فهرست مطالب

مقدمه

در عصر حاضر بواسطه‌ی رشد و توسعه‌ی نظریه‌ی اطلاعات کوانتومی و سرمایه‌گذاری های مالی و انسانی بسیار در این زمینه،شاهد افزایش تعداد علاقمندان به این حوزه هستیم. در این پا

فصل ۱

آشنایی با مفاهیم اولیه

۱.۱ کیوبیت

یک کیوبیت[۱]، معادل یک واحد اطلاعات کوانتومی می‌باشد. این مفهوم معادل مفهوم کلاسیک بیت[۲] می‌باشد. به طور کلی هر کیوبیت حاوی دو بیت اطلاعات است. برای تبیین یک کیوبیت از خصوصیات سامانه های کوانتومی، بهره‌می‌بریم. کیوبیت یک سیستم کوانتومی با فضای دوبعدی است. برای تعیین این دوبعد می‌توان ا ز یکی از خصویات سامانه های کوانتومی استفاده کرد.

۱.۱.۱ کیوبیت واحد

برخلاف بیت ها که مقادیر ثابت ۰ یا ۱ را به خود می‌گیرند؛ یک کیوبیت می‌تواند در یک حالت «برهمنهی کوانتومی[۳]» باشد؛ این بدان معناست که یک کیوبیت بواسطه‌ی مشاهده ناظر به یکی از حالات ۰ یا یک تبدیل شود. این مهم‌ترین مزیت استفاده از کیوبیت‌هاست.

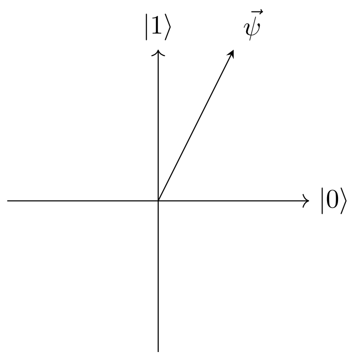
---

[۱] Qubit
[۲] Binary Bit
[۳] Quantum Superposition

بیان ریاضی یک کیوبیت ،در حالت برهمنهی، به شرح زیر است:

$$\begin{cases} |\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \\ \alpha^2 + \beta^2 = 1 \end{cases}$$

کت‌های $\langle 0|$ و $\langle 1|$ بیانگر پایه‌های فضای محاسباتی[۴] هستند؛ و مقادیر α^2 و β^2 بیانگر احتمال وقوع هر یک از این حالات، در صورت مشاهده، می‌باشند. نمایش بردار ψ به شکل زیر است:



در بسیاری از مواقع برای سهولت در محاسبات، عملگرها و حالات کوانتومی به کمک ماتریس‌ها نمایش داده می‌شوند. فرم ماتریسی هر یک از حالات ذکر شده در بالا به شرح زیر است:

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{۱.۱}$$

برای تعریف کیوبیت ها، راه های زیادی وجود دارد، حالات قطبش فوتون،اسپین الکترون،یا سطوح انرژی اتم،هریک می‌توانند تعیین کننده‌ی بردارهای فضای کیوبیت باشند.

به طور کلی، حالت کیوبیت یک بردار واحد در فضای برداری دو بعدی پیچیده است.

---

[۴] Computational Basis Vectors

در بیشتر مدل های انتزاعی ما از جهان، یک ارتباط مستقیم بین عناصر انتزاع و دنیای واقعی وجود دارد، درست همانطور که طرح های یک معمار برای یک ساختمان با ساختمان نهایی مطابقت دارد. فقدان این ارتباط مستقیم در مکانیک کوانتوم باعث می شود که درک رفتار سیستم های کوانتومی دشوار باشد؛ با این حال، یک ارتباط غیرمستقیم وجود دارد، زیرا می توان حالت های کیوبیت را دستکاری و تبدیل کرد به وضعیت‌هایی که منجر به نتایج اندازه گیری می شود. نتایج حاصل از اندازه‌گیری به خواص مختلف حالت بستگی دارد. بنابراین، این حالت های کوانتومی دارای پیامدهای واقعی و قابل آزمایش تجربی هستند.

مفهوم کیوبیت، با «فهم رایج» ما از جهان فیزیکی اطراف ما مغایرت دارد. یک بیت کلاسیک مانند سکه است: یا رو یا پشت. برای سکه های غیراایده آل، ممکن است حالت های واسطه ای مانند قرار گرفتن آن روی لبه وجود داشته باشد، اما در حالت ایده آل می توان آنها را نادیده گرفت.

در مقابل، یک کیوبیت می تواند در یک طیف پیوسته از حالت ها بین $\langle 0|$ و $\langle 1|$ وجود داشته باشد - تا زمانی که مشاهده شود. بار دیگر تاکید می کنیم که وقتی یک کیوبیت اندازه گیری می شود، فقط یکی از اازمقادیر «۰» یا «۱» را به عنوان نتیجه اندازه گیری می دهد. به عنوان مثال، یک کیوبیت می تواند در حالت $\langle 1| + \langle 0|$ باشد، که به این معنی است که با احتمال ۵۰/۵۰ می تواند به عنوان ۰ یا ۱ اندازه گیری شود.

$$\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$$

حالت $\langle +|$ حالتی از کیوبیت است که با یک بردار ۲ بعدی واحد نشان داده می شود. این حالت، زمانی که اندازه گیری شود، نتیجه ۰ را ۵۰ درصد از زمان و نتیجه ۱ را ۵۰ درصد از زمان می دهد. این حالت را می توان به عنوان یک ترکیب خطی از دو حالت پایه $\langle 0|$ و $\langle 1|$ در نظر گرفت.

این حالت به دلیل عجیب بودنش جالب است. حالت های پایه $\langle 0|$ و $\langle 1|$ تنها حالاتی هستند که می توانند به طور مستقیم مشاهده شوند. حالت $\langle +|$ ، با این حال، یک حالت ترکیبی است که به طور مستقیم قابل مشاهده نیست. تنها زمانی می توان آن را مشاهده کرد که اندازه گیری شود.

با وجود غیرقابل مشاهده بودن، حالت $\langle +|$ واقعی است. وجود آن توسط آزمایشات به طور گسترده ای تأیید شده است. همچنین می توان از آن برای انجام محاسبات کوانتومی استفاده کرد.

در آینده، ممکن است حالت $\langle +|$ برای اهداف مختلف دیگری نیز استفاده شود. به عنوان مثال، می تواند برای ذخیره اطلاعات یا برای ایجاد ارتباطات امن استفاده شود.

۲.۱.۱ کیوبیت‌های چندتایی

Hilbert space is a big place.

– Carlton Caves

فرض کنید دو کیوبیت داریم. اگر این دو بیت کلاسیک بودند، چهار حالت ممکن وجود داشت: ۰۰، ۰۱، ۱۰ و ۱۱. به همین ترتیب، یک سیستم دو کیوبیتی دارای چهار حالت محاسباتی است که با $|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle$ نشان داده می شود. یک جفت کیوبیت همچنین می تواند در برهمنهی این چهار حالت وجود داشته باشد. بنابراین حالت کوانتومی دو کیوبیت با اختصاص یک عدد مختلط - گاهی اوقات به عنوان یک دامنه شناخته می شود - به هر حالت محاسباتی، بیان می‌شود. بردار حالت توصیف کننده دو کیوبیت به شکل زیر است:

$$|\Psi\rangle = a|00\rangle + b|01\rangle + c|10\rangle + d|11\rangle$$

جایی که a، b، c و d دامنه های چهار حالت را نشان می دهند. دامنه ها می توانند هر عدد مختلطی باشند، اما معمولاً به گونه ای نرمال می شوند که مجموع آنها برابر ۱ باشد. این بدان معناست که بردار حالت یک حالت کوانتومی معتبر را نشان می دهد و کیوبیت ها به طور مساوی احتمال اندازه گیری در هر یک از چهار حالت محاسباتی را دارند.

به عنوان مثال، بردار حالت:

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|11\rangle$$

یک سیستم دو کیوبیتی را نشان می دهد که در یک برهمنهی مساوی از حالت های ۰۰ و ۱۱ است. این بدان معناست که کیوبیت ها به طور مساوی احتمال اندازه گیری در حالت ۰۰ یا ۱۱ را دارند.

بردار حالت یک سیستم دو کیوبیتی را می توان برای محاسبه احتمال اندازه گیری کیوبیت ها در هر یک از چهار حالت محاسباتی استفاده کرد. به عنوان مثال، احتمال اندازه گیری کیوبیت ها در حالت ۰۰ با فرمول زیر داده می شود:

$$P(|00\rangle) = |a|^2 = \frac{1}{2}$$

احتمال اندازه گیری کیوبیت ها در هر حالت دیگر را می توان به روشی مشابه محاسبه کرد.

نتیجه اندازه گیری $x(= 00, 01, 10, 11)$ با احتمال $|a_x|^2$ رخ می دهد، با حالت کیوبیت ها پس از اندازه گیری $|x\rangle$. این بدان معناست که اگر ما یک سیستم دو کیوبیتی را در حالت $|\Psi\rangle = a|00\rangle + b|01\rangle + c|10\rangle + d|11\rangle$ داشته باشیم، و اگر ما اولین کیوبیت را اندازه گیری کنیم، احتمال اینکه ۰ را اندازه گیری کنیم برابر $|a\rangle^2 + |b\rangle^2$ خواهد بود. در این حالت، حالت کیوبیت ها پس از اندازه گیری $|0\rangle$ خواهد بود.

$$|\psi'\rangle = \frac{\alpha_{00}|00\rangle+\alpha_{01}|01\rangle}{\sqrt{|\alpha_{00}|^2+|\alpha_{01}|^2}}$$

توجه داشته باشید که حالت پس از اندازه گیری با عامل $\sqrt{|_{00}|^2 + |_{01}|^2}$ نرمال می شود تا همچنان شرط نرمال سازی را، درست همانطور که برای یک حالت کوانتومی معتبر انتظار می‌رود، برآورده کند. این بدان معناست که حالت پس از اندازه گیری به گونه ای تغییر می کند که احتمالات آن جمع شده و برابر ۱ شود.

۲.۱ اندازه‌گیری در فضای هیلبرت

۱.۲.۱ vector bloch

ما تاکنون اندازه گیری های کوانتومی یک کیوبیت در حالت $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$را به عنوان نتیجه ۰ یا ۱ توصیف کرده ایم که کیوبیت را در حالت $|0\rangle$ یا $|1\rangle$مربوطه باقی می گذارد، با احتمالات $|\alpha|^2$ و $|\beta|^2$. در حقیقت، مکانیک کوانتوم به اندازه کافی انعطاف پذیری در کلاس اندازه گیری هایی که می توان انجام داد، اگرچه مطمئناً به اندازه کافی نیست که α و β را از یک اندازه گیری واحد بازیابی کند!

توجه داشته باشید که $|0\rangle$ و $|1\rangle$ فقط یکی از بسیاری از انتخاب های ممکن برای پایه های حالت برای یک کیوبیت هستند. یک انتخاب دیگر مجموعه به شرح زیر است:

$$|-\rangle \equiv (|0\rangle - |1\rangle)\sqrt{2} \; |+\rangle \equiv (|0\rangle + |1\rangle)\sqrt{2}$$

یک حالت دلخواه $|\Psi\rangle = \alpha 0\rangle + \beta 1\rangle$ را می توان با استفاده از حالت های $|+\rangle$ و $|-\rangle$ بازنویسی کرد:

$$|\Psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle = \frac{(\alpha+\beta)}{2}|+\rangle + \frac{(\alpha-\beta)}{2}|-\rangle$$

در این بیان، $|+\rangle$و $|-\rangle$ به عنوان پایه های "پایه +" و "پایه -" شناخته می شوند. اندازه گیری در پایه + یا پایه - یک کیوبیت را در حالت $|+\rangle$ یا $|-\rangle$قرار می دهد.

اندازه گیری در پایه های دیگر به غیر از پایه محاسباتی یک ابزار قدرتمند در محاسبات کوانتومی است. این امکان را می دهد تا ما در حالت های کوانتومی که در پایگاه محاسباتی قابل اندازه گیری نیستند، اندازه گیری کنیم. این امکان را می دهد تا ما از روش های محاسباتی جدیدی استفاده کنیم که در محاسبات کلاسیک غیرممکن است.

در واقع، این امکان وجود دارد که حالت های $|+\rangle$ و $|-\rangle$ را به گونه ای که گویی آنها حالت های پایه محاسباتی هستند، در نظر بگیریم و با توجه به این پایه جدید اندازه گیری کنیم. طبیعی است که

اندازه گیری با توجه به پایه $\langle -|$، $\langle +|$ منجر به نتیجه "+" با احتمال $\frac{|\alpha+\beta|}{2}^2$ و نتیجه "-" با احتمال $\frac{|\alpha-\beta|}{2}^2$ می شود.

در این بیان، $\langle +|$ و $\langle -|$ به عنوان "پایه +" و "پایه -" شناخته می شوند. اندازه گیری در پایه + یا پایه - یک کیوبیت را در حالت $\langle +|$ یا $\langle -|$ قرار می دهد.

به طور کلی تر، با توجه به هر دو پایه حالت $\langle a|$ و $\langle b|$ برای یک کیوبیت، می توان هر حالت دلخواهی را به عنوان یک ترکیب خطی $\alpha|a\rangle + \beta|b\rangle$ از آن حالات بیان کرد. علاوه بر این، اگر این حالات متعامد باشند، می توان با توجه به پایه $|a\rangle$، $|b\rangle$ اندازه گیری کرد، که نتیجه a با احتمال $|\alpha|^2$ و b با احتمال $|\beta|^2$ قابل رخداد است.

با توجه به بیان احتمالاتی مفهوم کیوبیت و نرمال بودن مقادیر احتمالات و متعامد بودن پایه‌ها، لازم است تا $|\alpha|^2 + |\alpha|^2 = 1$ باشد همانطور که برای احتمالات انتظار می رود. به طور مشابه، در اصل می توان یک سیستم کوانتومی از بسیاری از کیوبیت ها را با توجه به یک پایه متعامد دلخواه اندازه گیری کرد.

اندازه گیری در پایه های دیگر یک ابزار قدرتمند در محاسبات کوانتومی است. این امکان را می دهد تا ما در حالت های کوانتومی که در پایگاه محاسباتی قابل اندازه گیری نیستند، اندازه گیری کنیم. این امکان را می دهد تا ما از روش های محاسباتی جدیدی استفاده کنیم که در محاسبات کلاسیک غیرممکن است.

دلایل زیادی برای استفاده از این مدل توسعه‌یافته برای اندازه گیری های کوانتومی وجود دارد، اما در نهایت بهترین دلیل این است: این مدل به ما امکان توصیف نتایج تجربی مشاهده شده نظیر نتایج آزمایش اشترن_گرلاخ[۵] را می دهد.

---

[۵] Stern–Gerlach

۳.۱ گیت‌های کوانتومی

گیت‌های کوانتومی[۶] یکی از اولین و مهم‌ترین اجزای مدارهای کوانتومی می‌باشند. این گیت‌ها عملگرهایی با قابلیت اثرگذاری روی کیوبیت‌ها می‌باشند. با اعمال یک گیت کوانتومی بر روی یک یا چند کیوبیت، می‌توان تغییرات مدنظر خود را روی کیوبیت اعمال کرد. با کمک این گیت‌ها می‌توان باعث برهم‌نهی کوانتومی یا رمزگذاری داده در داخل یک یا چند کیوبیت شد.

۱.۳.۱ انواع گیت کوانتومی

گیت‌های کوانتومی، دارای انواع مختلف گوناگونی می‌باشند. به طور کلی گیت‌های کوانتومی، عملگرهایی یکه و بازگشت‌پذیر می‌باشند. به‌طور کلی گیت‌های‌کوانتومی متناسب با تعداد کیوبیت‌هایی که از آنها اثرمیگیرند؛ دسته‌بندی می‌کنیم. در این گفتار به گیت‌های تک کیوبیتی و دو کیوبیتی می‌پردازیم.

گیت هادامارد

مهم‌ترین گیت کوانتومی،گیت هادامارد[۷] است. با اعمال اثر این گیت روی یک کیوبیت، آن کیوبیت به‌یک حالت برهم نهی کوانتومی گذار می‌کند. به عبارت دیگر هر یک از زیرحالات این حالت برهم‌نهی، با احتمال یکسانی قابل رخ دادن هستند.

$$H\left|0\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\left|0\right\rangle + \left|1\right\rangle) \qquad H\left|1\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\left|0\right\rangle - \left|1\right\rangle)$$

این گیت کوانتومی به صورت خطی روی یک دسته کت اثر می‌کند. نمایش ماتریسی این گیت‌کوانتومی به شرح زیر است:

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

[۶] Quantum Gates

[۷] Hadamard gate

$$H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ 1\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$$

$$H|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ -1\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$$

این گیت کوانتومی، یک گیت بازگشت‌پذیر است؛ یعنی اگر این گیت روی یک حالت کوانتومی اثر کند؛ می‌تواند آن را از حالت برهمنهی خارج کند.

برای اعمال این گیت کوانتومی، فقط به یک کیوبیت نیاز داریم. به اصطلاح این گیت، یک Single-Qubit Quantum gate می‌باشد.

نمایش این گیت‌کوانتومی در مدار با علامت زیر است: $-\boxed{H}-$

گیت NOT

گیت کوانتومی U_{NOT} یک عملگر یکه و بازگشت‌پذیر است.

$$U_{NOT}|0\rangle = |1\rangle$$
$$U_{NOT}|1\rangle = |0\rangle$$

نمایش ماتریسی گیت NOT

می بینید که اگر فقط پایه را در نظر بگیریم، دقیقاً مانند دروازه کلاسیک NOT است. نمایش ماتریسی این گیت به شکل زیر است:

$$U_{NOT} = \begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$$

از آنجایی که یک حالت کیوبیت در فضای هیلبرت دو بعدی تعریف شده است. ابعاد ماتریس باید ۲ × ۲ باشد. از این رو می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} U_{NOT}|0\rangle &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} |0\rangle \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = |1\rangle \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{U}_{\mathrm{NOT}}|1\rangle &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} |1\rangle \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = |0\rangle \end{aligned}$$

مدار NOT و خصوصیات آن

با اعمال گیت U_{NOT} به حالت $|\Psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{U}_{\mathrm{NOT}}|\Psi\rangle &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} |\Psi\rangle \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta \\ \alpha \end{pmatrix} = \beta|0\rangle + \alpha|1\rangle \end{aligned}$$

علاوه بر دروازه NOT یک کیوبیتی، می‌توانیم دو کیوبیتی نیز بسازیم. می‌بایست حاصل ضرب تانسوری دو دروازه NOT یک کیوبیتی را محاسبه کنیم؛ تا یک دروازه NOT دو کیوبیتی بدست آوریم زیرا یک بردار دو کیوبیتی در فضای $\mathbb{C}^4$ قرار دارد. که حاصل ضرب تانسور دو فضای $\mathbb{C}^2$است. از این رو:

$$U_{NOT_2} = U_{NOT} \otimes U_{NOT} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} & 1\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ 1\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} & 0\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

نمایش یک گیت NOT به صورت زیر است:

$$-\boxed{X}-$$

با اعمال گیت دوکیوبیتی NOT به یک سیستم دو کیوبیتی نظیر $|\Psi\rangle = \alpha|00\rangle + \beta|01\rangle + \gamma|10\rangle + \delta|11\rangle$ خواهیم داشت:

$$\boldsymbol{U_{NOT_2}}|\Psi\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta \\ \gamma \\ \beta \\ \alpha \end{pmatrix}$$

گیت CNOT

گیت کوانتومی CNOT[8]، به عنوان گیت منطقی نیز یاد می‌شود. این گیت کوانتومی معادل گیت NOT کلاسیک می‌باشد. به‌طور معمول، برای اعمال اثر این گیت کوانتومی نیاز به دو کیوبیت داریم. این گیت کوانتومی فقط و فقط در مواقعی که «کیوبیت کنترل[9]» دارای مقدار $|1\rangle$ باشد، باعث تغییر وضعیت «کیوبیت هدف[10]» می‌شود.

کیوبیت کنترلی: کیوبیتی است که عملکرد کیوبیت دیگری به نام کیوبیت هدف را کنترل می کند. کیوبیت کنترل تعیین می کند که آیا کیوبیت هدف برگردانده شود یا خیر. اگر کیوبیت کنترل در حالت $|0\rangle$ باشد، کیوبیت هدف بدون تغییر باقی می‌ماند. اگر کیوبیت کنترل در حالت $|1\rangle$ باشد، کیوبیت هدف

[8] gate controlled-X or gate controlled-NOT
[9] Qubit Controled
[10] Qubit Target

برگردانده می شود.

کیوبیت هدف: همان کیوبیتی است که توسط کیوبیت کنترل بر روی آن عمل می شود. بسته به وضعیت کیوبیت کنترل، کیوبیت هدف را می توان برگرداند یا بی‌تغییر رها کند.

$$U_{CNOT}|ab\rangle = |aa\oplus\rangle b$$

$|ab\rangle$ چیست؟ این یک بردار در فضای $\mathbb{C}^4$ و a و b دارای مقدار ۰ یا ۱ هستند. $|ab\rangle$ می تواند هر یک از حالت های پایه(یعنی $|11\rangle, |10\rangle, |01\rangle, |00\rangle$) باشد.

این معادله به ما می گوید؛ که پس از اعمال گیت CNOT به یکی از پایه‌ها، آن حالت به حالت پایه دیگری تبدیل خواهد شد. که این حالت برابر $|a\ a\oplus b\rangle$ می‌باشد. به‌طوری که:

$$|a\ a\oplus b\rangle = |a\rangle \otimes |a\oplus b\rangle$$

بعد از عمل، عدد اول همچنان a است، اما عدد دوم به $a\oplus b$ تبدیل می شود، جایی که $\oplus$ عملیات منطقی کلاسیک انحصاری یا (XOR) است. توجه کنید که:

$$0\oplus 0 = 0$$
$$0\oplus 1 = 1$$
$$1\oplus 0 = 1$$
$$1\oplus 1 = 0$$

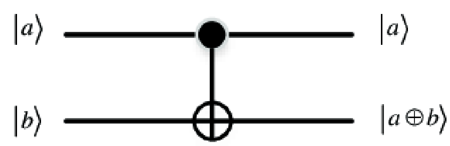
$$U_{CNOT}|00\rangle = |0, 0\oplus 0\rangle = |0, 0\rangle = |00\rangle$$
$$U_{CNOT}|01\rangle = |0, 0\oplus 1\rangle = |0, 1\rangle = |01\rangle$$
$$U_{CNOT}|10\rangle = |1, 1\oplus 0\rangle = |1, 1\rangle = |11\rangle$$
$$U_{CNOT}|11\rangle = |1, 1\oplus 1\rangle = |1, 1\rangle = |10\rangle$$

خلاصه‌ای از عملکرد این عملگر به شرح زیر است:

$\|A$	$B\rangle$		$\|A$	$B \oplus A\rangle$
$\|control\rangle$	$\|target\rangle$	Effect CNOT Gate	$\|control\rangle$	$\|target\rangle$
$\|0\rangle$	$\|0\rangle$	$\Longrightarrow$	$\|0\rangle$	$\|0\rangle$
$\|0\rangle$	$\|1\rangle$	$\Longrightarrow$	$\|0\rangle$	$\|1\rangle$
$\|1\rangle$	$\|0\rangle$	$\Longrightarrow$	$\|1\rangle$	$\|1\rangle$
$\|1\rangle$	$\|1\rangle$	$\Longrightarrow$	$\|1\rangle$	$\|0\rangle$

نمایش ماتریسی این گیت کوانتومی به شکل زیر است:

$$CNOT = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



شکل ۱.۱: نمایش ماتریسی و نمایش گیت کوانتومی CNOT

در شکل بالا گیت CNOT در مدار کوانتومی به تصویر درآمده است. کیوبیت کنترل شده حالت $|a\rangle$ و کیوبیت هدف حالت $|b\rangle$ می‌باشد.

با اعمال این عملگر به حالت $|10\rangle$ داریم:

$$\text{CNOT}\,|10\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = |11\rangle$$

این فرآیند به صورت معکوس نیز قابل رخ دادن است:

$$\mathrm{CNOT}\,|11\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = |10\rangle$$

از این گیت کوانتومی، برای بسیاری مدارها و شبیه‌سازی‌های کوانتومی، از جمله تلپورت، درهمتنیدگی و ...،استفاده می‌شود.

گیت تغییر فاز

گیت تغییر فاز که به آن گیت P یا گیت فاز نیز می گویند، یک کیوبیت است. دروازه ای که فاز نسبی را بین دو بردار پایه جابجا می کند. به عنوان زیر تعریف شده است:

$$\boldsymbol{U_{PS,\phi}}|0\rangle = |0\rangle$$
$$\boldsymbol{U_{PS,\phi}}|1\rangle = e^{i\Phi}|1\rangle$$

که در آن Φ فاز و $e^{i\Phi}$ عامل فاز است. زمانی که گیت تغییر فاز بر حالت $\langle 0|$ اثرکند، هیچ تغییری حاصل نمی‌شود. اما با اعمال این گیت به بردار حالت $\langle 1|$، یک فاز اضافه به بردار افزوده خواهد شد. برای افزودن فاز اضافه باید یک عامل نظیر $e^{i\Phi}$ در بردارد حالت ضرب شود. برای درک بهتر مطلب باید به حالت ماتریسی این گیت رجوع کنیم.

نمایش ماتریسی گیت تغییر فاز

نمایش ماتریسی گیت تغییر فاز $\boldsymbol{U_{PS,\Phi}}$ به صورت زیر است:

$$\boldsymbol{U_{PS,\Phi}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\Phi} \end{pmatrix}$$

با استفاده از روابط بالا می‌توان به راحتی اثبات کرد:

$$U_{PS,\phi}|1\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\Phi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ e^{i\Phi} \end{pmatrix} = e^{i\Phi} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = e^{i\Phi}|1\rangle$$

گیت تغییر فاز در مدار و خصوصیات آن

درحالت کلی برای سیستم های تک کیوبیتی می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{U_{PS,\Phi}}|\Psi\rangle &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\Phi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \\ e^{i\Phi}\beta \end{pmatrix} \\ &= \alpha|0\rangle + e^{i\Phi}\beta|1\rangle \end{aligned}$$

در بردار اصلی، α و β اعداد مختلط می‌باشند؛ به همین دلیل این اعداد را می‌توان به به عنوان یک ضریب فاز معرفی کرد:

$$\alpha = e^{i\theta_1|\alpha|}, \beta = e^{i\theta_2|\beta|}$$

که در آن $\theta 1$ و $\theta 2$ به ترتیب فازهای α و β هستند.

بنابراین، اختلاف فاز آنها ۱? - ۲? است. با توجه به رفتارگیت تغییر فاز، تغییر فاز α صفر می‌باشد؛اما فاز ? به ? + ۲? تغییر می کند. بنابراین، خویشاوندان آنها فاز با ? تغییر می کند.

state basis second the to applied only is shift phase the why explains also This phase the in change no be will there both، to applied is it If meaningful. be to difference.

(۱ ۰ ۰ e iπ) = (۱ ۰ ۰ -۱) زیرا e iπ = cos π + i sin π = -۱.

این ماتریس پائولی σ_z می‌باشد؛ که به آن Z-gate نیز می گویند. گیت تغییر فاز، فاز نسبی $\langle vert0$و ۱?| را با ? تغییر می دهد. و به این ترتیب گیت Z فاز نسبی را با π تغییر می دهد.

۲.۳.۱ Swap gate

یک گیت SWAP اعداد را در حالت های پایه یک رجیستر ۲ کیوبیتی جابجا می کند. اگر فقط حالت های پایه را در نظر بگیریم، معادل مبادله حالات دو الکترون است. این گیت به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$U_{SWAP}|ab\rangle = |ba\rangle$$

که در آن a و b فقط اعداد کیوبیت اول و دوم در پایه هستند. a و b می‌توانند مقادیر ۰ و ۱ را اتخاذ کنند. بنابرین می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} U_{SWAP}|00\rangle &= |00\rangle \\ U_{SWAP}|01\rangle &= |10\rangle \\ U_{SWAP}|10\rangle &= |01\rangle \\ U_{SWAP}|11\rangle &= |11\rangle \end{aligned}$$

بنابراین، تنها $\langle 01|$ و $\langle 10|$ تحت SWAP (به یکدیگر) تغییر می کنند. اعمال این گیت برای حالات $\langle 00|$ و $\langle 11|$، بدون اثر است؛ زیرا "۰" و "۰" یا "۱" و "۱" تعویض می‌شوند؛ که پیامد خاصی در پی ندارد.

نمایش ماتریسی گیت swap

نمایش ماتریسی U_{SWAP} به شکل زیر است:

$$U_{SWAP} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

از آنجایی که این یک گیت ۲ کیوبیتی برای عملیات است یک بردار در فضای چهار بعدی [4]، ماتریس (اپراتور) باید ۴ × ۴ باشد. علاوه بر این، فقط حالت پایه دوم و سوم را جابجا می کند. بنابراین، تنها ردیف دوم و سوم با ماتریس یکه متفاوت هستند. به طور مثال:

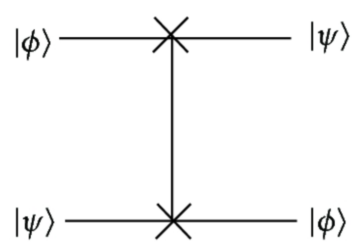
$$U_{SWAP}|10\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = |01\rangle$$

این رابطه بصورت معکوس نیز برقرارست.

گیت swap در مدار و خصوصیات آن

به طور کلی، برای یک بردار ۲ کیوبیتی، نظیر $|\Psi\rangle = \alpha|00\rangle + \gamma|01\rangle + \beta|10\rangle + \delta|11\rangle$ داریم:

$$\boldsymbol{U_{SWAP}}|\Psi\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \gamma \\ \beta \\ \delta \end{pmatrix}$$
$$= \alpha|00\rangle + \gamma|01\rangle + \beta|10\rangle + \delta|11\rangle$$



شکل ۲.۱: نمایش گیت کوانتومی SWAP

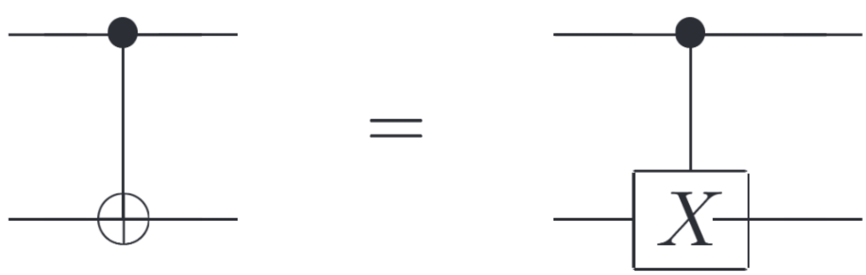
همانطور که انتظار می رود، ضرایب حالت های پایه دوم و سوم با هم مبادله می شوند.

۴.۱ مدارهای کوانتومی

مدارهای کوانتومی[۱۱]، یک دسته از گیت های کوانتومی،که با یک توالی بخصوص قرار گرفته اند، می‌باشند. این کیوبیت ها، با توالی یاد شده، روی یک یا چند دسته کیوبیت، اثر داده می‌شوند.

مدارهای کوانتومی، یکی از اولین مفهوم‌های بکاررفته برای تعریف کامپیوترهای کوانتومی می‌باشند. برای تعریف و شبیه‌سازی هریک از پدیده‌ها و الگوریتم‌های کوانتومی، نیاز به پیاده‌سازی یک مدار به‌خصوص داریم.

مدارهای کوانتومی یک ابزار قدرتمند برای محاسبات کوانتومی هستند. آنها می توانند برای پیاده سازی طیف گسترده ای از الگوریتم های کوانتومی، از جمله الگوریتم شاور برای رمزگشایی اعداد صحیح و الگوریتم گروور برای جستجوی پایگاه داده های بدون ترتیب استفاده شوند.

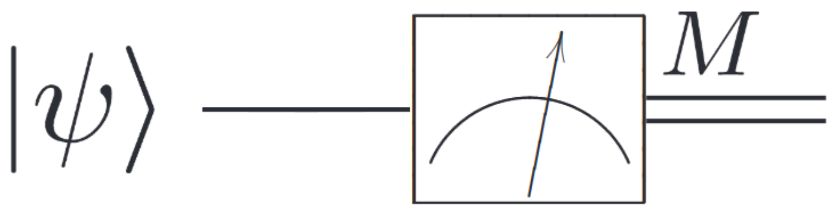


شکل ۳.۱: نمایش‌های مختلف گیت CNOT در مدار کوانتومی

یکی دیگر از عملگرهای مهم در مدار کوانتومی، عملگر اندازه‌گیری است. که در شکل زیر نشان داده شده است. همانطور که پیش از این بیان شد؛ در بردار حالت $|\Psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ هنگام مشاهده به یک حالت کلاسیکی رمبش می‌کند؛احتمال اینکه به حالت $\langle 0|$رمبش کند، $|\alpha|^2$، و احتمال اینکه به حالت $\langle 1|$ رمبش کند، $|\beta|^2$، می‌باشد.

مدارهای کوانتومی مدلی بسیار سودمند برای شبیه‌سازی فرآیندهای کوانتومی است. این فرآیندها محدود به عملیات‌های محاسباتی نخواهد شد؛ بلکه در اغلب حوزه‌ها اعم از ارتباطات، اختلالات کوانتومی[۱۲] و ... بکارخواهدرفت.

---
[۱۱] circuit quantum
[۱۲] noise quantum



شکل ۴.۱: نمایش‌های مختلف گیت CNOT در مدار کوانتومی

شباهت ها و تفاوت های مدارهای کلاسیک و کوانتومی

مدارهای کوانتومی مشابه مدارهای کلاسیک هستند، اما از دروازه های کوانتومی به جای دروازه های منطقی کلاسیک استفاده می کنند. دروازه های کوانتومی عملیات قابل برگشت هستند که می توانند برای دستکاری حالت کوانتومی یک کیوبیت استفاده شوند.

شباهت ها

- هر دو مدار کوانتومی و کلاسیک از یک دنباله عملیاتی تشکیل شده اند که به یک مجموعه داده اعمال می شوند.
- هر دو مدار را می توان به صورت گرافیکی با نماد مشابهی نشان داد.
- هر دو مدار می توانند برای پیاده سازی الگوریتم ها استفاده شوند.

تفاوت ها

- مدارهای کوانتومی از کیوبیت ها، که معادل کوانتومی مفهوم بیت هستند، به عنوان واحد پایه داده خود استفاده می کنند.
- مدارهای کلاسیک از بیت ها ، که بیت های کلاسیک هستند ، به عنوان واحد پایه داده خود استفاده می کنند.
- مدارهای کوانتومی از دروازه های کوانتومی ، که عملیات قابل برگشت هستند ، به عنوان عملیات پایه خود استفاده می کنند.
- مدارهای کلاسیک از دروازه های منطقی ، که عملیات برگشت ناپذیر هستند ، به عنوان عملیات پایه خود استفاده می کنند.

- مدارهای کوانتومی می توانند خواص مکانیک کوانتوم را ، مانند برهمنهی و درهمتنیدگی ، برای انجام کارهایی که برای رایانه های کلاسیک غیرممکن است ، بهره مند شوند.

ویژگی	مدار کوانتومی	مدار کلاسیک
واحد پایه داده	کیوبیت	بیت
عملیات پایه	دروازه های کوانتومی	دروازه های منطقی
برگشت پذیری	قابل برگشت	برگشت ناپذیر

جدول ۱.۱: شباهت‌ها و تفاوت های مدارهای کلاسیک و کوانتومی

اجزای مدارهای کوانتومی و سایز آن

اندازه مدار کوانتومی اندازه یک مدار کوانتومی تعداد دروازه های موجود در مدار است. پیچیدگی یک الگوریتم کوانتومی اغلب با اندازه مدار کوانتومی مورد نیاز برای پیاده سازی آن اندازه گیری می شود.

کیوبیت کیوبیت ها واحد پایه اطلاعات در محاسبات کوانتومی هستند. آنها می توانند در یک برهنهی کوانتومی از دو حالت ، ۰ و ۱ باشند. این بدان معنی است که یک کیوبیت می تواند هم ۰ و هم ۱ باشد ، که یک ویژگی به نام برهمنی کوانتومی است. کیوبیت ها همچنین می توانند به هم متصل شوند ، که به این معنی است که حالت یک کیوبیت به حالت کیوبیت دیگر وابسته است.

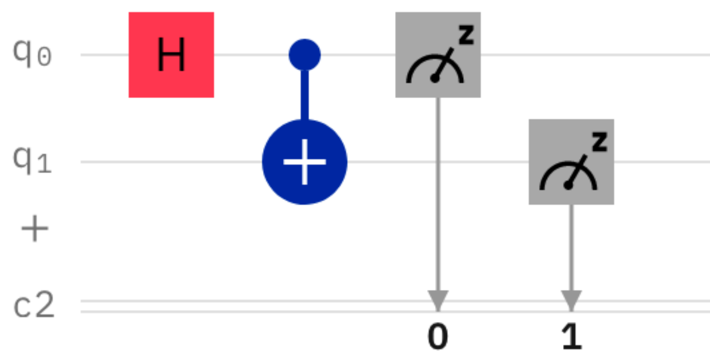
دروازه دروازه ها عملیاتی هستند که روی کیوبیت ها اعمال می شوند. آنها می توانند برای ایجاد برهمنهی ، انجام چرخش ها و درهم تنیدگی کیوبیت ها استفاده شوند. انواع مختلفی از دروازه ها وجود دارد ، اما برخی از رایج ترین آنها شامل گیت هادامارد ، گیت CNOT و گیت توفولی است.

عملیات عملیات اقداماتی هستند که روی کیوبیت ها انجام می شوند. آنها می توانند اندازه گیری ها یا سایر اقدامات باشند. اندازه گیری ها برای رمبش حالت کوانتومی یک کیوبیت به یک مقدار قطعی ، ۰ یا ۱ استفاده می شود.

اجزای اساسی یک مدار کوانتومی کیوبیت ها ، دروازه ها و عملیات هستند. این اجزا برای ایجاد الگوریتم های کوانتومی استفاده می شوند که الگوریتم هایی هستند که فقط می توانند روی یک رایانه کوانتومی اجرا شوند. مدارهای کوانتومی یک ابزار قدرتمند برای محاسبات کوانتومی هستند و پتانسیل انقلابی در بسیاری از زمینه های مختلف ، از جمله رمزنگاری ، شیمی و یادگیری ماشین را دارند.

۱.۴.۱ نحوه‌ی نمایش مدارهای کوانتومی

مدارهای کوانتومی با استفاده از نماد گرافیکی مشابه نمودارهای مدار استفاده شده در محاسبات کلاسیک نوشته می شوند. محور افقی یک مدار کوانتومی زمان را نشان می دهد و محور عمودی کیوبیت ها را نشان می دهد. دروازه ها توسط جعبه ها نشان داده می شوند و خطوط بین جعبه ها نشان دهنده ارتباطات بین کیوبیت ها است.



شکل ۵.۱: مدارکوانتومی شبیه‌سازی شده برای آزمایش درهمتنیدگی

فصل ۲

برنامه‌نویسی کوانتومی

برنامه نویسی کوانتومی فرآیند طراحی و پیاده‌سازی دنباله هایی از دستورالعمل هایی موسوم مدارهای کوانتومی می‌باشد، با استفاده از گیت ها، سوئیچ ها و عملگرها برای دستکاری وضعیت کوانتومی یک کیوبیت به پردازش مسائل می‌پردازیم.

مدارهای کوانتومی یک نمایش گرافیکی از الگوریتم های کوانتومی هستند، این الگوریتم هایی فقط روی یک کامپیوتر کوانتومی قابل اجرا هستند.

برنامه نویسی کوانتومی یک زمینه نسبتاً جدید است و تعدادی زبان برنامه نویسی کوانتومی مختلف در دسترس است. برخی از محبوب ترین زبان های برنامه نویسی کوانتومی عبارتند از Qiskit، Cirq و Quil.

برنامه نویسی کوانتومی یک زمینه پیچیده و چالش برانگیز است، اما این پتانسیل را دارد که در بسیاری از زمینه های مختلف از جمله رمزنگاری، شیمی و یادگیری ماشین انقلابی ایجاد کند. با قدرتمندتر شدن کامپیوترهای کوانتومی، برنامه نویسی کوانتومی اهمیت فزاینده ای پیدا خواهد کرد.

۱.۲ کامپیوترهای کوانتومی در مقابل کامپیوترهای کلاسیک

کامپیوترهای کوانتومی و کامپیوترهای کلاسیک دو نوع بسیار متفاوت از رایانه هستند. کامپیوترهای کوانتومی از بیت‌های کوانتومی (کیوبیت‌ها) برای ذخیره اطلاعات استفاده می‌کنند، در حالی که کامپیوترهای کلاسیک از بیت‌ها استفاده می‌کنند. کیوبیت‌ها می‌توانند در حالت برهم‌نهی دو حالت، ۰ و ۱، به‌طور همزمان باشند، در حالی که بیت‌ها فقط می‌توانند در یک حالت به‌طور همزمان باشند. این تفاوت در نحوه ذخیره اطلاعات امکان محاسباتی را برای کامپیوترهای کوانتومی فراهم می‌کند که برای کامپیوترهای

کلاسیک غیرممکن است.

علاوه بر تفاوت در نحوه ذخیره اطلاعات، کامپیوترهای کوانتومی و کلاسیک در نحوه انجام محاسبات نیز متفاوت هستند. کامپیوترهای کوانتومی از مکانیک کوانتوم برای انجام محاسبات استفاده می‌کنند، در حالی که کامپیوترهای کلاسیک از منطق بولی استفاده می‌کنند. این تفاوت در نحوه انجام محاسبات نیز به کامپیوترهای کوانتومی امکان می‌دهد تا برای برخی از وظایف، محاسباتی را بسیار سریع‌تر از کامپیوترهای کلاسیک انجام دهند.

کاربردهای بالقوه کامپیوترهای کوانتومی بسیار گسترده است. آنها می‌توانند برای رمزگشایی روش‌های رمزنگاری فعلی، شبیه‌سازی مولکول‌ها و آموزش مدل‌های یادگیری ماشینی که بسیار دقیق‌تر از مدل‌های فعلی هستند، استفاده شوند. کامپیوترهای کوانتومی هنوز در مراحل اولیه توسعه هستند، اما پتانسیل تغییر جهان را دارند. هنگامی که کامپیوترهای کوانتومی قدرتمندتر شوند، قادر به حل مشکلاتی خواهند بود که برای کامپیوترهای کلاسیک در حال حاضر غیرممکن است.

برخی از مثال‌های خاص از نحوه استفاده از کامپیوترهای کوانتومی:

رمزنگاری : کامپیوترهای کوانتومی می‌توانند برای رمزگشایی روش‌های رمزنگاری فعلی استفاده شوند، که تأثیر عمده‌ای بر امنیت آنلاین خواهد داشت.

شبیه‌سازی مواد در علم شیمی :کامپیوترهای کوانتومی می‌توانند برای شبیه‌سازی مولکول‌ها استفاده شوند، که می‌تواند به دانشمندان در توسعه داروها و مواد جدید کمک کند.

یادگیری ماشینی : کامپیوترهای کوانتومی می‌توانند برای آموزش مدل‌های یادگیری ماشینی که بسیار دقیق‌تر از مدل‌های فعلی هستند، استفاده شوند.

آینده محاسبات کوانتومی بسیار روشن است. هنگامی که کامپیوترهای کوانتومی قدرتمندتر شوند، قادر به حل مشکلاتی خواهند بود که برای کامپیوترهای کلاسیک در حال حاضر غیرممکن است. این می‌تواند منجر به پیشرفت‌های عمده در بسیاری از زمینه‌های مختلف شود.

۲.۲ شبیه‌سازی کلاسیک در مقابل کامپیوتر کوانتومی

بسیاری از مسائل کوانتومی و بسیاری از الگوریتم‌های کوانتومی قابل شبیه‌سازی روی کامپیوترهای کوانتومی می‌باشند. بنابرین یک سوال به‌واقع مهم مطرح می‌شود: **چرا به یک کامپیوتر کوانتومی نیاز داریم؟**

در هنگام محاسبات کوانتومی، کامپیوترهای کلاسیک دارای محدودیت‌هایی هستند. به طور مشابه کامپیوترهای کوانتومی نیز دارای معایبی هستند؛ که قابل بحث و بررسی هستند. دراین بخش به این مزایا و معایب هرکدام از کامپیوترها می‌پردازیم و در ادامه به اهداف تعریف شده برای کامپیوترهای کوانتومی می‌پردازیم.

۱.۲.۲ تفاوت کامپیوترهای کوانتومی و شبیه‌سازهای کلاسیک

همانطور که در بخش‌های قبلی گفته شد؛ کامپیوترهای کوانتومی با استفاده از کیوبیت‌ها تعریف می‌شوند. یک کیوبیت به صورت یک ترکیب خطی از حالت $\langle 0|$ و $\langle 1|$ تعریف می‌شود:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

هریک از حالات داخل رابطه‌ی بالا به صورت یک ماتریس قابل تعریف هستند. به طور مشابه هریک از عملگر های کوانتمی را می‌توان به صورت یک ماتریس تعریف کرد. ماتریس‌هایی مشابه ماتریس پائولی یا در مقیاس‌های بالاتر ماتریس فردکین که برای سه کیوبیت تعریف می‌شود؛ و محاسبات را سریع می‌سازد.

از طرفی دیگر تعداد محاسبات در مدارهای کلاسیک به تعداد حالات مسأله بستگی دارد. در محاسبات کلاسیک هرچه تعداد حالات بالاتر برود؛ پیچیدگی محاسبات بالاترمی‌رود و حتی اغلب با حالت نمایی رشد می‌کنند. این درحالیست که در محاسبات کوانتومی هر یک حالات مختلف مسأله به یک دنیای موازی کوانتومی شیفت داده می‌شود و از این طریق محاسبات به زمان و منابع کمتری نیاز دارد.

مهم‌ترین عامل در سطح پیچیدگی محاسبات کوانتومی همدوسی می‌باشد. همدوسی در محاسبات کوانتومی اصلی ترین منبع خطا در این سیستم ها است. کیوبیت ها بسیار به محیط خود هستند و می توانند به راحتی توسط تعامل با فوتون ها، الکترون ها و سایر ذرات با آن‌ها دچار ناهمدوسی شوند. این می تواند باعث شود که کیوبیت ها خواص کوانتومی خود را مانند برهمنهی کوانتومی و درهمتنیدگی که برای انجام محاسبات کوانتومی ضروری هستند، از دست بدهند.

ناهمدوسی می‌تواند به دلایل مختلفی ایجاد شود:

دما کیوبیت ها در دماهای بالاتر مستعد دکوراسیون هستند. این به این دلیل است که هرچه دما بالاتر باشد، کیوبیت ها انرژی بیشتری دارند و بیشتر احتمال دارد با محیط خود تعامل داشته باشند.

برخورد کیوبیت ها همچنین می توانند توسط ارتعاشات دکور شوند. این به این دلیل است که ارتعاشات می توانند باعث حرکت کیوبیت ها شوند، که می تواند حالت های کوانتومی آنها را مختل کند.

تابش الکترومغناطیسی کیوبیت ها می توانند توسط تابش الکترومغناطیسی، مانند نور و امواج رادیویی، دکور شوند. این به این دلیل است که تابش الکترومغناطیسی می تواند با الکترون های کیوبیت ها تعامل داشته باشد و باعث از دست رفتن خواص کوانتومی آنها شود.

ناهمدوسی یک مانع بزرگ برای توسعه ابررایانه های کوانتومی است. برای ساخت یک رایانه کوانتومی عملی، باید راه هایی برای کاهش ناهمدوسی پیدا کرد. این یک مشکل بزرگ ولی قابل حل است؛ اما تعدادی از مسیرهای تحقیقاتی امیدوار کننده وجود دارد، مانند:

سردسازی کیوبیت‌ها این می تواند انرژی کیوبیت ها را کاهش دهد و آنها را کمتر مستعد تعامل با محیط خود کند.

استفاده از مواد با همدوسی بالا برخی از مواد، مانند ابررساناها، زمان های همدوسی بسیار طولانی دارند که آنها را برای استفاده در رایانه های کوانتومی بسیار مناسب می کند.

توسعه‌ی الگوریتم‌های جایگزین برای تصحیح خطای کوانتومی الگوریتم های تصحیح خطا کوانتومی می توانند برای تشخیص و تصحیح خطاهایی که توسط ناهمدوسی ایجاد می شوند استفاده شوند.

۳.۲ شبیه‌سازی کلاسیک

حال که به اهمیت مسأله‌ی همدوسی در حل محاسبات پی بردیم لازم‌است به نارسایی کامپیوترهای کلاسیک در برخورد با این مفهوم بپردازیم:

عکس از چنل یوتیب بذار و کدها رو باهم مقایسه کن.

۴.۲ کامپیوترکوانتومی IBM و زبان برنامه‌نویسی QisKit

۱.۴.۲ معرفی QisKit

یک زبان برنامه‌نویسی کوانتومی است. این زبان دارای مشابهت‌های زیادی با زبان پایتون می‌باشد. دو دلیل عمده برای این شباهت وجود دارد. ۱. این زبان براساس زبان پایتون و برخی کتابخانه‌های آن ساخته شده است. ۲. جامعه دانشمندان کوانتوم و به‌طور کلی فیزیکدانان از سابق برای انجام شبیه‌سازی‌های خود از زبان پایتون استفاده می‌کنند و پایتون نیز کتابخانه‌هاي بسیار کارآمدی - نظیر نامپای[۱] ، پانداس[۲] ، سایپای[۳] و .. - ارائه کرده است.

۲.۴.۲ کدنویسی به زبان QisKit

برای کدنویسی به زبان QisKit می‌توان از محیط Jupyter notebook استفاده کرد. پس از نصب Qiskit برای فرخواندن این کتابخانه به راحتی می‌توان نوشت:

```
import qiskit
```

هدف از برنامه نویسی کوانتومی پیاده‌سازی مسائل کوانتومی روی کامپیوترکوانتومی واقعی است. بدین منظور ابتدا یک شبیه سازی روی سیستم خود انجام داده و سپس کد خود را به کامپیوترکوانتومی IBM ارسال می‌کنیم.بدین منظور می‌بایست یک حساب کاربری در سایت مرتبط به کامپیوتر کوانتومی IBM ایجاد کنیم.

۳.۴.۲ قواعد نوشتاری و ساختار داده

هرزبان برنامه نویسی دارای ساختار داده و دستورات نگارشی مخصوص به‌خود است؛ QisKit نیز از این قاعده مستثنی نیست. بدین دلیل در ادامه به اختصار به معرفی برخی دستورات این زبان می‌پردازیم. باید خاطر نشان کرد که این متن براساس QisKit نسخه‌ی ۰.۴۴.۰ نوشته شده‌است.

هدف نهایی این برنامه‌ها، پیاده‌سازی یک مدار کوانتومی منتسب به یک مسئله‌ی خاص است. پس نیاز به تعریف و ایجاد کیوبیت داریم. برای تعریف کیوبیت از راه زیر استفاده می‌کنیم:

```
quantum_register = QuantumRegister(n)
```

که در آن n تعداد کیوبیت‌های داخل کوانتوم رجیستر مدنظر برنامه نویس است.

[۱] Numpy
[۲] Pandas
[۳] Scipy

```
classic_register = ClassicalRegister(n)
```

که در آن n تعداد بیت‌های داخل رجیستر کلاسیک مدنظر برنامه نویس است.

درنهایت می‌توان با قرار دادن این دو رجیسترایجاد شده، در یک مدار، یک مدار کوانتومی ایجاد کنیم:

```
circuit = QuantumCircuit(quantum_register, classic_register)
```

پس از ایجاد مدار می‌توان عملگرهای مدنظر خود نظیر هادامارد و CNOT و ... را روی بخش‌های مختلف مدار اثر داد. از طرفی می‌توان مدار ایجاد شده را به صورت یک تصویر به کاربر نشان داد.

۴.۴.۲ پیاده‌سازی گیت‌های کوانتومی

برای اعمال یک گیت کوانتومی روی اجزای یک مدار کوانتومی،ابتدا باید نام مدار کوانتومی را نوشت؛ سپس نام گیت کوانتومی را نوشت؛ سپس نام کیوبیت یا بیت مدنظر را نوشت:

```
circuit.gate_sing_inQisKit(Qubit_name, Bit_name)
```

در کد بالا به جای gate_sing_inQisKit() نام هر گیت کوانتومی مدنظر برنامه‌نویس می‌تواند باشد.

۵.۴.۲ تصویر سازی

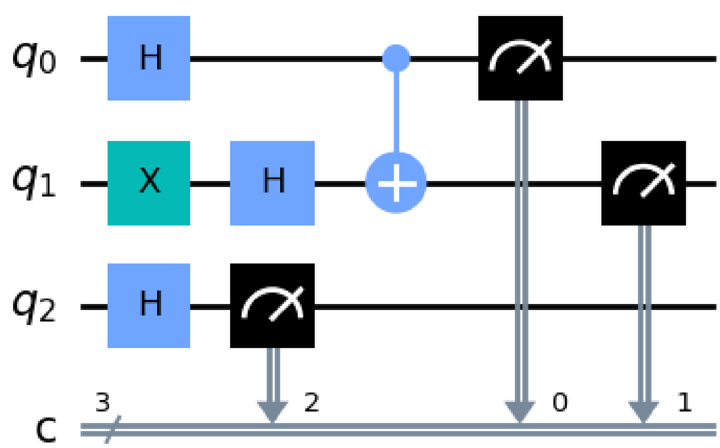
برای تصویر کردن وضعیت مدار کوانتومی می‌بایست از راه زیر استفاده کرد:

```
# to run commands and show diagram in a easier way.
%matplotlib inline

# draw circuit
circuit.draw()

# we can change look of diagram.
circuit.draw(output = "mpl")  # output = "mpl" is defining type of circuit output
```

درنهایت خروجی مشابه خروجی های زیر را می‌توان از این زبان برنامه نویسی دریافت کرد:



شکل ۱.۲: نمونه‌ای از خروجی Qiskit

فصل ۳

الگوریتم‌های کوانتومی

چه گونه‌ای از مسائل محاسباتی قابل اجرا با مدارهای کوانتومی می‌باشند؟ تفاوت و برتری مدارهای کوانتومی نسبت به مدارهای کلاسیک چیست؟ آیا می‌توان یک حوزه‌ی خاص را تعیین کرد؛ به گونه‌ای که عملکرد کامپیوترهای‌کوانتومی نسبت به کامپیوترهای کلاسیک مزیت داشته باشند؟

در این بخش می‌خواهیم به طور خلاصه این سوالات را پاسخ دهیم و توضیح دهیم چگونه می‌توان از کامپیوترهای کوانتومی به شکلی سودمند استفاده کنیم.

۱.۳ موازی سازی کوانتومی

موازی‌سازی کوانتومی[۱]، پایه‌واساس بسیاری از الگوریتم‌های کوانتومی است. با گذار یک حالت کوانتومی به حالت برهمنهی کوانتومی، درحین محاسبات کوانتومی یک تابع نظیر f(x)، می‌تواند مقادیر مختلف x را به طور همزمان بررسی کند. این درحالیست که در محاسبات کلاسیک به دلیل ماهیت بیت‌های اطلاعات، تابع f(x) فقط می‌تواند یکی از مقادیر مجاز برای x را بررسی کند.

فرض کنید تابع f ،یک تابع تک‌ـ کیوبیت، به صورت زیر تعریف شده است:

$$f(x) : \{0, 1\} \to \{0, 1\}$$

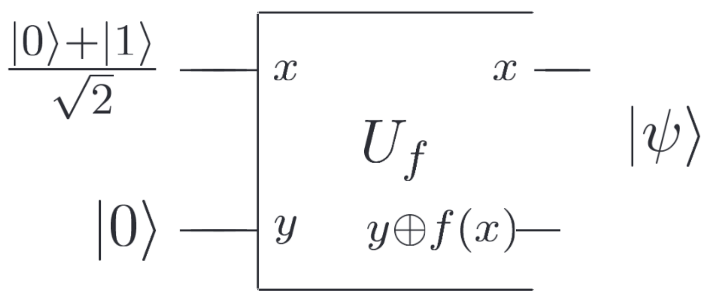
روش مناسب برای محاسبه این تابع در یک کامپیوتر کوانتومی، با در نظر گرفتن دو کیوبیت که در حالت $|x, y\rangle$شروع می شود. با یک توالی مناسب از گیت های منطقی می توان این حالت را به

[۱] parallelism Quantum

$|f(x) \oplus x, y\rangle$ تبدیل کرد که در آن $\oplus$ بیانگر جمع مدوله با پایه۲ می‌باشد.
۲

هریک از دسته‌های کیوبیت، **رجیستر کوانتومی** نامیده‌می‌شوند. اولین رجیستر، «رجیستر داده» و دومین رجیستر «رجیستر هدف» نامیده می‌شود.
ازین پس در این بخش به عامل گذار $|x, y\rangle \rightarrow |x, y \oplus f(x)\rangle$، عنوان «تابع U_f» را اطلاق خواهیم کرد. لازم به ذکرست که این تبدیل، یک تبدیل یکه به شمار می‌آید.[۳]

اگر $y = 0$ آنگاه مقدار دومین کیوبیت بعد از اعمال تابع U_f برابر با مقدار f(x) خواهد بود.



شکل ۱.۳: مدار کوانتومی برای ارزیابی $f(0)$ و $f(1)$ به طور همزمان. Uf مدار کوانتومی است که ورودی هایی مانند $|x, y\rangle$ را به $|x, y \oplus f(x)\rangle \rightarrow |x, y\rangle$، تصویر می‌کند.

در شکل بالا مقادیر ورودی داده شده به تابع U_f در پایه‌های محاسباتی قرار ندارند. رجیستر داده در حالت برهمنهی قرار دارد. این حالت برهمنهی را می‌توان با اعمال گیت هادامارد بر حالت کوانتومی $|0\rangle$

[۲] ex- For .۲ by division a of remainder the returns that operation mathematical a is ۲ Modulo
.۱ of remainder a and ۲ of quotient a has ۲ by divided ۵ because ،۱ is ۲ mod ۵ ample،
would "۳ □ ۵" expression the So، .۲ modulo addition indicate to used often is "□" symbol The
follows: as evaluated be
a and ۴ of quotient a has ۲ by divided ۸ because is This ۰ = ۲ mod ۸ = ۲ mod (۳ + ۵) = ۳ □ ۵
.۰ of remainder
cryptography، including mathematics، of areas different many in operation useful a is ۲ Modulo
checking when example، for life، everyday in used also is It theory. number and science، computer
odd. or even is number a whether
:۲ modulo of examples other some are Here
۱ = ۲ mod ۵ ۰ = ۲ mod ۴ ۱ = ۲ mod ۳ ۰ = ۲ mod ۲ ۱ = ۲ mod ۱

[۳] اثبات این مطلب از حوصله‌ی بحث خارج است.

ایجاد کرد. پس از ایجاد این حالت، تابع U_f را به حالت جدید اعمال می‌کنیم:

$$\frac{|0,f(0)\rangle+|1,f(1)\rangle}{\sqrt{2}}$$

این یک حالت استثنایی است! جملات مختلف کسر بالا حاوی اطلاعاتی در مورد f (۰) وf (۱) می‌باشند؛ به‌نحوی که انگار f (x) را برای دو مقدار x به طور همزمان ارزیابی کرده ایم، این ویژگی به "موازی سازی کوانتومی" موسوم می‌باشد. بر خلاف موازی سازی کلاسیک، که در آن هر یک مدارهای متعددی دارند ساخته شده برای محاسبه f (x) به طور همزمان اجرا می شوند، در اینجا برای ارزیابی تابع برای چندین مقدار x به طور همزمان، یک مدار f (x) (با قابلیت برهمنهی کوانتومی)استفاده می شود.

این فرآیند را می توان به راحتی با استفاده از یک عمل کلی به نام تبدیل هادامارد، به توابعی با تعداد بیت دلخواه تعمیم داد. این عمل فقط تعداد n گیت هادامارد است که به طور موازی روی n کیوبیت عمل می کنند.

برای مثال در شکل زیر؛ دو کیوبیت در حالت $|0\rangle$ آماده شده‌اند. پس از اعمال گیت‌های هادامارد بر روی این رجیستر به خروجی زیر خواهیم رسید:

$$\left(\frac{|0\rangle+|1\rangle}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{|0\rangle+|1\rangle}{\sqrt{2}}\right)=\frac{|00\rangle+|01\rangle+|10\rangle+|11\rangle}{\sqrt{2}}$$

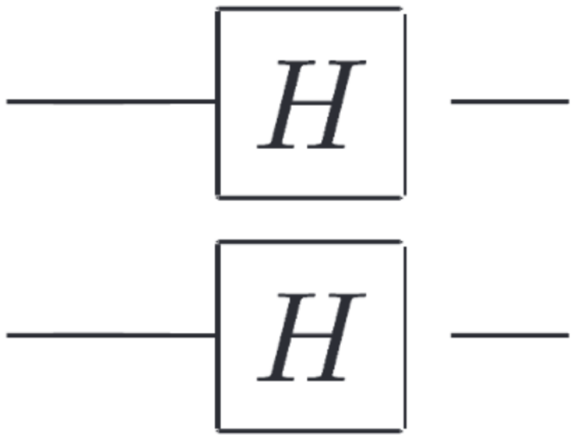
از نماد $H\otimes 2$ به عنوان نشانه‌ی عملکرد موازی دو گیت هادامارد استفاده می‌کنیم؛از علامت $\otimes$ به عنوان تانسور یاد می‌کنیم. به طور کلی نتایج اعمال موازی گیت هادامارد روی n کیوبیت روی حالت کوانتومی برابرست با:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\sum_x |x\rangle$$

در اینجا، $\sum$ نشان دهنده جمع بر روی همه مقادیر ممکن x است، و ما$H\otimes n$ را برای نشان دادن این عمل می نویسیم. اعمال تبدیل هادامارد روی یک بهمنهی کوانتومی برابر از همه حالت های محاسباتی تولید می کند؛ و با استفاده از فقط n گیت، یک برهمنهی از $2n$ حالت تولید می کند.

تبدیل هادامارد $H\otimes 2$ روی دو بیت کوانتومی پیاده می‌شود. ارزیابی موازی کوانتومی یک تابع $f(x)$ با ورودی n بیتی x و خروجی ۱ بیتی، به روش زیر قابل پیاده‌سازی می‌باشد:

۱. ابتدا حالت $n+1$ کیوبیت $|0\rangle^{\otimes n}|0\rangle$ را آماده کنید،



شکل ۲.۳: اعمال تبدیل هادامارد $\mathrm{H}\otimes n$روی دو کیوبیت

۲. سپس تبدیل هادامارد را به n کیوبیت اول و به دنبال آن مدار کوانتومی اعمال کنید.

۳. اعمال تابع U_f به کیوبیت‌هایی که در حالت برهمنهی قرار دارند.

درنهایت حالت زیر تولید می‌شود:
(x)□ ۱√۲n∑x|x□|f

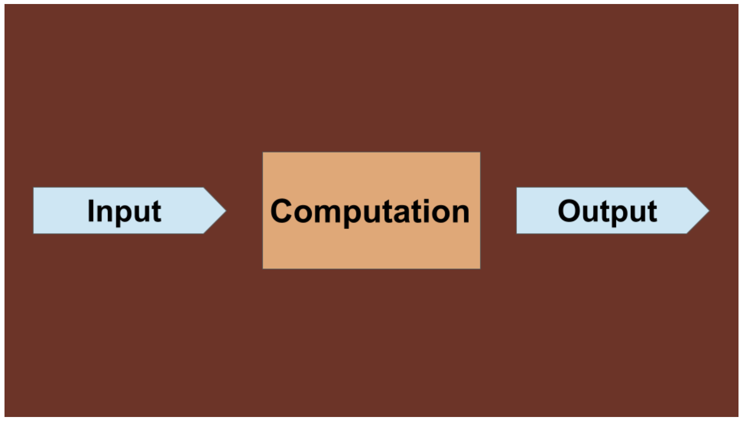
$$\frac{1}{\sqrt{2^n}}\sum_x |x\rangle|f(x)\rangle$$

به طور کلی موازی‌سازی کوانتومی امکان ارزیابی همزمان همه مقادیر ممکن تابع f را فراهم می‌کند، حتی اگر ظاهراً فقط یک بار f را ارزیابی کرده باشیم. با این حال، این موازی‌سازی بلافاصله مفید نیست.

در مثال تک کیوبیتی ما، اندازه‌گیری حالت فقط $|0, f(0)\rangle$ یا $|1, f(1)\rangle$ را می‌دهد! به طور مشابه، در حالت کلی، اندازه‌گیری حالت ∑x ،|x f □(x) فقط$f(x)$ را برای یک مقدار x خاص می‌دهد. البته یک کامپیوتر کلاسیک می‌تواند این کار را به راحتی انجام دهد! محاسبات کوانتومی برای مفید بودن به چیزی بیش از موازی‌سازی کوانتومی نیاز دارد؛ به توانایی استخراج اطلاعات مربوط به بیش از یک مقدار f (x) از حالت‌های سوپرپوزیسیون مانند ∑x ،|x f □(x) نیاز دارد. در بخش های بعدی به مثال‌های خواهیم پرداخت که این مسائل را حل کند.
$\sum_x |x, f(x)\rangle$

۱.۱.۳ مدل محاسباتی استاندارد

پیش از بررسی مدل کوئری، مدل ساده و استاندارد محاسباتی را بررسی می‌کنیم. به تصویر زیر دقت کنید:



شکل ۳.۳: یک واحد محاسباتی که مقادیری را به عنوان ورودی گرفته، پردازش کرده و سپس مقدار/مقادیر خروجی را ارائه کرده است.

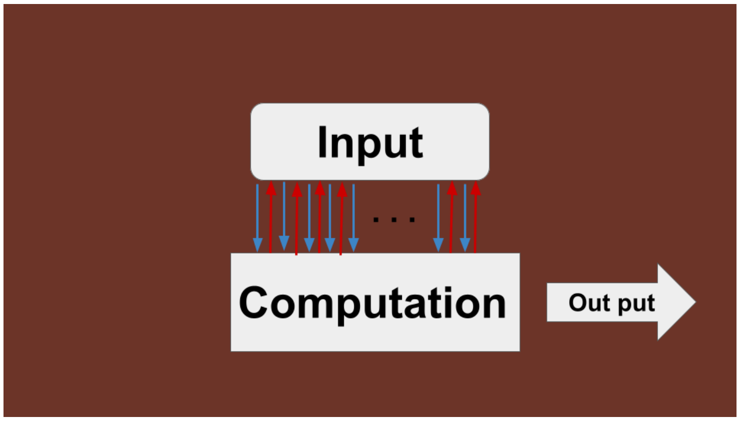
در تصویر بالا یک نمود ساده از کامپیوترهای امروزی ارائه شده است. در دنیای واقعی مقدار ورودی می‌تواند از هر منبعی تأمین شده باشد. با این وجود هدف ما بررسی منابع تولید ورودی نیست؛ بلکه هدف بررسی مقادیر ورودی (به صورت ایزوله) می‌باشد. می‌توان درنظر گرفت که ورودی داده شده و خروجی نهایی،هر دو در قالب یک رشته از اعداد باینری، ماتریس و یا هرقالب مدنظر کاربر باشند.

مهم‌ترین نکته درباره‌ی این واحد محاسباتی، **در دسترس بودن کل مقادیر ورودی برای واحد پردازش** است. به عبارت دیگر **واحد پردازش می‌تواند تمامی مقادیر ورودی را دریافت کرده و تشخیص** دهد.

۲.۳ مدل کوئری

در مدل کوئری، داده‌های ورودی توسط یک تابع تولید می‌شوند. واحد محاسباتی دسترسی به تابع تولیدورودی دارد و می‌تواند برای دریافت داده‌های جدید،از تابع یاد شده،درخواست کند.

در این مدل واحد محاسباتی دیگر داده‌ها را در قالب رشته‌ای از اطلاعات دردسترس ندارد؛ بلکه می‌تواند آن‌ها را از بخش input دریافت کند. در گاهی از مواقع به سیستم oracle،input یا جعبه‌ی سیاه می‌گویند. تابع Oracle یا جعبه‌ی سیاه یک سیستم است که ما به عنوان ناظر به سازوکار داخلی آن و تمامی اطلاعات آن دسترسی نداریم و فقط می‌توانیم مقادیر مجاز را به آن داده و مقادیر خروجی را



شکل ۴.۳: شکل بالا نمود مدل محاسباتی‌کوئری است. واحد محاسباتی برای دریافت داده‌های جدید نیاز به درخواست از تابع input دارد. خطوط قرمز و روبه‌بالا نشان از درخواست واحد محاسباتی و خطوط آبی روبه‌پایین نشان از پاسخ واحد inputمی‌باشد.

دریافت کنیم.

تابع oracle به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{cases} f : \sum^{n} = \sum^{m} \\ Which : m, n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

ما در این نظریه کوئری‌ها را می‌شماریم و وضعیت آن‌ها را بررسی می‌کنیم.

۳.۳ معرفی و پیاده سازی الگوریتم دوچ

۱.۳.۳ مسئله‌ی دوچ

الگوریتم Deutsch اولین و ساده‌ترین الگوریتم کوانتومی است. این الگوریتم برای اولین بار در سال ۱۹۸۵ در مقاله‌ای مطرح شد؛ که توسط دیوید دوچ[۴] نوشته شده‌بود. این الگوریتم نقطه‌ی شروعی برای اثبات برتری کامپیوترهای کوانتومی نسبت به کامپیوترهای کلاسیک است.

مسئله‌ی Deutsch یکی از ساده‌ترین مفاهیم ممکن را مطرح می‌کند. اگر یک تابع به فرم زیر تعریف شود:

---
[۴] Deutsch David

$$f : \sum \rightarrow \sum$$

هدف بررسی ثابت بودن یا متعادل[5] بودن تابع f است. به‌طور کلی، درساده‌ترین حالت، می‌توان چهار وضعیت را برای تابع $f : \sum \rightarrow \sum$ درنظر گرفت:

a	$f_1(a)$	a	$f_2(a)$	a	$f_3(a)$	a	$f_4(a)$
0	0	0	0	0	1	0	1
1	0	1	1	1	0	1	1

شکل ۵.۳:

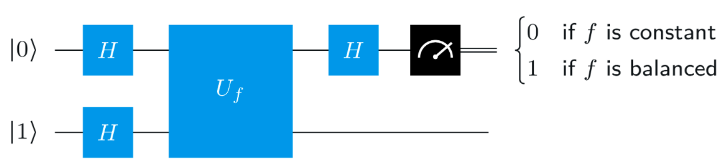
در شکل بالا توابع f 1 ، f 4 توابع ثابت و توابع f 2 و f 3 توابع متعادل هستند.

مسئله‌ی دوچ	
ورودی	$f : \sum \rightarrow \sum$
خروجی	صفر اگر تابع ثابت بود؛ یک اگر تابع متعادل بود.

در الگوریتم‌های کلاسیک برای حل این مسئله، حداقل دو حالت باید بررسی شود.

۲.۳.۳ الگوریتم دوچ

حال به بررسی الگوریتم دوچ می‌پردازیم. الگوریتمی که مسئله‌ی دوچ را با یک مدار کوانتومی حل می‌کند:



شکل ۶.۳:

[5] Constante or balanse.

یک تغییر ساده در مدار شکل ۳.۱ نشان می دهد که چگونه مدارهای کوانتومی می توانند با پیاده سازی الگوریتم Deutsch از مدارهای کلاسیک پیشی بگیرند[۶]. الگوریتم Deutsch ترکیبی از موازی سازی کوانتومی با خاصیتی از مکانیک کوانتوم به نام تداخل[۷] است. مشابه قبل،ابتدا از گیت هادامارد برای آماده سازی اولین کیوبیت به عنوان superposition ($\langle vert0$ + ۱|⍰)/۲√ استفاده کنیم، اما اکنون کیوبیت دوم y را با اعمال یک گیت هادامارد به حالت ۱|< به عنوان superposition ($\langle vert0$ - ۱|⍰)/۲√ آماده کنیم. به‌شکل زیر دقت کنید:

[۶] ما در واقع یک نسخه ساده شده و بهبود یافته از الگوریتم اصلی را ارائه می دهیم.

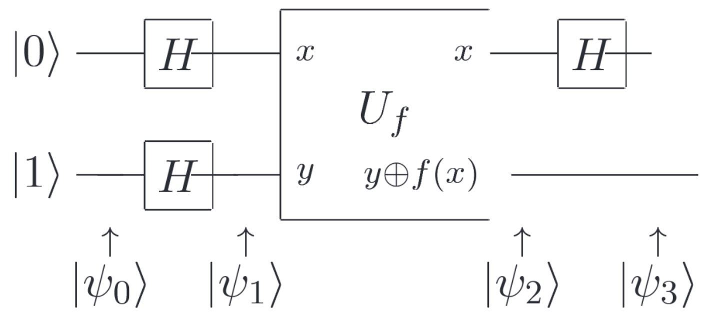
[۷] algorithm Deutsch the in used is Interference : algorithm deutsch in using is interference how that function a is function constant A functions. balanced and constant between distinguish to that function a is function balanced A input. its of regardless value، same the returns always half. other the for ۱ and inputs its of half for ۰ returns

first The states. of superposition a in qubits two preparing first by works algorithm Deutsch The qubit second The .$|1\rangle$ and $|0\rangle$ of superposition equal the is which ،⍰+| state the in prepared is qubit phases. opposite with $|1\rangle$ and $|0\rangle$ states the of superposition a is which |⍰⍰، state the in prepared is and gate Hadamard a includes that circuit quantum a through passed then are qubits two The CNOT the and ،$|1\rangle$ + $|0\rangle$ superposition the into ⍰+| transforms gate Hadamard The gate. CNOT a qubit. second the to qubit first the of state the copies gate

is qubit first the If measured. are qubits two the executed، been has circuit quantum the After to orthogonal is |⍰⍰ state the because is This constant. is f function the then ،$|0\rangle$ be to measured interfere. destructively will states two the between interference the so ،$|0\rangle$ state the

the because is This balanced. is f function the then ،$|1\rangle$ be to measured is qubit first the If constructively will states two the between interference the so ،$|1\rangle$ state the to parallel is |⍰⍰ state interfere.

solve to used be can interference quantum how of example simple a is algorithm Deutsch The distinguish can algorithm Deutsch the case، this In classically. solve to difficult is that problem a need would computer classical a while step، single a in functions balanced and constant between steps. of number exponential an take to



شکل ۷.۳: پیاده‌سازی مدارکوانتومی الگوریتم دوچ

حالت ورودی:

$$|\psi_0\rangle = |01\rangle$$

سیستم دو کیوبیتی تشکیل شده، پس از اعمال اثر دو گیت هادامارد می‌دهد:

$$|\psi_1\rangle = \left[\frac{|0\rangle+|1\rangle}{\sqrt{2}}\right]\left[\frac{|0\rangle-|1\rangle}{\sqrt{2}}\right]$$

با کمی تأمل می‌توان دریافت که اگر Uf را به حالت)⍰lx$vert0\rangle$ - |۱⍰)/√۲ اعمال کنیم، سپس به حالت f(۱-))⍰lx(x)$vert0\rangle$ - |۱⍰)/√۲ می رسیم. بنابرین اعمال Uf به ⍰۱⍰| ما را با یکی از دو امکان زیر مواجه می کند:

$$|\psi_2\rangle = \begin{cases} \pm\left[\frac{|0\rangle+|1\rangle}{\sqrt{2}}\right]\left[\frac{|0\rangle-|1\rangle}{\sqrt{2}}\right] & \text{if } f(0) = f(1) \\ \pm\left[\frac{|0\rangle-|1\rangle}{\sqrt{2}}\right]\left[\frac{|0\rangle-|1\rangle}{\sqrt{2}}\right] & \text{if } f(0) \neq f(1) \end{cases}$$

با اعمال آخرین گیت هادامارد روی کیوبیت اول به حالت زیر خواهیم رسید:

$$|\psi_3\rangle = \begin{cases} \pm|0\rangle\left[\frac{|0\rangle-|1\rangle}{\sqrt{2}}\right] & \text{if } f(0) = f(1) \\ \pm|1\rangle\left[\frac{|0\rangle-|1\rangle}{\sqrt{2}}\right] & \text{if } f(0) \neq f(1) \end{cases}$$

با درنظر گرفتن شرایط زیر می‌توان $|\psi_3\rangle$ را به شکل زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{cases} f(0) = f(1) \implies & f(0) \oplus f(1) = 0 \\ f(0) \neq f(1) \implies & f(0) \oplus f(1) = 1 \end{cases}$$

از این رو:

$$|\psi_3\rangle = \pm|f(0)\oplus f(1)\rangle\left[\frac{|0\rangle-|1\rangle}{\sqrt{2}}\right]$$

بنابراین با اندازه گیری کیوبیت اول می توانیم $f(0)\oplus f(1)$ را تعیین کنیم. واقعاً جالب است! مدار کوانتومی به ما توانایی تعیین یک ویژگی جهانی از $f(x)$، یعنی$f(0)\oplus f(1)$ را داده است، با استفاده از تنها یک ارزیابی از $f(x)$!این سریعتر از آن چیزی است که با یک دستگاه کلاسیک امکان‌پذیر است،یک دستگاه کلاسیک حداقل به دو ارزیابی نیاز دارد. این مثال تفاوت بین موازی‌سازی کوانتومی و الگوریتم‌های تصادفی کلاسیک را برجسته می‌کند. به سادگی، ممکن است تصور شود که حالت $|0\rangle|f(0)\rangle + |1\rangle|f(1)\rangle$ مطابقت نزدیکی با یک رایانه کلاسیک تصادفی دارد که هرکدام از حالات $f(0)$ یا$f(1)$ با احتمال $1/2$ اندازه‌گیری می‌کند. تفاوت این است که در یک رایانه کلاسیک این دو گزینه همیشه یکدیگر را حذف می‌کنند. در یک رایانه کوانتومی، امکان دارد که دو گزینه با یکدیگر تداخل داشته باشند تا برخی از خواص کلی تابع f را با استفاده از چیزی شبیه به گیت هادامارد برای بازترکیب گزینه‌های مختلف، مانند آنچه در الگوریتم دوچ انجام شد، به دست آورند. اساس طراحی بسیاری از الگوریتم‌های کوانتومی این است که یک انتخاب هوشمندانه از تابع و تبدیل نهایی اجازه می‌دهد تا اطلاعات جهانی مفیدی در مورد تابع تعیین شود - اطلاعاتی که نمی‌توان به سرعت در یک رایانه کلاسیک به دست آورد.

۴.۳ ساخت یک اوراکل کوانتومی

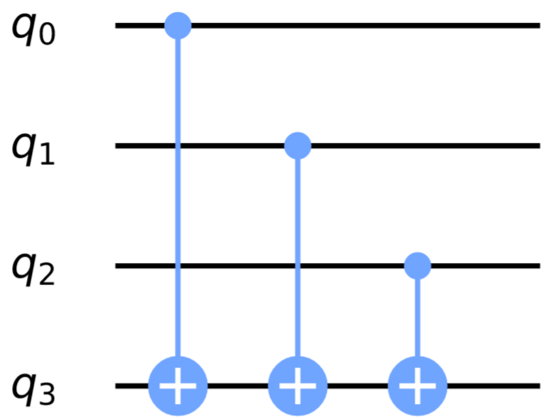
بیایید راه های مختلفی را ببینیم که می توانیم یک اوراکل کوانتومی ایجاد کنیم.

برای یک تابع ثابت، ساده است:

اگر f(x) = ۰، گیت را به کیوبیت در رجیستر ۲ اعمال کنید. اگر f(x) = ۱، گیت را به کیوبیت در رجیستر ۲ اعمال کنید.

برای تابع متعادل، مدارهای مختلفی می توانیم ایجاد کنیم. یکی از راه‌هایی که می‌توان متوازن بودن مدار خود ایجاد کرد؛ اعمال یک CNOT برای هر کیوبیت در رجیستر ۱، با کیوبیت موجود در رجیستر ۲ به عنوان هدف است. مثلا:

در تصویر بالا، سه کیوبیت بالا، رجیستر ورودی را تشکیل می دهند و کیوبیت پایین، ثبات خروجی است. در جدول زیر می‌توانیم ببینیم کدام حالت‌های ورودی کدام خروجی را می‌دهند: ما می توانیم نتایج



شکل ۸.۳:

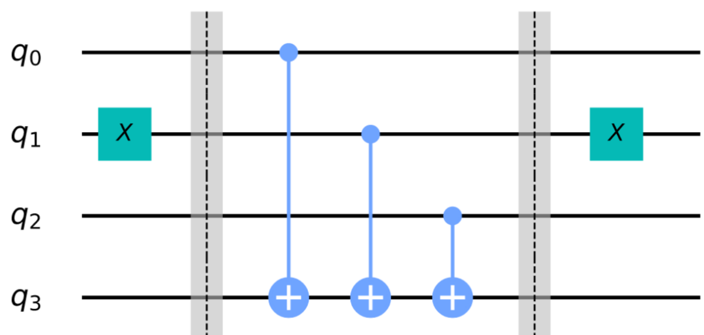
حالاتی ورودی که به خروجی صفر منجر می‌شوند	حالاتی ورودی که به خروجی صفر منجر می‌شوند
۰۰۰	۰۰۱
۰۱۱	۱۰۰
۱۰۱	۰۱۰
۱۱۰	۱۱۱

جدول ۱.۳: This is a simple table.

را تغییر دهیم و در عین حال تعادل آنها را با قرار دادن کنترل های انتخاب شده در X-Gates حفظ کنیم. برای مثال، مدار و جدول نتایج آن را در زیر ببینید:

حالاتی ورودی که به خروجی صفر منجر می‌شوند	حالاتی ورودی که به خروجی صفر منجر می‌شوند
۰۰۱	۰۰۰
۰۱۰	۰۱۱
۱۰۰	۱۰۱
۱۱۱	۱۱۰

جدول ۲.۳: This is a simple table.



شکل ۹.۳:

فصل ۴

شبیه‌سازی پدیده‌های کوانتومی

در این بخش قصد داریم به بررسی پروتکل‌های ابتدایی در نظریه‌ی اطلاعات کوانتومی بپردازیم. تمامی این پروتکل‌ها به تعداد کمی کیوبیت نیاز دارند؛ و در آزمایشگاه به صورت تجربی پیاده‌سازی شده‌اند.

۱.۴ states Bell

در اغلب موارد، سیستم از دو کیوبیت درهمتنیده تشکیل شده‌است. تابع حالت این سیستم‌ها به شکل زیر تعریف می‌شوند:

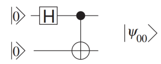
$$|\psi_{00}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$$

برای آماده‌سازی این حالت کوانتومی، در حالت $\langle 0|$ داریم. با اعمال یک گیت هدامارد روی یکی از کیوبیت‌ها و سپس با کنترل آن با گیت CNOT، (به نحوی که کیوبیت دوم هدف قرارگیرد.) می‌توان به یک حالت درهمتنیده رسید. می‌توان این مراحل را به شکل زیر شرح داد:

$$|\psi_{00}\rangle = C_{10}H_1|00\rangle$$

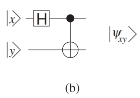
$$|\psi_{xy}\rangle = C_{10}H_1|xy\rangle$$

از آنجایی که چهار حالت $\langle xy|$ یک مجموعه متعامد هستند و گیت‌های هادامارد و cNOT یکه هستند، چهار حالت درهم تنیده $\langle \psi_{xy}|$ نیز یک مجموعه متعامد هستند، که به نام پایه Bell نامگذاری شده‌اند. می‌توان رابطه‌ی بالا را یک حالت کلی تعمیم داد:



(آ)
b

شکل ۱.۴: $y = x$



(آ)
b

شکل ۲.۴: $y = 3\sin x$

شکل ۳.۴: (a) A circuit that creates the entangled state ⍰۰۰⍰| = ۱√۲ (|۰۰⍰ + |۱۱⍰) from the unentangled computational-basis state |۰۰⍰. (b) A circuit that creates the four orthonormal entangled Bell states |⍰xy⍰ from the unentangled computational-basis state |xy⍰

$$|\psi_{xy}\rangle = C10H1X_1^x X_0^y|00\rangle$$

درنظر داشته باشید که حالات بل قابل تبدیل به یکدیگرند؛ با کمک رابطه‌ی تعمیم یافته می‌توان از هر حالت بل به حالت $|00\rangle$ رسید. توضیحات درباره‌ی تبدیلات بنویس

این روابط به شکل‌های متعدد قابل بیان است که از حوصله‌ی بحث خارج است.

entanglement ۲.۴

Physics Quantum in Connection Mysterious The Entanglement:

that phenomena baffling most the of one physics، quantum of realm the In is alike philosophers and scientists of imagination the capture to continues of understanding conventional our challenges concept This ”entanglement.” philosophical and experiments، debates، countless to rise given has and reality inquiries.

can that connection extraordinary the to refers entanglement core، its At them. separating distance the of regardless particles، more or two between exist momentum، spin، as such properties، their entangled، become particles When particle one of state the that way a such in linked become polarization، and space physical the matter no other، the of state the influences instantaneously notions classical defy to seems connection instantaneous This them. between a at action ”spooky it dub to Einstein Albert led has and effect and cause of distance.”

is entanglement illustrating experiments thought famous most the of One entangled two scenario، this In paradox. (EPR) Einstein-Podolsky-Rosen the to sent and separated are ”Bob،” and ”Alice” as to referred often particles، its particle، one on performed is measurement a When locations. different be to state particle’s other the causing determined، instantaneously is state of violation apparent This apart. light-years are they if even well، as known information how of understanding our challenged has limit light’s of speed the transmitted. be can

experimen- been has it concept؛ theoretical a just not is Entanglement most the of One experiments. of variety a through verified and observed tally which test، Bell the is entanglement demonstrating experiments groundbreaking entangled on measurements the When inequalities. Bell of violation the tests can- behavior their that suggests strongly it inequalities، these violate particles quan- of reality the to points instead and physics classical by explained be not entanglement. tum

con- the beyond extend and profound are entanglement of implications The
potential the exploring actively are Researchers laboratories. physics of fines
quantum and computing quantum like fields in entanglement of applications
exist to bits) (quantum qubits enable to ability Entanglement's cryptography.
computa- revolutionize to potential the has simultaneously states multiple in
considered previously were that solutions to leading cryptography، and tion
impossible.

concep- and philosophical with us presents also entanglement However،
entan- between connection instantaneous the of nature The challenges. tual
It causality. and time، space، of understanding our challenges particles gled
human of role the and reality of nature true the about debates sparked has
function. wave quantum the collapsing in observation

per- and intriguing most the of one as stands entanglement conclusion، In
connec- mysterious Its physics. quantum of realm the in phenomena plexing
the push to continues and intuitions classical defies particles between tion
deeper delve scientists As universe. the of understanding our of boundaries
clear it's applications، potential its and entanglement of intricacies the into
to generations inspire and captivate to continue will phenomenon this that
come.

۳.۴ رمزگذاری متراکم کوانتومی

رمزگذاری متراکم کوانتومی[۱] یک کاربرد ساده اما شگفت‌انگیز از مفاهیم ابتدایی مکانیک کوانتومی است. این کاربرد، همه ایده‌های اساسی و ابتدایی مکانیک کوانتومی را به روشی ملموس و غیرقابل‌توضیح ترکیب می‌کند، بنابراین مثالی ایده‌آل از اهداف و وظایف پردازش اطلاعات است که می‌توان با استفاده از مکانیک کوانتومی انجام داد.

رمزگذاری متراکم شامل دو طرفین است که به طور معمول به عنوان «آلیس» و «باب» شناخته می‌شوند، که از هم فاصله زیادی دارند. هدف آنها انتقال برخی اطلاعات کلاسیک از آلیس به باب است. فرض کنید آلیس قصد دارد دوبیت داده‌ی کلاسیک را برای باب ارسال کند، اما فقط مجاز است یک کیوبیت به باب ارسال کند. آیا می‌تواند به هدف خود برسد؟

رمزگذاری متراکم به ما می‌گوید که پاسخ این سؤال بله است. فرض کنید آلیس و باب در ابتدا یک جفت کیوبیت در حالت درهم‌تنیده زیر به اشتراک می‌گذارند:

|⍰⍰ = |۰۰⍰ + |۱۱⍰ ۲√ . (۱۳۳.۲)

==========

بیانات چی بیتی آلیس می‌تواند با استفاده از این جفت کیوبیت‌های درهم‌تنیده، دو بیت کلاسیک را به باب منتقل کند. او این کار را با اعمال یک تبدیل واحد به کیوبیت خود انجام می‌دهد، بسته به اینکه می‌خواهد کدام دو بیت کلاسیک را به باب ارسال کند. به عنوان مثال، اگر آلیس می‌خواهد بیت‌های ۰۰ را به باب ارسال کند، او تبدیل ۱ را به کیوبیت خود اعمال می‌کند.

این تبدیل واحد باعث می‌شود که کیوبیت آلیس و کیوبیت باب در یکی از چهار حالت بل اورتوگونال قرار گیرند. اگر آلیس کیوبیت خود را در حالت |۰۰⍰ قرار دهد، کیوبیت باب به طور خودکار به حالت |۰۰⍰ تبدیل می‌شود. این بدان معناست که آلیس دو بیت اطلاعات (۰ و ۰) را به باب منتقل کرده است.

باب سپس کیوبیت خود را اندازه‌گیری می‌کند و مقدار ۰ یا ۱ را به دست می‌آورد. بسته به مقداری که باب اندازه‌گیری می‌کند، او می‌تواند دو بیت کلاسیک که آلیس به او ارسال کرده است را بازیابی کند.

رمزگذاری متراکم یک پروتکل کوانتومی بسیار کارآمد است که می‌تواند دو بیت کلاسیک را با ارسال یک کیوبیت منتقل کند. این پروتکل می‌تواند در کاربردهای مختلفی مانند رمزنگاری کوانتومی و ارتباطات کوانتومی استفاده شود.

==========

همانطور که در شکل ۳.۲ قابل ملاحظه است؛ آلیس و باب، هرکدام یک کیوبیت در اختیار دارند.

---

[۱] Quantum super dense coding

توجه داشته باشید که Ψ یک حالت ثابت است؛ نیازی نیست که آلیس برای آماده‌سازی این حالت، کیوبیتی را به باب ارسال کند. در عوض، ممکن است یک طرف ثالث قبلاً حالت درهم‌تنیده را آماده کند، یکی از کیوبیت‌ها را به آلیس و دیگری را به باب ارسال کند.

با ارسال تک کیوبیت آلیس به باب، معلوم می‌شود که آلیس می‌تواند دو بیت اطلاعات کلاسیک را به باب منتقل کند. در اینجا روشی که او استفاده می‌کند؛ آورده شده است. اگر او بخواهد رشته‌بیت :

- "00" را ارسال کند $\Longleftarrow$ هیچ کاری روی کیوبیت خود انجام ندهد.
- "01" را ارسال کند $\Longleftarrow$ تبدیل دگرگونی فاز[۲] را روی کیوبیت خود اثر می‌دهد.
- "10" را ارسال کند $\Longleftarrow$ گیت کوانتومی NOT، X، را به کیوبیت خود اعمال می‌کند.
- "11" را ارسال کند $\Longleftarrow$ تبدیل iY را به کیوبیت خود اعمال می‌کند.

چهار حالت حاصل به راحتی قابل مشاهده هستند:

۰۰ : ⍰⍰| ⍰ |۰۰⍰ + |۱۱⍰ √۲ (۱۳۴.۲) ۰۱ : ⍰⍰| ⍰ |۰۰⍰ - |۱۱⍰ √۲ (۱۳۵.۲) ۱۰ : ⍰⍰| ⍰ |۱۰⍰ + |۰۱⍰ √۲ (۱۳۶.۲) ۱۱ : ⍰⍰| ⍰ |۰۱⍰ - |۱۰⍰ √۲ . (۱۳۷.۲)

همانطور که در بخش ۶.۳.۱ اشاره کردیم، این چهار حالت به عنوان پایه بل، حالت‌های بل، یا جفت‌های EPR شناخته می‌شوند، به احترام چندین تن از پیشگامان که اولین بار از نوآوری درهم‌تنیدگی قدردانی کردند. توجه داشته باشید که حالت‌های بل یک پایه متعامد هستند، و بنابراین می‌توانند با اندازه‌گیری کوانتومی مناسب از یکدیگر متمایز شوند. اگر آلیس کیوبیت خود را به باب بفرستد، و باب هر دو کیوبیت را در اختیار داشته باشد، سپس با انجام اندازه‌گیری در پایه بل، باب می‌تواند تعیین کند که کدام یک از چهار رشته بیت ممکن را آلیس ارسال کرده است.

به طور خلاصه می‌توان گفت: آلیس، با تعامل و اثرگذاری تنها روی یک کیوبیت، قادر به انتقال دو بیت اطلاعات به باب است. البته دو کیوبیت در پروتکل دخیل هستند، اما آلیس هرگز نیازی به تعامل با کیوبیت دوم ندارد. از نظر کلاسیک، وظیفه‌ای که آلیس انجام می‌دهد، اگر فقط یک بیت کلاسیک ارسال می‌کرد، غیرممکن بود.

علاوه بر این، پروتکل رمزگذاری متراکم، تا حدی در آزمایشگاه تأیید شده است. یک نکته کلیدی را می‌توان در این مثال زیبا مشاهده کرد: اطلاعات فیزیکی است، و نظریه‌های فیزیکی شگفت‌انگیز مانند مکانیک کوانتوم ممکن است توانایی‌های پردازش اطلاعات شگفت‌انگیزی را پیش‌بینی کنند.

بیانات چی پی تی: پروتکل سوپردنس کدینگ یک پروتکل کوانتومی است که آلیس می‌تواند از آن برای انتقال دو بیت کلاسیک به باب با ارسال یک کیوبیت استفاده کند. پروتکل به شرح زیر است:

---
[۲] flip phase

آلیس و باب یک جفت کیوبیت درهم‌تنیده را با هم به اشتراک می‌گذارند. آلیس می‌خواهد دو بیت کلاسیک، ۰۰ یا ۰۱ را به باب ارسال کند. آلیس یک عمل واحد بر روی کیوبیت خود اعمال می‌کند که بسته به بیت‌هایی که می‌خواهد به باب ارسال کند متفاوت است. آلیس کیوبیت خود را به باب می‌فرستد. باب کیوبیت را اندازه‌گیری می‌کند و دو بیت کلاسیکی که آلیس به او ارسال کرده است را دریافت می‌کند. اگر آلیس یک عمل واحد بر روی کیوبیت خود اعمال نکند، باب فقط می‌تواند یک بیت کلاسیک را دریافت کند. با این حال، اگر آلیس عمل واحد مناسب را اعمال کند، می‌تواند دو بیت کلاسیک را با ارسال یک کیوبیت انتقال دهد.

پروتکل سوپردنس کدینگ یک مثال عالی از قدرت مکانیک کوانتوم در انتقال اطلاعات است. این پروتکل نشان می‌دهد که می‌توان با استفاده از قوانین مکانیک کوانتوم، اطلاعات را به روش‌های غیرممکن در فیزیک کلاسیک انتقال داد.

۴.۴ دوربری

book isac فرض کنید آلیس یک کیوبیت در حالت زیر دارد:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

کارول ممکن است با اعمال یک عملگر یکه به یک کیوبیت در حالت استاندارد، کیوبیت را از حالت $|0\rangle$ به حالت $|\psi\rangle$ تبدیل کرده باشد. کارول بدون اعلام نوع عملگر یکه به آلیس، کیوبیت را برای او ارسال می‌کند. حال آلیس می‌خواهد بدون دسترسی داشتن به کیوبیت باب، تغییراتی را در کیوبیت او ایجاد کند؛ این تنها درصورتی ممکن است که کیوبیت باب و آلیس درهمتنیده باشند. هرچند آلیس و باب می‌توانند از طریق راه‌های کلاسیک(نظیر تلفنی صحبت کردن و ...) با یکدیگر ارتباط برقرار کنند؛ ولی نمی‌توانند دسترسی مستقیم به کیوبیت یکدیگر داشته باشند.

کیوبیت باب را می‌توان به حالت زیر تعریف کرد: $|\phi\rangle = 1/\sqrt{2}(|0\rangle|0\rangle + |1\rangle|1\rangle)$

Alice's of state unknown the duplicating prohibits theorem no-cloning he possible be to out turns it But nearby. or her from away far either Qbit، first to |□□ state the assigning in telephone the over cooperate to Bob and Alice for violated not is theorem no-cloning The pair. entangled the of member Bob's of either from |□□ state the of traces all obliterates Alice so doing in because – Bob to Alice from state the teleporting called – process The Qbits. own her each For shared. formerly Bob and Alice tanglement en- the eliminates also term The state. ۱-Qbit single a just teleport can they pair، entangled shared Qbit Bob's by acquired assignment state the that emphasizes tion" "teleporta- Here his. to Qbit her from transported been has it Alice's؛ to applies longer no shares she pair entangled the and Qbit first Alice's works. teleportation how is |۱□a + b$vert$0⟩ a$vert$0⟩) ۲√۱ (state ۳-Qbit the by characterized are Bob with Alice's in Qbits the for symbols state the given have I where (۲۱.۶) ،(|۱□b of state unknown the teleport To . b and a subscripts possession Bob's and cNOT a applies first Alice pair، entangled the of member Bob's to Qbit her the of member her and control the as |□□ state the in Qbit first her using gate، a$vert$0⟩α state ۳-Qbit the produces This target. the as pair entangled shared .(|۱□b a$vert$0⟩ + b$vert$0⟩ (|۱□a ۲√۱ □|۱□a + (|۱□b |۱□a + b$vert$0⟩ a$vert$0⟩) ۲√۱ giving Qbit، first her to H transformation Hadamard a applies she Next (۲۲.۶)

|۱□a + b*vert*0⟩ a*vert*0⟩) ۲√۱ (|۱□a + a*vert*0⟩) ۲√۱ α state the Qbits three all
۲ ۱ = (|۱□b a*vert*0⟩ + b*vert*0⟩ (|۱□a ۲√۱ (|۱□a - a*vert*0⟩) ۲√۱ □ + (|۱□b
۱ + (□|۱□b - b*vert*0⟩(α a*vert*0⟩ |۱□a ۲ ۱ + (□|۱□b + b*vert*0⟩(α a*vert*0⟩ a*vert*0⟩
(۲۳.۶) .(b*vert*0⟩□ - (α|۱□b |۱□a |۱□a ۲ ۱ + (b*vert*0⟩□ + (α|۱□b |۱□a a*vert*0⟩ ۲
Section in remarked (As possession. her in Qbits both measures Alice Now followed immediately gates، Hadamard and cNOT of application an such ،۴.۶ is result the If basis.”) Bell the in “measuring called is gates، measurement by Alice’s by possessed originally |□□ state the acquire indeed will Qbit Bob’s ،۰۰ of result the if But .(*vert*0⟩ to reduced be then would state (whose Qbit first becomes Qbit Bob’s of state the then ۱۱ or ،۰۱ ،۱۰ is measurement Alice’s of each In (۲۴.۶) . b*vert*0⟩□ - α|۱□b or ، b*vert*0⟩□ + α|۱□b ، □|۱□b - b*vert*0⟩α of state the stores re- that transformation unitary a is there cases three these (which Z apply can we case first the In |□□. state original Alice’s to Qbit Bob’s (which X case، second the in ،(□۱| of sign the changes but alone *vert*0⟩ leaves R O P E L TE ۵ . ۶ ZX. case، third the in and ،(□۱| and *vert*0⟩ interchanges Bob’s to Qbit her of state the transfer to do need Alice all So ۱۵۱ N O I T A T results the him to report and Bob telephone to is pair entangled their of member been already has state the whether knows then He measurements. two her of must he transformation unitary what or (۰۰ is result Alice’s (if transferred transfer the plete com- to order in pair entangled the of member his to apply quantum to resemblance the Note three.) other the of one is result Alice’s (if information the acquires Alice measurement a making by correction: error anybody without state، quantum ular partic- a reconstruct to Bob for needed be to appears This is. actually state the what about information any acquiring α numbers complex two by described is Qbit a of state general A remarkable. requirement the by only constrained values، of continuum a on take that □ and state whose pair، entangled standard a of aid the with Yet، .۱ = |□|۲ + |α|۲ that described Qbit a with Bob provide to able is Alice □، and α on depend not does information classical of bits two only of price the at state، unknown the by entanglement the of loss the and measurements) two her of results the (giving pair. their of

the Bob to communicate not does process teleportation the course of But the learn to able more no is Bob . and α in encoded be can that information than ||، state the assigned now Qbit، his manipulating from and α of values state same the assigned was that Qbit her was it when do to able was Alice of stage crucial a at produced be could state Alice's hand other the On ||. him enable could Bob to transfer its and computation، quantum elaborate an computer، quantum far-away own his on computation the with continue to dense Like teleportations. such by objective nontrivial a achieve can one s elementary an manipulating by constructed be also can teleportation coding، –(۲۱.۶) in analysis the of any through going without diagram، circuit classical of |x = || state the exchanges that circuit a shows (a)۵.۶ Figure .(۲۴.۶) or ۰ = x whether of regardless Cbit، Bob's of $vert0\rangle$ state the with Cbit Alice's Cbits. two the between coupling physical direct by achieved is transfer The .۱ arbitrary for exchange this perform to continues it circuit quantum linear a As be can protocol teleportation entire The |۱. + $vert0\rangle$α = || superpositions، with ،(a)۵.۶ Figure in gates two the expanding appropriately by constructed direct the eliminate to is expansion the of aim The Qbit. ancillary an of aid the in gates cNOT two the through Qbits Bob's and Alice's between interaction the and Bob، to Alice from message telephoned the of favor in ،(a)۵.۶ Figure (which Qbits entangled of pair shared their produce to necessary interaction ||). state the in Qbit her acquired even has Alice before well place take can

۱

oracle a determine to how