قبول کند ماموریت؟ به طور شهودی، همه چیز برای آلیس بسیار بد به نظر می رسد. او وضعیت آیا آن را نمی داند کیوبیت او باید برای باب بفرستد و قوانین مکانیک کوانتومی او را از این کار باز می دارد تعیین وضعیت زمانی که باید برای باب بفرستد و قوانین مکانیک کوانتومی او را از این کار باز می دارد تعیین وضعیت زمانی که

او فقط یک نسخه از آگا در اختیار دارد. چه بدتر از آن، حتی اگر او حالت آگا را می دانست، توصیف دقیق آن به مقدار بی نهایت نیاز دارد. اطلاعات کلاسیک از آنجایی که آگا مقادیر را در یک فضای پیوسته می گیرد. بنابراین حتی اگر او انجام دهد بدانید ،آگا همیشه طول می کشد تا آلیس وضعیت را برای باب توصیف کند. نگاه نمی کند برای آلیس خوبه خوشبختانه برای آلیس، انتقال از راه دور کوانتومی راهی برای استفاده از آن است جفت EPR درهم به منظور ارسال آگا به باب، تنها با سربار کوچک کلاسیک ارتباط به طور کلی، مراحل حل به شرح زیر است: آلیس با کیوبیت آگا با نصف او از جفت ،FPR و سپس دو کیوبیت در اختیارش را اندازه گیری می کند و به دست می آورد یکی از چهار از جفار بیکی از چهار عمل خود را انجام می دهد نیمی از جفت .FPR به طرز شگفت انگیزی، با انجام این باب یکی از چهار عمل خود را انجام می دهد نیمی از جفت .FPR به طرز شگفت انگیزی، با انجام این کار او می تواند حالت اولیه را بازیابی کند !آگا مدار کوانتومی نشان داده شده در شکل ۱۳۰۱ توصیف دقیق تری از کوانتوم ارائه می دهد دوربری حالتی که باید از راه دور منتقل شود عبارت است آوگا = آو ۱۳ اگا اگا +آو ۱۳ اگا) ، (۱ و ۲۹ اگا + ۱۳ اگا) ، (۱ و ۲۹ اگا + ۱۳ اگا) ، (۱ و ۲۹ ا

که در آن از این قرارداد استفاده می کنیم که دو کیوبیت اول (در سمت چپ) متعلق به آلیس هستند و كيوبيت سوم به باب. همانطور كه قبلا توضيح داديم، كيوبيت دوم آليس و كيوبيت باب در حالت EPR شروع کنید. آلیس کیوبیت های خود را از طریق دروازه می فرستد و به دست می آورد ۱⊙۱ اا = ۱ ک $\sqrt{1}$ سیس اولین کیوبیت را از $(3.1)^2 + (3.1)^2 + (3.1)^2 + (3.1)^2$ سیس اولین کیوبیت را از + ١٠٠١) [١١٩] (١٠١١ + ١٠١١)] . (٣١.١) اين حالت را مي توان به روش زير بازنويسي كرد، (۱۰۱۶ + ۱۰۱۱ و ۱۰۱۶ - (۱۱۱۶ + ۱۱۱۱ و ۱۱۱۳) [(۱۰۱۶ . (۳۲.۱) این عبارت به طور طبیعی به چهار اصطلاح تقسیم می شود. عبارت اول دارای کیوبیت های آلیس است در حالت [۰۰] و کیوبیت باب در حالت ۱۰ اش + ۱۰ از - که حالت اصلی است. ۱۹۶۰ اگر آلیس یک اندازه گیری را انجام دهد و نتیجه ۰۰ را به دست آورد، سیستم باب این کار را انجام می دهد در حالت بودن . ۱۹ به طور مشابه، از عبارت قبلی می توانیم پست باب را بخوانیم حالت اندازه گیری، با توجه به نتیجه اندازه گیری آلیس: ۰۰ $(\texttt{TF.1}) \left[\begin{smallmatrix} \P \cdot & * \\ \end{smallmatrix} + \alpha \begin{smallmatrix} 1 \end{smallmatrix} \right] \begin{smallmatrix} \P \cdot & * \\ \end{smallmatrix} + \alpha \begin{smallmatrix} 1 \end{smallmatrix} \right] \begin{smallmatrix} \P \cdot & * \\ \end{smallmatrix} + \alpha \begin{smallmatrix} 1 \end{smallmatrix} \right] \begin{smallmatrix} \P \cdot & * \\ \end{smallmatrix} + \alpha \begin{smallmatrix} 1 \end{smallmatrix} \right] \begin{smallmatrix} \P \cdot & * \\ \end{smallmatrix} + \alpha \begin{smallmatrix} 1 \end{smallmatrix} \right] \begin{smallmatrix} \P \cdot & * \\ \end{smallmatrix} + \alpha \begin{smallmatrix} 1 \end{smallmatrix} \right] \begin{smallmatrix} \P \cdot & * \\ \end{smallmatrix} + \alpha \begin{smallmatrix} 1 \end{smallmatrix} \right] \begin{smallmatrix} \P \cdot & * \\ \end{smallmatrix}$. [\S | \S | α | \S | (٣٤.١) بسته به نتیجه اندازه گیری آلیس، کیوبیت باب به یکی از این موارد ختم می شود چهار حالت ممكن البته براي اينكه بدانيم در كدام حالت است بايد نتيجه را به باب گفت اندازه گيري آليس - بعداً نشان خواهیم داد که این واقعیت است که از دوربری جلوگیری می کند TELEPORT . F. F

رام برای انتقال اطلاعات سریعتر از نور استفاده می شود. وقتی باب این معنی را یاد گرفت در نتیجه، باب می تواند وضعیت خود را «تثبیت» کند، و با استفاده از روش مناسب $\[mathbb{T}\]$ بهبود یابد. دروازه کوانتومی به عنوان مثال، در موردی که اندازه گیری $\[mathbb{T}\]$ و را به دست می آورد، باب این کار را نمی کند نیاز به انجام هر کاری اگر اندازه گیری $\[mathbb{T}\]$ باشد، باب می تواند با اعمال کردن حالت خود را اصلاح کند دروازه $\[mathbb{T}\]$ اگر اندازه گیری $\[mathbb{T}\]$ باشد، باب می تواند وضعیت خود را با اعمال $\[mathbb{T}\]$ ثابت کند دروازه $\[mathbb{T}\]$ ایند ازه گیری $\[mathbb{T}\]$ باشد، باب می تواند وضعیت خود را با اعمال $\[mathbb{T}\]$ ثابت کند دروازه $\[mathbb{T}\]$ به طور خلاصه، باب باید تبدیل $\[mathbb{T}\]$ را اعمال کند (به چگونگی آن توجه کنید زمان در نمودارهای مداری از چپ به راست می رود، اما در سمت راست در محصولات ماتریسی می رود اول اتفاق می افتد) به کیوبیت او، و او حالت آیا را بازیابی می کند. بسیاری از ویژگی های جالب تله پورت وجود دارد که به برخی از آنها اشاره خواهیم کرد به بعد در کتاب. در حال حاضر به اظهار نظر در مورد وا سریعتر از آن ارسال کند سبک یاین امر نسبتاً عجیب و غریب خواهد بود، زیرا نظریه نسبیت نشان می دهد که سریعتر از آن ارسال کند سبک یاین امر نسبتاً عجیب و غریب خواهد بود، زیرا نظریه نسبیت نشان خوشبختانه، تلهپورت کوانتومی امکان ارتباط سریعتر از نور را فراهم نمیکند. زیرا برای تکمیل دوربری، خوشبختانه، تلهپورت کوانتومی امکان ارتباط سریعتر از نور را فراهم نمیکند. زیرا برای تکمیل دوربری، آلیس باید نتیجه اندازه گیری خود را به آن ارسال کند باب از طریق یک کانال ارتباطی کلاسیک.

ما در بخش ۳.۴.۲ نشان خواهیم داد که بدون این ارتباط کلاسیک، از راه دور هیچ اطلاعاتی را منتقل نمی کند. کانال کلاسیک با سرعت نور محدود می شود، بنابراین نتیجه می شود که تله پورت کوانتومی نمی تواند سریعتر از سرعت نور انجام شود و پارادوکس ظاهری را حل کند. معمای دوم در مورد تلهپورتاسیون این است که به نظر می رسد یک کپی از حالت کوانتومی در حال انتقال از راه دور ایجاد می کند، که آشکارا قضیه عدم شبیه سازی مورد بحث در بخش ۵.۳.۱ را نقض می کند. این نقض فقط توهمی است زیرا پس از فرآیند انتقال از راه دور فقط کیوبیت هدف در حالت ۱۱وا باقی می ماند و کیوبیت داده اصلی بسته به نتیجه اندازه گیری به یکی از حالت های پایه محاسباتی ا. یا ۱۱ می رسد. در کیوبیت اول از تله پورت کوانتومی چه چیزی می توانیم یاد بگیریم؟ خیلی زیاد! این خیلی بیشتر از یک ترفند ساده است که می توان با حالت های کوانتومی انجام داد. تله پورت کوانتومی بر قابلیت تعویض منابع مختلف در مکانیک کوانتومی تاکید می کند و نشان می دهد که یک جفت EPR مشترک به همراه دو بیت کلاسیک ارتباط، منبعی حداقل برابر با یک کیوبیت ارتباط است. محاسبات کوانتومی و اطلاعات کوانتومی روشهای زیادی را برای تبادل منابع نشان دادهاند که بسیاری از آنها بر اساس تلهپورت کوانتومی ساخته شدهاند. به طور خاص، در فصل ۱۰ توضیح می دهیم که چگونه می توان از تله پورت برای ساخت دروازه های کوانتومی مقاوم در برابر اثرات نویز استفاده کرد و در فصل ۱۲ نشان دادیم که انتقال از راه دور با ویژگی های کدهای تصحیح خطای کوانتومی ارتباط نزدیکی دارد. عليرغم اين ارتباط با موضوعات ديگر، منصفانه است كه بگوييم كه ما تازه در حال درك اين موضوع هستیم که چرا انتقال از راه دور کوانتومی در مکانیک کوانتومی امکان پذیر است. در فصلهای بعدی سعی میکنیم برخی از بینشهایی را توضیح دهیم که چنین درکی را ممکن میسازد. ۱

TELEPORT .F.F

oracle a determine to how