فهرست مطالب

۱.۰ مقدمه ۲

۱ آشنایی با مفاهیم اولیه ۳

۱.۱ کیوبیت ۳

۲.۱ basis fourier - basis computayional - vector bloch ۴

۳.۱ گیت‌های کوانتومی ۴

۱.۳.۱ انواع گیت کوانتومی ۵

۲.۳.۱ gate Swap ۸

۴.۱ مدارهای کوانتومی ۸

۱.۴.۱ نحوه‌ی نمایش مدارهای کوانتومی ۱۱

۲ برنامه‌نویسی کوانتومی ۱۳

۱.۲ تفاوت کامپیوتر کلاسیک و کوانتومی ۱۳

۲.۲ Qiskit and computer Quantum IBM ۱۳

۳ الگوریتم‌های کوانتومی درخواست داده ۱۵

۱.۳ مدل کوئری ۱۶

۱.۱.۳ انواع مسئله ۱۶

۲.۱.۳ مدل محاسباتی استاندارد ۱۷

۳.۱.۳ مدل کوئری ۱۷

۲.۳ Algorithm Deutsch ۱۸

۱.۲.۳ مسئله‌ی دوچ ۱۸

۲.۲.۳ الگوریتم دوچ ۱۹

۳.۳ kickback phase ۲۲
۴.۳ Algorithm Deutsch-Jozsa ۲۲

۴ شبیه‌سازی پدیده‌های کوانتومی ۲۳
۱.۴ states Bell ۲۳
۲.۴ entanglement ۲۴
۳.۴ coding dense super ۲۴
۴.۴ Teleport ۲۴

۱.۰ مقدمه

در عصر حاضر بواسطه‌ی رشد و توسعه‌ی نظریه‌ی اطلاعات کوانتومی و سرمایه‌گذاری های مالی و انسانی بسیار در این زمینه،شاهد افزایش تعداد علاقمندان به این حوزه هستیم. در این پا .....

فصل ۱

آشنایی با مفاهیم اولیه

۱.۱ کیوبیت

یک کیوبیت[۱]، معادل یک واحد اطلاعات کوانتومی می‌باشد. این مفهوم معادل مفهوم کلاسیک بیت[۲] می‌باشد. به طور کلی هر کیوبیت حاوی دو بیت اطلاعات است. برای تبیین یک کیوبیت از خصوصیات سامانه های کوانتومی، بهره‌می‌بریم. کیوبیت یک سیستم کوانتومی با فضای دوبعدی است. برای تعیین این دوبعد می‌توان ا ز یکی از خصوصیات سامانه های کوانتومی استفاده کرد.

برخلاف بیت ها که مقادیر ثابت ۰ یا ۱ را به خود می‌گیرند؛ یک کیوبیت می‌تواند در یک حالت «برهمنهی کوانتومی» باشد؛ این بدان معناست که یک کیوبیت بواسطه‌ی مشاهده ناظر به یکی از حالات ۰ یا یک تبدیل شود. این مهم‌ترین مزیت استفاده از کیوبیت‌هاست. بیان ریاضی یک کیوبیت ،در حالت برهمنهی، به شرح زیر است:

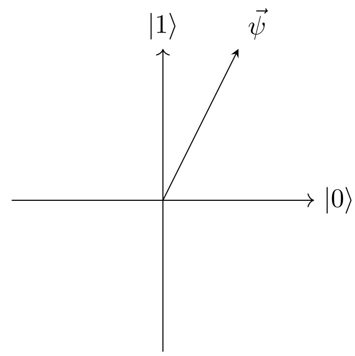
$$\begin{cases} |\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \\ \alpha^2 + \beta^2 = 1 \end{cases}$$

---

[۱] Qubit
[۲] Bit Binary

کت‌ها$|0\rangle$ و $|1\rangle$ بیانگر پایه‌های فضای محاسباتی[۳] هستند؛ و مقادیر α^2 و β^2 بیانگر احتمال وقوع هر یک از این حالات، در صورت مشاهده، می‌باشند.

نمایش بردار ψ به شرح زیر است:



در بسیاری از مواقع برای سهولت در محاسبات، عملگرها و حالات کوانتومی به کمک ماتریس‌ها نمایش داده می‌شوند. فرم ماتریسی هر یک از حالات ذکر شده در بالا به شرح زیر است:

$$|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad |0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{۱.۱}$$

برای تعریف کیوبیت ها، راه های زیادی وجود دارد، حالات قطبش فوتون،اسپین الکترون،یا سطوح انرژی اتم،هریک می‌توانند تعیین کننده‌ی بردارهای فضای کیوبیت باشند.

۲.۱ ba- fourier - basis computayional - vector bloch sis

۳.۱ گیت‌های کوانتومی

گیت‌های کوانتومی[۴] یکی از اولین و مهم‌ترین اجزای مدارهای کوانتومی می‌باشند. این گیت‌ها عملگرهایی با قابلیت اثرگذاری روی کیوبیت‌ها می‌باشند. با اعمال یک گیت کوانتومی بر روی یک یا چند کیوبیت،

[۳] Computational Basis Vectors

[۴] Quantum Gates

می‌توان تغییرات مدنظر خود را روی کیوبیت اعمال کرد. با کمک این گیت‌ها می‌توان باعث برهم‌نهی کوانتومی یا رمزگذاری داده در داخل یک یا چند کیوبیت شد.

۱.۳.۱ انواع گیت کوانتومی

گیت‌های کوانتومی، دارای انواع مختلف گوناگونی می‌باشند. به طور کلی گیت‌های کوانتومی، عملگرهایی یکه و بازگشت‌پذیر می‌باشند.

گیت هادامارد

مهم‌ترین گیت کوانتومی،گیت هادامارد[۵] است. با اعمال اثر این گیت روی یک کیوبیت، آن کیوبیت به‌یک حالت برهم نهی کوانتومی گذار می‌کند. به عبارت دیگر هر یک از زیرحالات این حالت برهم‌نهی، با احتمال یکسانی قابل رخ دادن هستند.

$$H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) \qquad H|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$$

این گیت کوانتومی به صورت خطی روی یک دسته کت اثر می‌کند. نمایش ماتریسی این گیت‌کوانتومی به شرح زیر است:

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$H|0\rangle = l\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$$

[۵] Hadamard gate

$$H|1\rangle = l\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ -1\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$$

این گیت کوانتومی، یک گیت بازگشت‌پذیر است؛ یعنی اگر این گیت روی یک حالت کوانتومی اثر کند؛ می‌تواند آن را از حالت برهمنهی خارج کند.

برای اعمال این گیت کوانتومی، فقط به یک کیوبیت نیاز داریم. به اصطلاح این گیت،یک Single-Qubit Quantum gate می‌باشد.

نمایش این گیت‌کوانتومی در مدار با علامت زیر است: —$\boxed{H}$—

گیت CNOT

گیت کوانتومی CNOT[6]، به عنوان گیت منطقی، یاد می‌شود. این گیت کوانتومی معادل گیت NOT کلاسیک می‌باشد. به‌طور معمول، برای اعمال اثر این گیت کوانتومی نیاز به دو کیوبیت داریم. این گیت کوانتومی فقط و فقط در مواقعی که «کیوبیت کنترل[7]» دارای مقدار $|1\rangle$ باشد، باعث تغییر وضعیت «کیوبیت هدف[8]» می‌شود.

کیوبیت کنترل: کیوبیت هدف:

خلاصه‌ای از عملکرد این تابع به شرح زیر است:

ببین چرا از این نماد به جای تنسور پراداکت استفاده شده

$\|A$	$B\rangle$		$\|A$	$B \oplus A\rangle$
$\|\text{control}\rangle$	$\|\text{target}\rangle$	Effect CNOT Gate	$\|\text{control}\rangle$	$\|\text{target}\rangle$
$\|0\rangle$	$\|0\rangle$	$\Longrightarrow$	$\|0\rangle$	$\|0\rangle$
$\|0\rangle$	$\|1\rangle$	$\Longrightarrow$	$\|0\rangle$	$\|1\rangle$
$\|1\rangle$	$\|0\rangle$	$\Longrightarrow$	$\|1\rangle$	$\|0\rangle$
$\|1\rangle$	$\|1\rangle$	$\Longrightarrow$	$\|1\rangle$	$\|1\rangle$

نمایش ماتریسی این گیت کوانتومی به شکل زیر است:

[6] gate controlled-X or gate controlled-NOT

[7] Qubit Controled

[8] Qubit Target

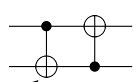
اینا باید اصلاح بشه

$$\text{CNOT} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{CNOT}\,|1\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = |1\rangle$$

$$\text{CNOT}\,|11\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = |10\rangle$$

نمایش در داخل مدار:



از این گیت کوانتومی، برای بسیاری مدارها و شبیه‌سازی‌های کوانتومی، از جمله تلپورت، درهمتنیدگی و ...، استفاده می‌شود.

گیت توفولی

گیت کوانتومی توفولی،یک نوع خاص از گیت CNOT است. سازوکار این گیت مشابه گیت CNOT می‌باشد؛ با این تفاوت که با در نظر گرفتن وضعیت دو کیوبیت کنترل شده، وضعیت کیوبیت سوم را

تغییر می‌دهد. خلاصه ای از عملکرد این گیت کوانتومی به شرح زیراست:

به بیان دیگر اگر دو کیوبیت کنترل شده، مقدار یک داشته باشند؛ کیوبیت هدف مقدارش تغییر می‌کند. فرم ماتریسی این عملگر به شکل زیر است:

این گیت کوانتومی در مدار کوانتومی به شکل زیر نشان داده می‌شود:

گیت تغییر فاز

گیت تغییر فاز[۹]، یکی از گیت های مهم کوانتومی می‌باشد. این گیت با ضرب کردن یک عدد ثابت در فاز یک کیوبیت، باعث تغییر فاز کیوبیت می‌شود. این گیت کوانتومی در بسیاری از الگوریتم‌های سرچ کوانتومی به‌کار می‌رود. این گیت بدین صورت تعریف می‌شود:

فرم ماتریسی این گیت به شرح زیر است:

این گیت کوانتومی در مدار کوانتومی به شکل زیر نشان داده می‌شود:

گیت دوران

گیت دوران، [۱۰]، باعث دوران حالت کیوبیت، در فضای هیلبرت می‌شود. پایه‌های فضای هیلبرت مذکور بردار های................................. هستند. نمایش این گیت کوانتومی به شرح زیر است:

فرم ماتریسی این گیت به شرح زیر است: نمایش این گیت در مدار کوانتومی به شرح زیراست:

۲.۳.۱ gate Swap

۴.۱ مدارهای کوانتومی

مدارهای کوانتومی[۱۱]، یک دسته از گیت های کوانتومی،که با یک توالی بخصوص قرار گرفته اند، می‌باشند. این کیوبیت ها، با توالی یاد شده، روی یک یا چند دسته کیوبیت، اثر داده می‌شوند.

مدارهای کوانتومی، یکی از اولین مفهوم‌های بکاررفته برای تعریف کامپیوترهای کوانتومی می‌باشند. برای تعریف و شبیه‌سازی هریک از پدیده‌ها و الگوریتم‌های کوانتومی، نیاز به یک مدار به‌خصوص داریم.

---

[۹] gate shift Phase

[۱۰] gate Rotation

[۱۱] circuit quantum

شباهت ها و تفاوت های مدارهای کلاسیک و کوانتومی

gates quantum use they but circuits، classical to similar are circuits Quantum that operations reversible are gates Quantum gates. logic classical of instead qubit. a of state quantum the manipulate to used be can

circuits quantum between differences and similarities some are here Sure، circuits: classical and

Similarities:

op- of sequence a of composed are circuits classical and quantum Both * represented be can circuits Both * data. of set a to applied are that erations implement to used be can circuits Both * notation. similar a using graphically algorithms.

Differences:

unit basic their as bits، quantum are which qubits، use circuits Quantum * of unit basic their as bits، classical are which bits، use circuits Classical data. of operations، reversible are which gates، quantum use circuits Quantum * data. irre- are which gates، logic use circuits Classical operations. basic their as exploit can circuits Quantum * operations. basic their as operations، versible entangle- and superposition as such mechanics، quantum of properties the computers. classical for impossible are that tasks perform to ment،

between differences and similarities the summarizes that table a is Here circuits: classical and circuits quantum

data of unit Basic | |—|—|—| | Circuit Classical | Circuit Quantum | Feature | | Reversibility | | gates Logic | gates Quantum | operations Basic | | Bit | Qubit | Possible | | No | Yes | mechanics quantum Exploits | | Irreversible | Reversible quantum simulating databases، unsorted searching integers، Factoring | tasks | operations logical calculating، Sorting، | systems

questions. other any have you if know me Let helps! this hope I

اجزای مدارهای کوانتومی و سایز آن

They qubits. on performed are that actions the are Operations Operations:
actions. other or initializations، measurements، be can

The circuit. the in gates of number the is circuit quantum a of size The
of size the of terms in measured often is algorithm quantum a of complexity
it. implement to required is that circuit quantum the

Qubits

can They computing. quantum in information of unit basic the are Qubits
be can qubit a that means This .۱ and ۰ states، two of superposition a in be
superposi- quantum called property a is which time، same the at ۱ and ۰ both
is qubit one of state the that means which entangled، be also can Qubits tion.
qubit. another of state the on dependent

Gates

create to used be can They qubits. to applied are that operations are Gates
dif- many are There qubits. entangle and rotations، perform superpositions،
Hadamard the include ones common most the of some but gates، of types ferent
gate. Toffoli the and gate، CNOT the gate،

Operations

mea- be can They qubits. on performed are that actions the are Operations
collapse to used are Measurements actions. other or initializations، surements،
used are Initializations .۱ or ۰ value، definite a into qubit a of state quantum the
.۱ or ۰ value، specific a to qubit a of state the set to

Circuits Quantum

the to similar is that notation graphical a using written are circuits Quantum
quan- a of axis horizontal The computing. classical in used diagrams circuit
The qubits. the represents axis vertical the and time، represents circuit tum
the represent boxes the between lines the and boxes، by represented are gates
qubits. the between connections

Conclusion

oper- and gates، qubits، are circuit quantum a of components basic The

are which algorithms، quantum create to used are components These ations.
cir- Quantum computer. quantum a on performed be only can that algorithms
potential the have they and computation، quantum for tool powerful a are cuits
and chemistry، cryptography، including fields، different many revolutionize to
learning. machine

۱.۴.۱ نحوه‌ی نمایش مدارهای کوانتومی

the to similar is that notation graphical a using written are circuits Quantum
quan- a of axis horizontal The computing. classical in used diagrams circuit
The qubits. the represents axis vertical the and time، represents circuit tum
the represent boxes the between lines the and boxes، by represented are gates
qubits. the between connections

can They computation. quantum for tool powerful a are circuits Quantum
Shor's including algorithms، quantum of variety wide a implement to used be
unsorted searching for algorithm Grover's and integers factoring for algorithm
databases.

فصل ۲

برنامه‌نویسی کوانتومی

۱.۲ تفاوت کامپیوتر کلاسیک و کوانتومی

۲.۲ Qiskit and computer Quantum IBM

فصل ۳

الگوریتم‌های کوانتومی درخواست داده

الگوریتم‌های کوانتومی برای درخواست داده[1]، برای مدیریت داده‌ها،در پایگاه‌های‌داده استفاده می‌شود. در این بخش به مزایای‌کامپیوترهای کوانتومی می‌پردازیم و به تفاوت‌های آنها با کامپیوترهای کلاسیک می‌پردازیم.

ما با یک سوال طبیعی شروع خواهیم کرد: چه مزایایی ممکن است یک کامپیوتر کوانتومی ارائه دهد؟

نقاط قوت

اولین و مهم‌ترین مزیت کامپیوترهای کوانتومی،ارائه‌ی راه‌حل های سریع برای مسائل و محاسبات است. کامپیوترهای کوانتومی می‌توانند مسائلی را که برای کامپیوترهای کلاسیک چندین روز یا حتی سال زمان می‌برد؛ در مدت زمانی کوتاه حل کنند. از طرفی کامپیوترهای کوانتومی،برای حل مسائل یادشده،نیازمند منابع کمتری نسبت به کامپیوترهای کلاسیک هستند.

نقاط ضعف

کامپیوترهای کوانتومی در ابتدای مسیر رشد و توسعه‌ی خود می‌باشند؛ بسیاری از مسائل هنوز توسط کامپیوترهای کوانتومی غیرقابل حل می‌باشند. این مشکل نه بخاطر منابع محدود و نه بخاطر زمان کم است؛ بلکه به علت نبود الگوریتم ها و راه حل های‌مناسب کوانتومی می‌باشد.

مانند مسئله معروف توقف که توسط آلن تورینگ در دهه ۱۹۳۰ فرموله شد. کامپیوترهای کوانتومی

---

[1] algorithms query Quantum

توسط کامپیوترهای کلاسیک شبیه‌سازی می‌شوند.

در بخش‌های بعدی با چند الگوریتم ساده‌ی کوانتومی آشنا خواهیم شد؛ این الگوریتم ها براساس مدل کوئری کوانتومی [۲] می‌باشند.

مدل کوئری کوانتومی، سنگ بنای ایده‌های الگوریتم کوانتومی است. این مدل انعطاف پذیر و ساده‌شده است. این مدل یک طرح ساده شده از مدل محاسبات کوانتومی است. مدل کوئری کوانتومی نمی‌تواند تعاملات بین کیوبیت‌هارا به شرح دهد؛ ولی این مدل به دلیل ساده بودن و کارآمد بودن در توضیح برخی از پدیده‌ها کوانتومی مانند درهمتنیدگی و برهمنهی کوانتومی می‌تواند حائز اهمیت باشد.

۱.۳ مدل کوئری

در این بخش به بررسی مزایای محاسبات کوانتومی و برتری‌های این نوع از محاسبات نسبت به محاسبات کلاسیک می‌پردازیم. مدل کوئری یک مدل ساده شده برای تعریف و تبیین مدل های پیچیده‌تر است.

۱.۱.۳ انواع مسئله

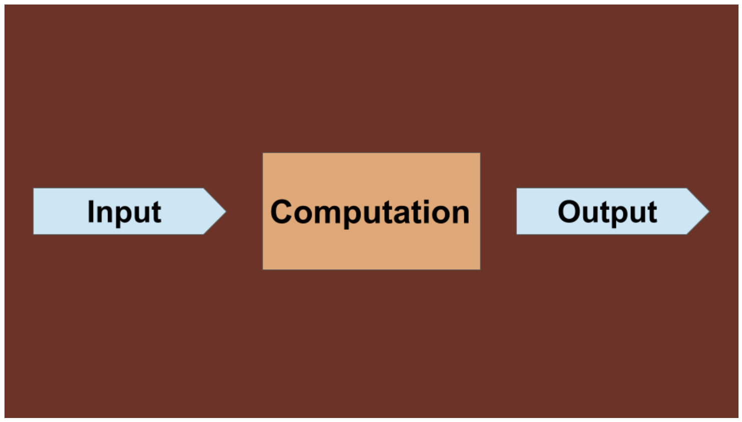
مسائل طبیعی

مسائل غیر طبیعی

[۲] algorithms query Quantum

۲.۱.۳ مدل محاسباتی استاندارد

پیش از بررسی مدل کوئری، مدل ساده و استاندارد محاسباتی را بررسی می‌کنیم. به تصویر زیر دقت کنید:



شکل ۱.۳: یک واحد محاسباتی که مقادیری را به عنوان ورودی گرفته، پردازش کرده و سپس مقدار/مقادیر خروجی را ارائه کرده است.

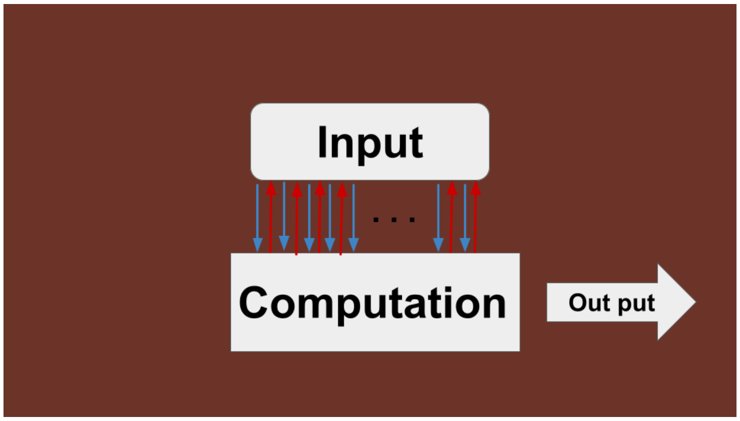
در تصویر بالا یک نمود ساده از کامپیوترهای امروزی ارائه شده است. در دنیای واقعی مقدار ورودی می‌تواند از هر منبعی تأمین شده باشد. با این وجود هدف ما بررسی منابع تولید ورودی نیست؛ بلکه هدف بررسی مقادیر ورودی (به صورت ایزوله) می‌باشد. می‌توان درنظر گرفت که ورودی داده شده و خروجی نهایی،هر دو در قالب یک رشته از اعداد باینری، ماتریس و یا هرقالب مدنظر کاربر باشند.

مهم‌ترین نکته درباره‌ی این واحد محاسباتی، **در دسترس بودن کل مقادیر ورودی برای واحد پردازش** است. به عبارت دیگر **واحد پردازش می‌تواند تمامی مقادیر ورودی را دریافت کرده و تشخیص** دهد.

۳.۱.۳ مدل کوئری

در مدل کوئری، داده‌های ورودی توسط یک تابع تولید می‌شوند. واحد محاسباتی دسترسی به تابع تولیدورودی دارد و می‌تواند برای دریافت داده‌های جدید،از تابع یاد شده،درخواست کند.

در این مدل واحد محاسباتی دیگر داده‌ها را در قالب رشته‌ای از اطلاعات دردسترس ندارد؛ بلکه می‌تواند آن‌ها را از بخش input دریافت کند. در گاهی از مواقع به سیستم input،oracle یا جعبه‌ی سیاه می‌گویند. تابع Oracle یا جعبه‌ی سیاه یک سیستم است که ما به عنوان ناظر به سازوکار داخلی آن و تمامی اطلاعات آن دسترسی نداریم و فقط می‌توانیم مقادیر مجاز را به آن داده و مقادیر خروجی را دریافت کنیم.



شکل ۲.۳: شکل بالا نمود مدل محاسباتی‌کوئری است. واحد محاسباتی برای دریافت داده‌های جدید نیاز به درخواست از تابع input دارد. خطوط قرمز و روبه‌بالا نشان از درخواست واحد محاسباتی و خطوط آبی روبه‌پایین نشان از پاسخ واحد inputمی‌باشد.

تابع oracle به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{cases} f : \sum^n = \sum^m \\ Which : m, n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

ما در این نظریه کوئری‌ها را می‌شماریم و وضعیت آن‌ها را بررسی می‌کنیم.

الگوریتم‌های کوانتومی

۲.۳ Algorithm Deutsch

۱.۲.۳ مسئله‌ی دوچ

الگوریتم Deutsch اولین و ساده‌ترین الگوریتم کوانتومی است. این الگوریتم برای اولین بار در سال ۱۹۸۵ در مقاله‌ای مطرح شد؛ که توسط دیوید دوچ[۳] نوشته شده‌بود. این الگوریتم نقطه‌ی شروعی برای اثبات برتری کامپیوترهای کوانتومی نسبت به کامپیوترهای کلاسیک است.

[۳] Deutsch David

مسئله‌ی Deutsch یکی از ساده‌ترین مفاهیم ممکن را مطرح می‌کند. اگر یک تابع به فرم زیر تعریف شود:

$$f : \sum \to \sum$$

هدف بررسی ثابت بودن یا متعادل[4] بودن تابع f است. به‌طور کلی، درساده‌ترین حالت، می‌توان چهار وضعیت را برای تابع $f : \sum \to \sum$ درنظر گرفت:

a	$f_1(a)$
0	0
1	0

a	$f_2(a)$
0	0
1	1

a	$f_3(a)$
0	1
1	0

a	$f_4(a)$
0	1
1	1

شکل ۳.۳:

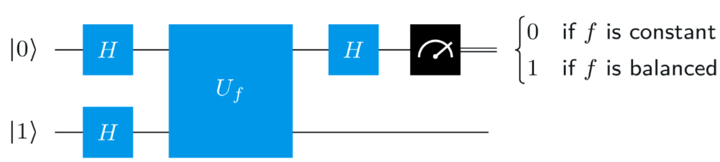
در شکل بالا توابع f 1 ، f 4 توابع ثابت و توابع f 2 و f 3 توابع متعادل هستند.

مسئله‌ی دوچ	
ورودی	$f : \sum \to \sum$
خروجی	صفر اگر تابع ثابت بود؛ یک اگر تابع متعادل بود.

در الگوریتم‌های کلاسیک برای حل این مسئله، حداقل دو حالت باید بررسی شود.

۲.۲.۳ الگوریتم دوچ

حال به بررسی الگوریتم دوچ می‌پردازیم. الگوریتمی که مسئله‌ی دوچ را با یک مدار کوانتومی حل می‌کند:



شکل ۴.۳:

[4] balanse. or Constante

$$
\begin{aligned}
|\pi_1\rangle =& |-\rangle|+\rangle = \frac{1}{2}(|0\rangle - |1\rangle)|0\rangle + \frac{1}{2}(|0\rangle - |1\rangle)|1\rangle \\
|\pi_2\rangle =& \frac{1}{2}(|0 \oplus f(0)\rangle - |1 \oplus f(0)\rangle)|0\rangle + \frac{1}{2}(|0 \oplus f(1)\rangle - |1 \oplus f(1)\rangle)|1\rangle \\
=& \frac{1}{2}(-1)^{f(0)}(|0\rangle - |1\rangle)|0\rangle + \frac{1}{2}(-1)^{f(1)}(|0\rangle - |1\rangle)|1\rangle \\
& |0 \oplus a\rangle - |1 \oplus a\rangle = (-1)^a(|0\rangle - |1\rangle)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
|\pi_1\rangle &= |-\rangle|+\rangle = \frac{1}{2}(|0\rangle - |1\rangle)|0\rangle + \frac{1}{2}(|0\rangle - |1\rangle)|1\rangle \\
|\pi_2\rangle &= \frac{1}{2}(|0 \oplus f(0)\rangle - |1 \oplus f(0)\rangle)|0\rangle + \frac{1}{2}(|0 \oplus f(1)\rangle - |1 \oplus f(1)\rangle)|1\rangle \\
&= \frac{1}{2}(-1)^{f(0)}(|0\rangle - |1\rangle)|0\rangle + \frac{1}{2}(-1)^{f(1)}(|0\rangle - |1\rangle)|1\rangle \\
&= |-\rangle \left(\frac{(-1)^{f(0)}|0\rangle + (-1)^{f(1)}|1\rangle}{\sqrt{2}} \right)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
|\pi_2\rangle &= |-\rangle \left(\frac{(-1)^{f(0)}|0\rangle + (-1)^{f(1)}|1\rangle}{\sqrt{2}} \right) \\
&= (-1)^{f(0)}|-\rangle \left(\frac{|0\rangle + (-1)^{f(0)\oplus f(1)}|1\rangle}{\sqrt{2}} \right) \\
&= \begin{cases} (-1)^{f(0)}|-\rangle|+\rangle & f(0) \oplus f(1) = 0 \\ (-1)^{f(0)}|-\rangle|-\rangle & f(0) \oplus f(1) = 1 \end{cases}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
|\pi_2\rangle &= \begin{cases} (-1)^{f(0)}|-\rangle|+\rangle & f(0) \oplus f(1) = 0 \\ (-1)^{f(0)}|-\rangle|-\rangle & f(0) \oplus f(1) = 1 \end{cases} \\
|\pi_3\rangle &= \begin{cases} (-1)^{f(0)}|-\rangle|0\rangle & f(0) \oplus f(1) = 0 \\ (-1)^{f(0)}|-\rangle|1\rangle & f(0) \oplus f(1) = 1 \end{cases} \\
&= (-1)^{f(0)}|-\rangle|f(0) \oplus f(1)\rangle
\end{aligned}
$$

$$
|\pi_3\rangle = (-1)^{f(0)}|-\rangle|f(0) \oplus f(1)\rangle
$$

توضیحات رو بنویس

۳.۳ kickback phase

$$|b \oplus c\rangle = X^c|b\rangle$$
$$u_f(|b\rangle|a\rangle) = |b \oplus f(a)\rangle|a\rangle = \left(X^{f(a)}|b\rangle\right)|a\rangle$$

$$\mathrm{U}_f(|b\rangle|a\rangle) = \left(X^{f(a)}|b\rangle\right)|a\rangle$$
$$U_f(|\psi\rangle|a\rangle) = \left(X^{f(a)}|\psi\rangle\right)|a\rangle$$

$$u_f(|\psi\rangle|a\rangle) = \left(X^{f(a)}|\psi\rangle\right)|a\rangle$$
$$u_f(|-\rangle|a\rangle) = \left(X^{f(a)}|-\rangle\right)|a\rangle = (-1)^{f(a)}|-\rangle|a\rangle$$
$$X|-\rangle = -|-\rangle$$

$$\mathrm{U_f}(|-\rangle|\mathrm{a}\rangle) = (-1)^{\mathrm{f(a)}}|-\rangle|\mathrm{a}\rangle \longleftarrow \quad \begin{array}{l}\text{phase}\\ \text{kickback}\end{array}$$

$$|\pi_1\rangle = |-\rangle|+\rangle$$
$$|\pi_2\rangle = \mathrm{U_f}(|-\rangle|+\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}\mathrm{U_f}(|-\rangle|0\rangle) + \frac{1}{\sqrt{2}}\mathrm{U_f}(|-\rangle|1\rangle)$$
$$= |-\rangle\left(\frac{(-1)^{f(0)}|0\rangle + (-1)^{f(1)}|1\rangle}{\sqrt{2}}\right)$$

۴.۳ Algorithm Deutsch - Jozsa

فصل ۴

شبیه‌سازی پدیده‌های کوانتومی

۱.۴ states Bell

در این بخش قصد داریم به بررسی پروتکل‌های ابتدایی در نظریه‌ی اطلاعات کوانتومی بپردازیم. تمامی این پروتکل‌ها به تعداد کمی کیوبیت نیاز دارند:؛ و در آزمایشگاه به صورت تجربی پیاده‌سازی شده‌اند. در اغلب موارد، سیستم از دو کیوبیت درهمتنیده تشکیل شده‌است. تابع حالت این سیستم‌ها به شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$|\psi_{00}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$$

برای آماده‌سازی این حالت کوانتومی، در حالت $\langle 0|$ داریم. با اعمال یک گیت هدامارد روی یکی از کیوبیت‌ها و سپس با کنترل آن با گیت CNOT، (به نحوی که کیوبیت دوم هدف قرارگیرد.) می‌توان به یک حالت درهمتنیده رسید. می‌توان این مراحل را به شکل زیر شرح داد:

$$|\psi 00\rangle = C_{10}H_1|00\rangle$$

$$|\psi xy\rangle = C_{10}H_1|xy\rangle$$

از آنجایی که چهار حالت ⍰lxy یک مجموعه orthonormal هستند و دروازه‌های Hadamard و cNOT واحدی هستند، چهار حالت درهم تنیده ⍰xy⍰l نیز یک مجموعه orthonormal هستند، که به نام پایه Bell نامگذاری شده‌اند. حال یک دسته‌ی سه‌کیوبیتی را درنظر می‌گیریم:

۲.۴ entanglement

۳.۴ coding dense super

۴.۴ Teleport

tele- coding superdencse state Bell -———————— oracle a determine to how port