

مقدمه

در عصر حاضر به واسطه رشد و توسعه‌ی نظریه‌ی اطلاعات کوانتومی و سرمایه‌گذاری‌های مالی و انسانی گسترده در این زمینه، شاهد افزایش تعداد علاقمندان به این حوزه هستیم. در این نوشته ابتدا، به توضیح مفاهیم پایه و ابتدایی لازم برای ایجاد یک کامپیوتر کوانتومی می‌پردازیم. در ادامه به بررسی تفاوت‌ها و برتری کامپیوتر کوانتومی بر کامپیوتر کلاسیک می‌پردازیم. برای اثبات این برتری از اولین و ساده‌ترین الگوریتم جستجوی کوانتومی یعنی الگوریتم دوچ^۱ استفاده می‌کنیم.

در انتها به معرفی و بررسی دوربری کوانتومی و پیاده‌سازی آن بر کامپیوتر کوانتومی شرکت آی‌بی‌ام^۲ خواهیم پرداخت.

دوربری کوانتومی یکی از پدیده‌های کوانتومی ساده ولی بسیار شگرف دنیای فیزیک است. علت سادگی این پدیده ناشی از وضعیت کیوبیت‌های موثر در تعریف این پدیده است؛ می‌توان با سه کیوبیت و با تعریف برهم‌کنش‌های دو کیوبیتی، یک ذره را با روش دوربری به هر نقطه‌ی دیگری انتقال داد. باید دقت داشت که خود ذره در فضا منتقل نمی‌شود؛ بلکه اطلاعات آن به نقطه‌ی دیگری فرستاد می‌شود. دو کیوبیتی بودن برهم‌کنش‌های این پدیده منجر به ساده بودن انجام آزمایش یا شبیه‌سازی و درک مفاهیم مرتبط با آن می‌گردد. // هدف اصلی این نوشته، نشان دادن برتری و تفاوت یک کامپیوتر کوانتومی نسبت به کامپیوتر کلاسیک، در شبیه‌سازی پدیده‌های کوانتومی می‌باشد؛ این مهم با شبیه‌سازی الگوریتم دوچ و دوربری کوانتومی میسر می‌شود.

^۱Algorithm Duetsch

^۲IBM

فهرست مطالب

۵	آشنایی با مفاهیم اولیه
۵	کیوبیت
۵	کیوبیت واحد
۸	کیوبیت‌های چندتایی
۱۰	اندازه‌گیری در فضای هیلبرت
۱۱	گیت‌های کوانتومی
۱۲	انواع گیت کوانتومی
۲۲	گیت مبادله
۲۴	مدارهای کوانتومی
۲۸	نحوه‌ی نمایش مدارهای کوانتومی
۲۹	برنامه‌نویسی کوانتومی
۲۹	کامپیوترهای کوانتومی در مقابل کامپیوترهای کلاسیک
۳۱	شبیه‌سازی کلاسیک در مقابل کامپیوتر کوانتومی
۳۱	تفاوت کامپیوترهای کوانتومی و شبیه‌سازهای کلاسیک
۳۳	کامپیوتر کوانتومی IBM و زبان برنامه‌نویسی QisKit
۳۳	معرفی QisKit
۳۳	کدنویسی به زبان QisKit
۳۳	قواعد نوشتاری و ساختار داده

۳	فهرست مطالب
۳۴	پیاده‌سازی گیت‌های کوانتومی
۳۵	تصویرسازی
۳۶	الگوریتم‌های کوانتومی
۳۶	موازی سازی کوانتومی
۴۰	مدل محاسباتی استاندارد
۴۰	مدل کوثری
۴۲	معرفی و پیاده‌سازی الگوریتم دوچ
۴۲	مسئله‌ی دوچ
۴۳	الگوریتم دوچ
۴۵	پیاده‌سازی الگوریتم دوچ در کیس کیت
۵۲	شبیه‌سازی پدیده‌های کوانتومی
۵۲	حالات بل
۵۳	درهم‌تنیدگی
۵۵	دوربری
۵۹	پیاده‌سازی دوربری در کیس کیت

آشنایی با مفاهیم اولیه

کیوبیت

یک کیوبیت^۳، معادل یک واحد اطلاعات کوانتومی می‌باشد. این مفهوم معادل مفهوم کلاسیک بیت^۴ می‌باشد. به طور کلی هر کیوبیت حاوی دو بیت اطلاعات است. برای تبیین یک کیوبیت از خصوصیات سامانه های کوانتومی، بهره می‌بریم. کیوبیت یک سیستم کوانتومی با فضای دوبعدی است. برای تعیین این دوبعد می‌توان از یکی از خصوصیات سامانه های کوانتومی استفاده کرد.

کیوبیت واحد

برخلاف بیت ها که مقادیر ثابت ۰ یا ۱ را به خود می‌گیرند؛ یک کیوبیت می‌تواند در یک حالت «برهم‌نهی کوانتومی»^۵ باشد؛ این بدان معناست که یک کیوبیت بواسطه‌ی مشاهده ناظر به یکی از حالات ۰ یا یک تبدیل شود. این مهم‌ترین مزیت استفاده از کیوبیت‌هاست.

^۳Qubit

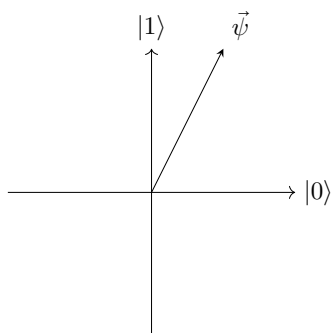
^۴Binary Bit

^۵Quantum Superposition

بیان ریاضی یک کیوبیت، در حالت برهم‌نهی، به شرح زیر است:

$$\begin{cases} |\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \\ \alpha^2 + \beta^2 = 1 \end{cases} \quad (۱)$$

کت‌های $|0\rangle$ و $|1\rangle$ بیانگر پایه‌های فضای محاسباتی^۶ هستند؛ و مقادیر α^2 و β^2 بیانگر احتمال وقوع هر یک از این حالات، در صورت مشاهده، می‌باشند. نمایش بردار ψ به شکل زیر است:



در بسیاری از مواقع برای سهولت در محاسبات، عملگرها و حالات کوانتومی به کمک ماتریس‌ها نمایش داده می‌شوند. فرم ماتریسی هر یک از حالات ذکر شده در بالا به شرح زیر است:

$$|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad |0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (۲)$$

برای تعریف کیوبیت‌ها، راه‌های زیادی وجود دارد، حالات قطبش فوتون، اسپین الکترون، یا سطوح انرژی اتم، هر یک می‌توانند تعیین‌کننده‌ی بردارهای فضای کیوبیت باشند.

به طور کلی، حالت کیوبیت یک بردار واحد در فضای برداری دو بعدی پیچیده است.

^۶Computational Basis Vectors

در بیشتر مدل های انتزاعی که ما برای درک جهان تعریف کرده ایم؛ یک ارتباط مستقیم بین عناصر انتزاع و دنیای واقعی وجود دارد، درست همانطور که طرح های یک معمار برای یک ساختمان با ساختمان نهایی مطابقت دارد. فقدان این ارتباط مستقیم در مکانیک کوانتوم باعث می شود که درک رفتار سیستم های کوانتومی دشوار باشد؛ با این حال، یک ارتباط غیرمستقیم وجود دارد، زیرا می توان حالت های کیوبیت را دستکاری و تبدیل کرد به وضعیتی هایی که منجر به نتایج اندازه گیری می شود. نتایج حاصل از اندازه گیری به خواص مختلف حالت بستگی دارد. بنابراین، این حالت های کوانتومی دارای پیامدهای واقعی و قابل آزمایش تجربی هستند.

مفهوم کیوبیت، با «فهم رایج» ما از جهان فیزیکی اطراف ما مغایرت دارد. یک بیت کلاسیک مانند سکه است: یا رو یا پشت. برای سکه های غیرایده آل، ممکن است حالت های دیگری مانند قرار گرفتن آن روی لبه وجود داشته باشد، اما در حالت ایده آل می توان آنها را نادیده گرفت.

در مقابل، یک کیوبیت می تواند در یک طیف پیوسته از حالت ها بین $|0\rangle$ و $|1\rangle$ وجود داشته باشد - تا زمانی که مشاهده شود. بار دیگر تاکید می کنیم که وقتی یک کیوبیت اندازه گیری می شود؛ فقط یکی از مقادیر «۰» یا «۱» را به عنوان نتیجه اندازه گیری می دهد. به عنوان مثال، یک کیوبیت می تواند در حالت $|0\rangle + |1\rangle$ باشد، که به این معنی است که با احتمال $50/50$ می تواند به عنوان ۰ یا ۱ اندازه گیری شود.

$$\begin{aligned} |+\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle \\ |-\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle \end{aligned} \quad (3)$$

در فرمول ۳ با استفاده از فرمول ۲ یک برهمتهی کوانتومی را تعریف کرده ایم. برای مثال حالت $|+\rangle$ حالتی از کیوبیت است که با یک بردار ۲ بعدی واحد نشان داده می شود. این حالت، زمانی که اندازه گیری شود، نتیجه ۰ را ۵۰ درصد از زمان و نتیجه ۱ را ۵۰ درصد از زمان می دهد. این حالت را می توان به عنوان یک ترکیب خطی از دو حالت پایه $|0\rangle$ و $|1\rangle$ در نظر گرفت.

این حالت به دلیل عجیب بودنش جالب است. حالت های پایه $|0\rangle$ و $|1\rangle$ تنها حالاتی هستند که می توانند به طور مستقیم مشاهده شوند. حالت $|+\rangle$ ، با این حال، یک حالت ترکیبی است که به طور مستقیم قابل مشاهده نیست. تنها زمانی می توان آن را مشاهده کرد که اندازه گیری شود.

با وجود غیرقابل مشاهده بودن، حالت $|+\rangle$ واقعی است. وجود آن توسط آزمایشات به طور گسترده ای تأیید شده است. همچنین می توان از آن برای انجام محاسبات کوانتومی استفاده کرد.

در آینده، ممکن است حالت $|+\rangle$ یا حالات مشابه آن برای اهداف مختلف دیگری نیز استفاده شود. به عنوان مثال، می تواند برای ذخیره ی اطلاعات یا برای ایجاد ارتباطات امن استفاده شود.

کیوبیت های چندتایی

Hilbert space is a big place.

– Carlton Caves

فرض کنید دو کیوبیت داریم. اگر این دو بیت کلاسیک بودند، چهار حالت ممکن وجود داشت: ۰۰، ۰۱، ۱۰ و ۱۱. به همین ترتیب، یک سیستم دو کیوبیتی دارای چهار حالت محاسباتی است که با $|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle$ نشان داده می شود. یک جفت کیوبیت همچنین می تواند در برهمه ی این چهار حالت وجود داشته باشد. بنابراین حالت کوانتومی دو کیوبیت با اختصاص یک عدد مختلط - گاهی اوقات به عنوان یک دامنه شناخته می شود - به هر حالت محاسباتی، بیان می شود. بردار حالت توصیف کننده دو کیوبیت به شکل زیر است:

$$|\Psi\rangle = a|00\rangle + b|01\rangle + c|10\rangle + d|11\rangle \quad (۴)$$

که a, b, c, d در فرمول ۴ دامنه های چهار حالت را نشان می دهند. دامنه ها می توانند هر عدد مختلطی باشند، اما معمولاً به گونه ای نرمال می شوند که مجموع آنها برابر ۱ باشد. این بدان معناست که بردار حالت یک حالت کوانتومی معتبر را نشان می دهد و کیوبیت ها به طور مساوی احتمال اندازه گیری در هر یک از چهار حالت محاسباتی را دارند.

به عنوان مثال، بردار حالت:

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|11\rangle \quad (۵)$$

یک سیستم دو کیوبیتی را نشان می دهد که در یک برهمنهی مساوی از حالت های ۰۰ و ۱۱ است. این بدان معناست که کیوبیت ها به طور مساوی احتمال اندازه گیری در حالت ۰۰ یا ۱۱ را دارند.

بردار حالت یک سیستم دو کیوبیتی را می توان برای محاسبه احتمال اندازه گیری کیوبیت ها در هر یک از چهار حالت محاسباتی استفاده کرد. به عنوان مثال، احتمال اندازه گیری کیوبیت ها در حالت ۰۰ با فرمول زیر داده می شود:

$$P(|00\rangle) = |a|^2 = \frac{1}{2} \quad (۶)$$

احتمال اندازه گیری کیوبیت ها در هر حالت دیگر را می توان به روشی مشابه محاسبه کرد.

نتیجه اندازه گیری $x (= 00, 01, 10, 11)$ با احتمال $|a_x|^2$ رخ می دهد، با حالت کیوبیت ها پس از اندازه گیری $|x\rangle$.

این بدان معناست که اگر ما یک سیستم دو کیوبیتی را در حالت $|\Psi\rangle = a|00\rangle + b|01\rangle + c|10\rangle + d|11\rangle$ داشته باشیم، و اگر ما اولین کیوبیت را اندازه گیری کنیم، احتمال اینکه ۰ را اندازه گیری کنیم؛ برابر $|a|^2 + |b|^2$ خواهد بود. در این حالت، حالت کیوبیت ها پس از اندازه گیری $|0\rangle$ خواهد بود.

$$|\psi'\rangle = \frac{\alpha_{00}|00\rangle + \alpha_{01}|01\rangle}{\sqrt{|\alpha_{00}|^2 + |\alpha_{01}|^2}} \quad (۷)$$

توجه داشته باشید که حالت پس از اندازه گیری با عامل $\sqrt{|\alpha_{00}|^2 + |\alpha_{01}|^2}$ نرمال می شود تا همچنان شرط

نرمال سازی را، درست همانطور که برای یک حالت کوانتومی معتبر انتظار می‌رود، برآورده کند. این بدان معناست که حالت پس از اندازه‌گیری به گونه‌ای تغییر می‌کند که احتمالات آن جمع شده و برابر ۱ شود.

اندازه‌گیری در فضای هیلبرت

ما تاکنون اندازه‌گیری‌های کوانتومی یک کیوبیت در حالت $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ را به عنوان نتیجه ۰ یا ۱ توصیف کرده ایم که کیوبیت را در حالت $|0\rangle$ یا $|1\rangle$ مربوطه باقی می‌گذارد، با احتمالات $|\alpha|^2$ و $|\beta|^2$. در حقیقت، مکانیک کوانتوم به اندازه کافی انعطاف‌پذیری در کلاس اندازه‌گیری‌هایی که می‌توان انجام داد، اگرچه مطمئناً به اندازه کافی نیست که α و β را از یک اندازه‌گیری واحد بازیابی کند!

توجه داشته باشید که $|0\rangle$ و $|1\rangle$ فقط یکی از بسیاری از انتخاب‌های ممکن برای پایه‌های حالت برای یک کیوبیت هستند. یک انتخاب دیگر مجموعه به شرح زیر است:

$$\begin{aligned} |+\rangle &\equiv (|0\rangle + |1\rangle)\sqrt{2} \\ |-\rangle &\equiv (|0\rangle - |1\rangle)\sqrt{2} \end{aligned} \quad (۸)$$

یک حالت دلخواه $|\Psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ را می‌توان با استفاده از حالت‌های $|+\rangle$ و $|-\rangle$ بازنویسی کرد:

$$|\Psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle = \frac{(\alpha + \beta)}{2}|+\rangle + \frac{(\alpha - \beta)}{2}|-\rangle \quad (۹)$$

در این بیان، $|+\rangle$ و $|-\rangle$ به عنوان پایه‌های ”پایه +“ و ”پایه -“ شناخته می‌شوند. اندازه‌گیری در پایه + یا پایه - یک کیوبیت را در حالت $|+\rangle$ یا $|-\rangle$ قرار می‌دهد.

اندازه‌گیری در پایه‌های دیگر به غیر از پایه محاسباتی یک ابزار قدرتمند در محاسبات کوانتومی است. این امکان را می‌دهد تا ما در حالت‌های کوانتومی که در پایگاه محاسباتی قابل اندازه‌گیری نیستند، اندازه‌گیری کنیم. این امکان را می‌دهد تا ما از روش‌های محاسباتی جدیدی استفاده کنیم که در محاسبات کلاسیک

غیرممکن است.

در واقع، این امکان وجود دارد که حالت های $|+\rangle$ و $|-\rangle$ را به گونه ای که گویی آنها حالت های پایه محاسباتی هستند، در نظر بگیریم و با توجه به این پایه جدید اندازه گیری کنیم. طبیعی است که اندازه گیری با توجه به پایه $|+\rangle$ ، $|-\rangle$ ، منجر به نتیجه "با احتمال $\frac{|\alpha+\beta|^2}{2}$ و نتیجه "با احتمال $\frac{|\alpha-\beta|^2}{2}$ می شود.

در این بیان، $|+\rangle$ و $|-\rangle$ به عنوان "پایه + و "پایه -" شناخته می شوند. اندازه گیری در پایه + یا پایه - یک کیوبیت را در حالت $|+\rangle$ یا $|-\rangle$ قرار می دهد.

به طور کلی تر، با توجه به هر دو پایه حالت $|a\rangle$ و $|b\rangle$ برای یک کیوبیت، می توان هر حالت دلخواهی را به عنوان یک ترکیب خطی $\alpha|a\rangle + \beta|b\rangle$ از آن حالات بیان کرد. علاوه بر این، اگر این حالات متعامد باشند، می توان با توجه به پایه $|a\rangle$ ، $|b\rangle$ اندازه گیری کرد، که نتیجه a با احتمال $|\alpha|^2$ و b با احتمال $|\beta|^2$ قابل رخداد است.

با توجه به بیان احتمالاتی مفهوم کیوبیت و نرمال بودن مقادیر احتمالات و متعامد بودن پایه ها، لازم است تا $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ باشد همانطور که برای احتمالات انتظار می رود. به طور مشابه، در اصل می توان یک سیستم کوانتومی از بسیاری از کیوبیت ها را با توجه به یک پایه متعامد دلخواه اندازه گیری کرد.

اندازه گیری در پایه های دیگر یک ابزار قدرتمند در محاسبات کوانتومی است. این امکان را می دهد تا ما در حالت های کوانتومی که در پایگاه محاسباتی قابل اندازه گیری نیستند، اندازه گیری کنیم. این امکان را می دهد تا ما از روش های محاسباتی جدیدی استفاده کنیم که در محاسبات کلاسیک غیرممکن است.

دلایل زیادی برای استفاده از این مدل توسعه یافته برای اندازه گیری های کوانتومی وجود دارد، اما در نهایت بهترین دلیل این است: این مدل به ما امکان توصیف نتایج تجربی مشاهده شده نظیر نتایج آزمایش اشترن-گرلاخ^۶ را می دهد.

گیت های کوانتومی

گیت های کوانتومی^۸ یکی از اولین و مهم ترین اجزای مدارهای کوانتومی می باشند. این گیت ها عملگرهایی با قابلیت اثرگذاری روی کیوبیت ها می باشند. با اعمال یک گیت کوانتومی بر روی یک یا چند کیوبیت، می توان

Stern-Gerlach^۷
Quantum Gates^۸

تغییرات مدنظر خود را روی کیوبیت اعمال کرد. با کمک این گیت‌ها می‌توان باعث برهم‌نهی کوانتومی یا رمزگذاری داده در داخل یک یا چند کیوبیت شد.

انواع گیت کوانتومی

گیت‌های کوانتومی، دارای انواع مختلف گوناگونی می‌باشند. به طور کلی گیت‌های کوانتومی، عملگرهایی یک‌ و بازگشت‌پذیر می‌باشند. به‌طور کلی گیت‌های کوانتومی متناسب با تعداد کیوبیت‌هایی که از آنها اثر می‌گیرند؛ دسته‌بندی می‌کنیم. در این گفتار به گیت‌های تک کیوبیتی و دو کیوبیتی می‌پردازیم.

گیت هادامارد

مهم‌ترین گیت کوانتومی، گیت هادامارد^۹ است. با اعمال اثر این گیت روی یک کیوبیت، آن کیوبیت به یک حالت برهم‌نهی کوانتومی گذار می‌کند. به عبارت دیگر هر یک از زیرحالات این حالت برهم‌نهی، با احتمال یکسانی قابل رخ دادن هستند.

$$H |0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) \quad (۱۰)$$

$$H |1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle) \quad (۱۱)$$

^۹Hadamard gate

این گیت کوانتومی به صورت خطی روی یک دسته کت اثر می‌کند. نمایش ماتریسی این گیت کوانتومی به شرح زیر است:

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (۱۲)$$

$$H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) \quad (۱۳)$$

$$H|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle) \quad (۱۴)$$

این گیت کوانتومی، یک گیت بازگشت‌پذیر است؛ یعنی اگر این گیت روی یک حالت برهم‌نهی کوانتومی اثر کند؛ می‌تواند آن را از حالت برهم‌نهی خارج کند.

برای اعمال این گیت کوانتومی، فقط به یک کیوبیت نیاز داریم. به اصطلاح این گیت، یک گیت تک کیوبیت^{۱۰} می‌باشد.

نمایش این گیت کوانتومی در مدار با علامت زیر است: \boxed{H}

گیت NOT

گیت کوانتومی U_{NOT} یک عملگر یک‌ه و بازگشت‌پذیر است.

^{۱۰} Single-Qubit Quantum gate

$$\begin{aligned} U_{NOT}|0\rangle &= |1\rangle \\ U_{NOT}|1\rangle &= |0\rangle \end{aligned} \quad (۱۵)$$

نمایش ماتریسی گیت NOT

می بینید که اگر فقط پایه را در نظر بگیریم، دقیقاً مانند گیت کلاسیک NOT است. نمایش ماتریسی این گیت به شکل زیر است:

$$U_{NOT} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

از آنجایی که یک حالت کیوبیت در فضای هیلبرت دو بعدی تعریف شده است. ابعاد ماتریس باید 2×2 باشد. از این رو می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} U_{NOT}|0\rangle &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} |0\rangle \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = |1\rangle \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{NOT}|1\rangle &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} |1\rangle \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = |0\rangle \end{aligned}$$

مدار NOT و خصوصیات آن

با اعمال گیت U_{NOT} به حالت $|\Psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} U_{NOT}|\Psi\rangle &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} |\Psi\rangle \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta \\ \alpha \end{pmatrix} = \beta|0\rangle + \alpha|1\rangle \end{aligned}$$

علاوه بر گیت NOT یک کیوبیتی، می‌توانیم دو کیوبیتی نیز بسازیم. می‌بایست حاصل ضرب تانسوری دو گیت NOT یک کیوبیتی را محاسبه کنیم؛ تا یک گیت NOT دو کیوبیتی بدست آوریم زیرا یک بردار دو کیوبیتی در فضای \mathbb{C}^4 قرار دارد. که حاصل ضرب تانسور دو فضای \mathbb{C}^2 است. از این رو:

$$\begin{aligned} U_{NOT_2} &= U_{NOT} \otimes U_{NOT} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} & 1 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ 1 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} & 0 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

نمایش یک گیت NOT به صورت زیر است:

$$\text{---} \boxed{X} \text{---}$$

با اعمال گیت دو کیوبیتی NOT به یک سیستم دو کیوبیتی نظیر $|\Psi\rangle = \alpha|00\rangle + \beta|01\rangle + \gamma|10\rangle + \delta|11\rangle$ خواهیم داشت:

$$U_{NOT_2}|\Psi\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta \\ \gamma \\ \beta \\ \alpha \end{pmatrix}$$

گیت CNOT

گیت کوانتومی CNOT^{۱۱}، به عنوان گیت منطقی نیز یاد می‌شود. این گیت کوانتومی معادل گیت NOT کلاسیک می‌باشد. به‌طور معمول، برای اعمال اثر این گیت کوانتومی نیاز به دو کیوبیت داریم. این گیت کوانتومی فقط و فقط در مواقعی که «کیوبیت کنترل^{۱۲}» دارای مقدار $|1\rangle$ باشد، باعث تغییر وضعیت «کیوبیت هدف^{۱۳}» می‌شود.

کیوبیت کنترلی: کیوبیتی است که عملکرد کیوبیت دیگری به نام کیوبیت هدف را کنترل می‌کند. کیوبیت کنترل تعیین می‌کند که آیا کیوبیت هدف برگردانده شود یا خیر. اگر کیوبیت کنترل در حالت $|0\rangle$ باشد، کیوبیت هدف بدون تغییر باقی می‌ماند. اگر کیوبیت کنترل در حالت $|1\rangle$ باشد، کیوبیت هدف برگردانده می‌شود.

کیوبیت هدف: همان کیوبیتی است که توسط کیوبیت کنترل بر روی آن اعمال اثر می‌شود. بسته به وضعیت کیوبیت کنترل، کیوبیت هدف را می‌توان برگرداند یا بی‌تغییر رها کند.

$$U_{CNOT}|ab\rangle = |a \ a \oplus b\rangle$$

^{۱۱} gate controlled-X or gate controlled-NOT

^{۱۲} Qubit Controlled

^{۱۳} Qubit Target

این معادله به ما می گوید: که پس از اعمال گیت CNOT به یکی از پایه‌ها، آن حالت به حالت پایه دیگری تبدیل خواهد شد. که این حالت برابر $|a \oplus a\rangle$ می‌باشد. به‌طوری که:

$$|a \ a \oplus b\rangle = |a\rangle \otimes |a \oplus b\rangle$$

$$0 \oplus 0 = 0$$

$$0 \oplus 1 = 1$$

$$1 \oplus 0 = 1$$

$$1 \oplus 1 = 0$$

$$U_{CNOT}|00\rangle = |0, 0 \oplus 0\rangle = |0, 0\rangle = |00\rangle$$

$$U_{CNOT}|01\rangle = |0, 0 \oplus 1\rangle = |0, 1\rangle = |01\rangle$$

$$U_{CNOT}|10\rangle = |1, 1 \oplus 0\rangle = |1, 1\rangle = |11\rangle$$

$$U_{CNOT}|11\rangle = |1, 1 \oplus 1\rangle = |1, 1\rangle = |10\rangle$$

خلاصه‌ای از عملکرد این عملگر به شرح زیر است:

example: For \div by division a of remainder the returns that operation mathematical a is $\div \text{Modulo}$ ^{1f}

. λ of remainder a and γ of quotient a has γ by divided δ because λ is $\gamma \bmod \delta$

be would "3 5" expression the So. 2 modulo addition indicate to used often is "5" symbol The

follows: as evaluated

remainder a and \forall of quotient a has \forall by divided \wedge because is This $\cdot = \forall \bmod \wedge = \forall \bmod (\forall + \delta) = \forall \oplus \delta$

. . of

com- cryptography, including mathematics, of areas different many in operation useful a is \forall Modulo

whether checking when example, for life, everyday in used also is It theory, number and science, puter

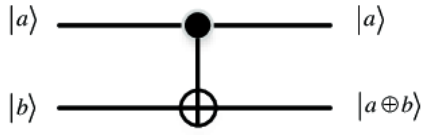
odd. or even is number a

:Y modulo of examples other some are Here

$$1 = 2 \bmod 5, 2 = 2 \bmod 7, 3 = 2 \bmod 11, 4 = 2 \bmod 13, 5 = 2 \bmod 17$$

$ A$	B		$ A$	$B \oplus A$
$ \text{control}\rangle$	$ \text{target}\rangle$	Effect CNOT Gate	$ \text{control}\rangle$	$ \text{target}\rangle$
$ 0\rangle$	$ 0\rangle$	\Rightarrow	$ 0\rangle$	$ 0\rangle$
$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	\Rightarrow	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$
$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	\Rightarrow	$ 1\rangle$	$ 1\rangle$
$ 1\rangle$	$ 1\rangle$	\Rightarrow	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$

نمایش ماتریسی این گیت کوانتومی به شکل زیر است:

$$CNOT = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$


شکل ۱: نمایش ماتریسی و نمایش گیت کوانتومی CNOT

در شکل بالا گیت CNOT در مدار کوانتومی به تصویر درآمده است. کیوبیت کنترل شده حالت $|a\rangle$ و کیوبیت هدف حالت $|b\rangle$ می‌باشد.

با اعمال این عملگر به حالت $|10\rangle$ داریم:

$$CNOT |10\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = |11\rangle$$

این فرآیند به صورت معکوس نیز قابل رخ دادن است:

$$\text{CNOT} |11\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = |10\rangle$$

از این گیت کوانتومی، برای بسیاری مدارها و شبیه‌سازی‌های کوانتومی، از جمله تلپورت، درهم‌تنیدگی و ...، استفاده می‌شود.

گیت تغییر فاز

گیت تغییر فاز که به آن گیت P یا گیت فاز نیز می‌گویند، یک کیوبیت است. گیت ای که فاز نسبی را بین دو بردار پایه جابجا می‌کند. به عنوان زیر تعریف شده است:

$$\begin{aligned} U_{PS,\phi} |0\rangle &= |0\rangle \\ U_{PS,\phi} |1\rangle &= e^{i\Phi} |1\rangle \end{aligned} \quad (۱۶)$$

که در آن Φ فاز و $e^{i\Phi}$ عامل فاز است. زمانی که گیت تغییر فاز بر حالت $|0\rangle$ اثر کند، هیچ تغییری حاصل نمی‌شود. اما با اعمال این گیت به بردار حالت $|1\rangle$ ، یک فاز اضافه به بردار افزوده خواهد شد. برای افزودن فاز اضافه باید یک عامل نظیر $e^{i\Phi}$ در بردار حالت ضرب شود. برای درک بهتر مطلب باید به حالت ماتریسی این گیت رجوع کنیم.

نمایش ماتریسی گیت تغییر فاز

نمایش ماتریسی گیت تغییر فاز $U_{PS,\Phi}$ به صورت زیر است:

$$U_{PS,\Phi} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\Phi} \end{pmatrix}$$

با استفاده از روابط بالا می‌توان به راحتی اثبات کرد:

$$U_{PS,\phi}|1\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\Phi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ e^{i\Phi} \end{pmatrix} = e^{i\Phi} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = e^{i\Phi}|1\rangle$$

گیت تغییر فاز در مدار و خصوصیات آن

در حالت کلی برای سیستم های تک کیوبیتی می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} U_{PS,\Phi}|\Psi\rangle &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\Phi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \\ e^{i\Phi}\beta \end{pmatrix} \\ &= \alpha|0\rangle + e^{i\Phi}\beta|1\rangle \end{aligned}$$

در بردار اصلی، α و β اعداد مختلط می‌باشند؛ به همین دلیل این اعداد را می‌توان به عنوان یک ضریب فاز معرفی کرد:

$$\alpha = e^{i\theta_1}|\alpha|, \beta = e^{i\theta_2}|\beta| \quad (۱۷)$$

که در آن θ_1 و θ_2 به ترتیب فازهای α و β هستند.

بنابراین، اختلاف فاز آنها $\theta_1 - \theta_2$ است. با توجه به رفتار گیت تغییر فاز، تغییر فاز α صفر می‌باشد؛ اما فاز β به $\Phi + \theta_2$ تغییر می‌کند. بنابراین، خویشاوندان آنها فاز با Φ تغییر می‌کند. این همچنین توضیح می‌دهد که چرا تغییر فاز فقط به حالت پایه دوم اعمال می‌شود تا معنادار باشد. اگر به هر دو اعمال شود، تغییری در اختلاف فاز ایجاد نمی‌شود.

به ماتریس زیر دقت کنید:

$$Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\pi} \end{pmatrix} \quad (۱۸)$$

از طرفی داریم:

$$e^{i\pi} = \cos(\pi) + i\sin(\pi) = -1$$

این ماتریس پائولی σ_z می‌باشد؛ که به آن $Z - gate$ نیز می‌گویند. گیت تغییر فاز، فاز نسبی $|0\rangle$ و $|1\rangle$ را با Φ تغییر می‌دهد. و به این ترتیب گیت Z فاز نسبی را با π تغییر می‌دهد.

گیت مبادله

یک گیت مبادله^{۱۵} اعداد را در حالت‌های پایه یک رجیستر ۲ کیوبیتی جابجا می‌کند. اگر فقط حالت‌های پایه را در نظر بگیریم، معادل مبادله حالات دو الکترون است. این گیت به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$U_{SWAP}|ab\rangle = |ba\rangle \quad (۱۹)$$

که در آن a و b فقط اعداد کیوبیت اول و دوم در پایه هستند. a و b می‌توانند مقادیر ۰ و ۱ را اتخاذ کنند. بنابراین می‌توان نوشت:

$$U_{SWAP}|00\rangle = |00\rangle$$

$$U_{SWAP}|01\rangle = |10\rangle$$

$$U_{SWAP}|10\rangle = |01\rangle$$

$$U_{SWAP}|11\rangle = |11\rangle$$

بنابراین، تنها $|01\rangle$ و $|10\rangle$ تحت مبادله (به یکدیگر) تغییر می‌کنند. اعمال این گیت برای حالات $|00\rangle$ و $|11\rangle$ ، بدون اثر است؛ زیرا "۰" و "۰" یا "۱" و "۱" تعویض می‌شوند؛ که پیامد خاصی در پی ندارد.

^{۱۵} Swap gate

نمایش ماتریسی گیت مبادله

نمایش ماتریسی U_{SWAP} به شکل زیر است:

$$U_{SWAP} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

از آنجایی که این یک گیت ۲ کیوبیتی برای عملیات است یک بردار در فضای چهار بعدی \mathbb{C}^4 ، ماتریس (یا عملگر) باید 4×4 باشد. علاوه بر این، فقط حالت پایه دوم و سوم را جابجا می کند. بنابراین، تنها ردیف دوم و سوم با ماتریس یکه متفاوت هستند. به طور مثال:

$$U_{SWAP}|10\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = |01\rangle$$

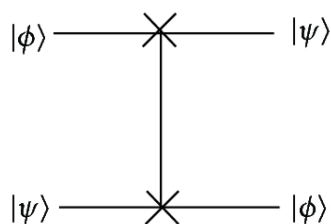
این رابطه بصورت معکوس نیز برقرار است.

گیت مبادله در مدار و خصوصیات آن

به طور کلی، برای یک بردار ۲ کیوبیتی، نظیر $|\Psi\rangle = \alpha|00\rangle + \gamma|01\rangle + \beta|10\rangle + \delta|11\rangle$ داریم:

$$U_{SWAP}|\Psi\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \gamma \\ \beta \\ \delta \end{pmatrix}$$

$$= \alpha|00\rangle + \gamma|01\rangle + \beta|10\rangle + \delta|11\rangle$$



شکل ۲: نمایش گیت کوانتومی مبادله در مدار کوانتومی

همانطور که انتظار می رود، ضرایب حالت های پایه دوم و سوم با هم مبادله می شوند.

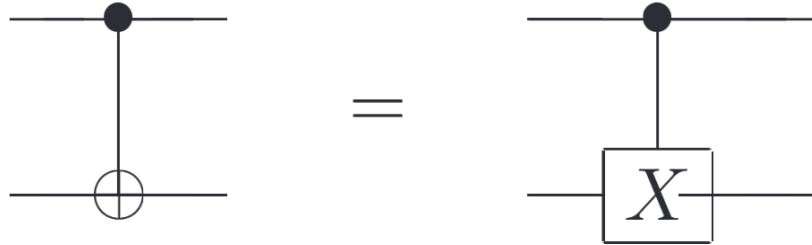
مدارهای کوانتومی

مدارهای کوانتومی^{۱۶}، یک دسته از گیت های کوانتومی، که با یک توالی بخصوص قرار گرفته اند، می باشند. این کیوبیت ها، با توالی یاد شده، روی یک یا چند دسته کیوبیت، اثر داده می شوند.

مدارهای کوانتومی، یکی از اولین مفاهیم بکاررفته برای تعریف کامپیوترهای کوانتومی می باشند. برای تعریف و شبیه سازی هریک از پدیده ها و الگوریتم های کوانتومی، نیاز به پیاده سازی یک مدار به خصوص داریم.

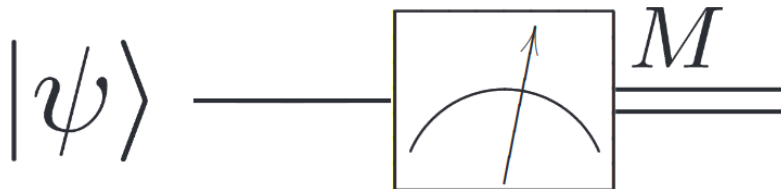
مدارهای کوانتومی یک ابزار قدرتمند برای محاسبات کوانتومی هستند. آنها می توانند برای پیاده سازی طیف گسترده ای از الگوریتم های کوانتومی، از جمله الگوریتم شاور برای رمزگشایی اعداد صحیح و الگوریتم گروور برای جستجوی پایگاه داده های بدون ترتیب استفاده شوند.

^{۱۶}circuit quantum



شکل ۳: نمایش‌های مختلف گیت CNOT در مدار کوانتومی

یکی دیگر از عملگرهای مهم در مدار کوانتومی، عملگر اندازه‌گیری است. که در شکل زیر نشان داده شده است. همانطور که پیش از این بیان شد؛ در بردار حالت $|\Psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ هنگام مشاهده به یک حالت کلاسیکی رمبش می‌کند؛ احتمال اینکه به حالت $|0\rangle$ رمبش کند، $|\alpha|^2$ ، و احتمال اینکه به حالت $|1\rangle$ رمبش کند، $|\beta|^2$ ، می‌باشد.



شکل ۴: گیت اندازه‌گیری کیوبیت، این گیت باعث نابودی حالت کوانتومی و تبدیل آن به صورت داده‌ی کلاسیک می‌شود.

مدارهای کوانتومی مدلی بسیار سودمند برای شبیه‌سازی فرآیندهای کوانتومی به‌شمار می‌آیند. این فرآیندها محدود به عملیات‌های محاسباتی نخواهد شد؛ بلکه در اغلب حوزه‌ها اعم از ارتباطات، اختلالات کوانتومی^{۱۷} و ... بکارخواهدرفت.

^{۱۷} noise quantum

شباهت ها و تفاوت های مدارهای کلاسیک و کوانتومی

مدارهای کوانتومی مشابه مدارهای کلاسیک هستند، اما از گیت های کوانتومی به جای گیت های منطقی کلاسیک استفاده می کنند. گیت های کوانتومی عملیات قابل برگشت هستند که می توانند برای دستکاری حالت کوانتومی یک کیوبیت استفاده شوند.

شباهت ها

- هر دو مدار کوانتومی و کلاسیک از یک دنباله عملیاتی تشکیل شده اند که به یک مجموعه داده اعمال می شوند.
- هر دو مدار را می توان به صورت گرافیکی با نماد مشابهی نشان داد.
- هر دو مدار می توانند برای پیاده سازی الگوریتم ها استفاده شوند.

تفاوت ها

- مدارهای کوانتومی از کیوبیت ها، که معادل کوانتومی مفهوم بیت هستند، به عنوان واحد پایه داده خود استفاده می کنند.
- مدارهای کلاسیک از بیت ها، که بیت های کلاسیک هستند، به عنوان واحد پایه داده خود استفاده می کنند.
- مدارهای کوانتومی از گیت های کوانتومی، که عملیات قابل برگشت هستند، به عنوان عملیات پایه خود استفاده می کنند.
- مدارهای کلاسیک از گیت های منطقی، که عملیات برگشت ناپذیر هستند، به عنوان عملیات پایه خود استفاده می کنند.
- مدارهای کوانتومی می توانند خواص مکانیک کوانتوم را، مانند برهمنهی و درهمتنیدگی، برای انجام کارهایی که برای رایانه های کلاسیک غیرممکن است، بهره مند شوند.

ویژگی	مدار کوانتومی	مدار کلاسیک
واحد پایه داده	کیوبیت	بیت
عملیات پایه	گیت های کوانتومی	گیت های منطقی
برگشت پذیری	قابل برگشت	برگشت ناپذیر

جدول ۱: شباهت‌ها و تفاوت‌های مدارهای کلاسیک و کوانتومی

اجزای مدارهای کوانتومی و سائز آن

اندازه مدار کوانتومی اندازه یک مدار کوانتومی تعداد گیت های موجود در مدار است. پیچیدگی یک الگوریتم کوانتومی اغلب با اندازه مدار کوانتومی مورد نیاز برای پیاده سازی آن اندازه گیری می شود.

کیوبیت واحد پایه اطلاعات در محاسبات کوانتومی هستند. آنها می توانند در یک برهمنهی کوانتومی از دو حالت، ۰ و ۱ باشند. این بدان معنی است که یک کیوبیت می تواند هم ۰ و هم ۱ باشد، که یک ویژگی به نام برهمنهی کوانتومی است. کیوبیت ها همچنین می توانند به هم متصل شوند، که به این معنی است که حالت یک کیوبیت به حالت کیوبیت دیگر وابسته است.

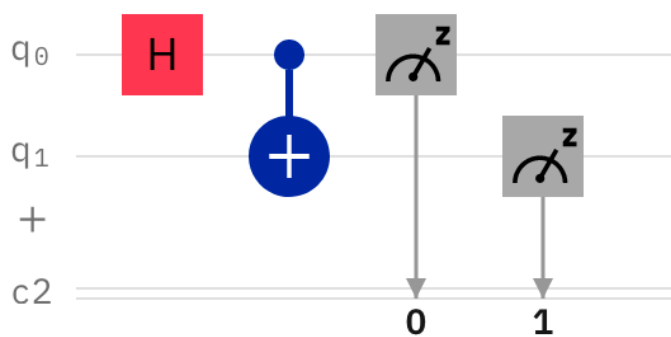
گیت گیت‌ها عملیاتی هستند که روی کیوبیت ها اعمال می شوند. آنها می توانند برای ایجاد برهمنهی، انجام چرخش ها و درهم‌تنیدگی کیوبیت ها استفاده شوند. انواع مختلفی از گیت‌ها وجود دارد، اما برخی از رایج‌ترین آنها شامل گیت هادامارد، گیت CNOT و گیت توفولی است.

عملیات اقداماتی هستند که روی کیوبیت ها انجام می شوند. آنها می توانند اندازه گیری ها یا سایر اقدامات باشند. اندازه گیری ها برای رمبش حالت کوانتومی یک کیوبیت به یک مقدار قطعی، ۰ یا ۱ استفاده می شود.

اجزای اساسی یک مدار کوانتومی کیوبیت ها، گیت ها و عملیات هستند. این اجزا برای ایجاد الگوریتم های کوانتومی استفاده می شوند که الگوریتم‌هایی هستند که فقط می توانند روی یک رایانه کوانتومی اجرا شوند. مدارهای کوانتومی یک ابزار قدرتمند برای محاسبات کوانتومی هستند و پتانسیل انقلابی در بسیاری از زمینه های مختلف، از جمله رمزنگاری، شیمی و یادگیری ماشین را دارند.

نحوه‌ی نمایش مدارهای کوانتومی

مدارهای کوانتومی با استفاده از نماد گرافیکی مشابه نمودارهای مدار استفاده شده در محاسبات کلاسیک نوشته می شوند. محور افقی یک مدار کوانتومی زمان را نشان می دهد و محور عمودی کیوبیت ها را نشان می دهد. گیت ها توسط جعبه ها نشان داده می شوند و خطوط بین جعبه ها نشان دهنده ارتباطات بین کیوبیت ها است.



شکل ۵: مدار کوانتومی شبیه سازی شده برای آزمایش درهم تنیدگی، خطوط نازک نمایانگر تغییرات کیوبیت ها با گذر زمان هستند.

برنامه‌نویسی کوانتومی

برنامه نویسی کوانتومی فرآیند طراحی و پیاده‌سازی دنباله‌هایی از دستورالعمل‌هایی موسوم مدارهای کوانتومی می‌باشد، با استفاده از گیت‌ها، سوئیچ‌ها و عملگرها برای دستکاری وضعیت کوانتومی یک کیوبیت به پردازش مسائل می‌پردازیم.

مدارهای کوانتومی یک نمایش گرافیکی از الگوریتم‌های کوانتومی هستند، این الگوریتم‌هایی فقط روی یک کامپیوتر کوانتومی قابل اجرا هستند.

برنامه نویسی کوانتومی یک زمینه نسبتاً جدید است و تعدادی زبان برنامه نویسی کوانتومی مختلف در دسترس است. برخی از محبوب‌ترین زبان‌های برنامه نویسی کوانتومی عبارتند از Qiskit، Cirq و Quil.

برنامه نویسی کوانتومی یک زمینه پیچیده و چالش برانگیز است، اما این پتانسیل را دارد که در بسیاری از زمینه‌های مختلف از جمله رمزنگاری، شیمی و یادگیری ماشین انقلابی ایجاد کند. با قدرتمندتر شدن کامپیوترهای کوانتومی، برنامه نویسی کوانتومی اهمیت فزاینده‌ای پیدا خواهد کرد.

کامپیوترهای کوانتومی در مقابل کامپیوترهای کلاسیک

کامپیوترهای کوانتومی و کامپیوترهای کلاسیک دو نوع بسیار متفاوت از رایانه هستند. کامپیوترهای کوانتومی از بیت‌های کوانتومی برای ذخیره اطلاعات استفاده می‌کنند، در حالی که کامپیوترهای کلاسیک از بیت‌ها استفاده می‌کنند. کیوبیت‌ها می‌توانند در حالت برهمه‌نی دو حالت، ۰ و ۱، به‌طور همزمان باشند، در حالی که بیت‌ها فقط می‌توانند در یک حالت به‌طور همزمان باشند. این تفاوت در نحوه ذخیره اطلاعات امکان محاسباتی را برای کامپیوترهای کوانتومی فراهم می‌کند که برای کامپیوترهای کلاسیک غیرممکن است.

علاوه بر تفاوت در نحوه ذخیره اطلاعات، کامپیوترهای کوانتومی و کلاسیک در نحوه انجام محاسبات نیز متفاوت هستند. کامپیوترهای کوانتومی از مکانیک کوانتوم برای انجام محاسبات استفاده می‌کنند، در حالی که کامپیوترهای کلاسیک از منطق بولی استفاده می‌کنند. این تفاوت در نحوه انجام محاسبات نیز به کامپیوترهای کوانتومی امکان می‌دهد تا برای برخی از وظایف، محاسباتی را بسیار سریع‌تر از کامپیوترهای کلاسیک انجام دهند.

کاربردهای بالقوه کامپیوترهای کوانتومی بسیار گسترده است. آنها می‌توانند برای رمزگشایی روش‌های رمزنگاری فعلی، شبیه‌سازی مولکول‌ها و آموزش مدل‌های یادگیری ماشینی که بسیار دقیق‌تر از مدل‌های فعلی هستند، استفاده شوند. کامپیوترهای کوانتومی هنوز در مراحل اولیه توسعه هستند، اما پتانسیل ایجاد تغییرات بزرگ در جهان را دارند. هنگامی که کامپیوترهای کوانتومی قدرتمندتر شوند، قادر به حل مشکلاتی خواهند بود که برای کامپیوترهای کلاسیک در حال حاضر غیرممکن است.

برخی از مثال‌های خاص از نحوه استفاده از کامپیوترهای کوانتومی:

رمزنگاری : کامپیوترهای کوانتومی می‌توانند برای رمزگشایی روش‌های رمزنگاری فعلی استفاده شوند، که تأثیر عمده‌ای بر امنیت آنلاین خواهد داشت.

شبیه‌سازی مواد در علم شیمی : کامپیوترهای کوانتومی می‌توانند برای شبیه‌سازی مولکول‌ها استفاده شوند، که می‌تواند به دانشمندان در توسعه داروها و مواد جدید کمک کند.

یادگیری ماشینی : کامپیوترهای کوانتومی می‌توانند برای آموزش مدل‌های یادگیری ماشینی که بسیار دقیق‌تر از مدل‌های فعلی هستند، استفاده شوند.

آینده محاسبات کوانتومی بسیار روشن است. هنگامی که کامپیوترهای کوانتومی قدرتمندتر شوند، قادر به حل مشکلاتی خواهند بود که برای کامپیوترهای کلاسیک در حال حاضر غیرممکن است. این می‌تواند منجر به پیشرفت‌های عمده در بسیاری از زمینه‌های مختلف شود.

شبیه‌سازی کلاسیک در مقابل کامپیوتر کوانتومی

بسیاری از مسائل کوانتومی و بسیاری از الگوریتم‌های کوانتومی قابل شبیه‌سازی روی کامپیوترهای کوانتومی می‌باشند. بنابراین یک سوال به‌واقع مهم مطرح می‌شود: چرا به یک کامپیوتر کوانتومی نیاز داریم؟

در هنگام محاسبات کوانتومی، کامپیوترهای کلاسیک دارای محدودیت‌هایی هستند. به طور مشابه کامپیوترهای کوانتومی نیز دارای معایبی هستند؛ که قابل بحث و بررسی هستند. در این بخش به این مزایا و معایب هر کدام از کامپیوترها می‌پردازیم و در ادامه به اهداف تعریف شده برای کامپیوترهای کوانتومی می‌پردازیم.

تفاوت کامپیوترهای کوانتومی و شبیه‌سازهای کلاسیک

همانطور که در بخش‌های قبلی گفته شد؛ کامپیوترهای کوانتومی با استفاده از کیوبیت‌ها تعریف می‌شوند. یک کیوبیت به صورت یک ترکیب خطی از حالت $|0\rangle$ و $|1\rangle$ تعریف می‌شود:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \quad (20)$$

هریک از حالات داخل رابطه‌ی بالا به صورت یک ماتریس قابل تعریف هستند. به طور مشابه هریک از عملگرهای کوانتومی را می‌توان به صورت یک ماتریس تعریف کرد. ماتریسهایی مشابه ماتریس پائولی یا در مقیاسهایی بالاتر ماتریس فردکین که برای سه کیوبیت تعریف می‌شود؛ و محاسبات را سریع می‌سازد.

از طرفی دیگر تعداد محاسبات در مدارهای کلاسیک به تعداد حالات مسئله بستگی دارد. در محاسبات کلاسیک هرچه تعداد حالات بالاتر برود؛ پیچیدگی محاسبات بالاتر می‌رود و حتی اغلب با حالت نمایی رشد می‌کنند. این درحالیست که در محاسبات کوانتومی هریک حالات مختلف مسئله به یک دنیای موازی کوانتومی شیف داده می‌شود و از این طریق محاسبات به زمان و منابع کمتری نیاز دارد.

مهمترین عامل در سطح پیچیدگی محاسبات کوانتومی همدوسی می‌باشد. همدوسی در محاسبات کوانتومی اصلی‌ترین منبع خطا در این سیستم‌ها است. کیوبیت‌ها بسیار به محیط خود هستند و می‌توانند به راحتی توسط تعامل با فوتون‌ها، الکترون‌ها و سایر ذرات با آنها دچار ناهمدوسی شوند. این می‌تواند باعث شود که کیوبیت‌ها خواص کوانتومی خود را مانند برهم‌تنی کوانتومی و درهم‌تنیدگی که برای انجام محاسبات کوانتومی ضروری

هستند، از دست بدهند.

ناهمدوسی می‌تواند به دلایل مختلفی ایجاد شود:

دما کیوبیت‌ها در دماهای بالاتر مستعد دکوراسیون^{۱۸} هستند. این به این دلیل است که هرچه دما بالاتر باشد، کیوبیت‌ها انرژی بیشتری دارند و بیشتر احتمال دارد با محیط خود تعامل داشته باشند.

برخورد کیوبیت‌ها همچنین می‌توانند توسط ارتعاشات دکور شوند. این به این دلیل است که ارتعاشات می‌توانند باعث حرکت کیوبیت‌ها شوند، که می‌تواند حالت‌های کوانتومی آنها را مختل کند.

تابش الکترومغناطیسی کیوبیت‌ها می‌توانند توسط تابش الکترومغناطیسی، مانند نور و امواج رادیویی، دکور شوند. این به این دلیل است که تابش الکترومغناطیسی می‌تواند با الکترون‌های کیوبیت‌ها تعامل داشته باشد و باعث از دست رفتن خواص کوانتومی آنها شود.

ناهمدوسی یک مانع بزرگ برای توسعه ابررایانه‌های کوانتومی است. برای ساخت یک رایانه کوانتومی عملی، باید راههایی برای کاهش ناهمدوسی پیدا کرد. این یک مشکل بزرگ ولی قابل حل است؛ اما تعدادی از مسیرهای تحقیقاتی امیدوارکننده وجود دارد، مانند:

سردسازی کیوبیت‌ها این می‌تواند انرژی کیوبیت‌ها را کاهش دهد و آنها را کمتر مستعد تعامل با محیط خود کند.

استفاده از مواد با همدوسی بالا برخی از مواد، مانند ابررساناها، زمان‌های همدوسی بسیار طولانی دارند که آنها را برای استفاده در رایانه‌های کوانتومی بسیار مناسب می‌کند.

توسعه الگوریتم‌های جایگزین برای تصحیح خطای کوانتومی الگوریتم‌های تصحیح خطای کوانتومی می‌توانند برای تشخیص و تصحیح خطاهایی که توسط ناهمدوسی ایجاد می‌شوند استفاده شوند.

^{۱۸} Decoration

^{۱۹} دکوراسیون یک فرآیند است که در آن یک کیوبیت با محیط اطراف خود تعامل می‌کند و اطلاعات خود را با محیط به اشتراک می‌گذارد. این امر باعث می‌شود که کیوبیت با محیط همسو شود و حالت خود را از دست بدهد. دکوراسیون به دلیل تبادل حرارت بین کیوبیت و محیط اطراف رخ می‌دهد. در دمای بالاتر، کیوبیت‌ها انرژی بیشتری دارند و بنابراین بیشتر مستعد دکوراسیون هستند.

کامپیوتر کوانتومی IBM و زبان برنامه‌نویسی QisKit

معرفی QisKit

یک زبان برنامه‌نویسی کوانتومی است. این زبان دارای مشابهت‌های زیادی با زبان پایتون می‌باشد. دو دلیل عمده برای این شباهت وجود دارد:

۱. این زبان براساس زبان پایتون و برخی کتابخانه‌های آن ساخته شده است.
۲. جامعه دانشمندان کوانتوم و به‌طور کلی فیزیکدانان از سابق برای انجام شبیه‌سازی‌های خود از زبان پایتون استفاده می‌کنند و بنیاد پایتون نیز کتابخانه‌های بسیار کارآمدی - نظیر نامپای^{۲۰}، پانداس^{۲۱}، سایپای^{۲۲} و .. - را برای مسائل علمی ارائه کرده است.

کدنویسی به زبان QisKit

برای کدنویسی به زبان QisKit می‌توان از محیط Jupyter notebook استفاده کرد. پس از نصب Qiskit برای فرخواندن این کتابخانه به راحتی می‌توان نوشت:

```
import qiskit
```

هدف از برنامه نویسی کوانتومی پیاده‌سازی مسائل کوانتومی روی کامپیوتر کوانتومی واقعی است. بدین منظور ابتدا یک شبیه سازی روی سیستم خود انجام داده و سپس کد خود را به کامپیوتر کوانتومی IBM ارسال می‌کنیم. بدین منظور می‌بایست یک حساب کاربری در سایت مرتبط به کامپیوتر کوانتومی IBM ایجاد کنیم.

قواعد نوشتاری و ساختار داده

هر زبان برنامه نویسی دارای ساختار داده و دستورات نگارشی مخصوص به خود است؛ QisKit نیز از این قاعده مستثنی نیست. بدین دلیل در ادامه به اختصار به معرفی برخی دستورات این زبان می‌پردازیم. باید خاطر نشان کرد که این متن براساس QisKit نسخه‌ی ۰.۴۴.۰ نوشته شده است.

هدف نهایی این برنامه‌ها، پیاده‌سازی یک مدار کوانتومی متناسب به یک مسئله‌ی خاص است. پس نیاز به تعریف و ایجاد کیوبیت داریم. برای تعریف کیوبیت از راه زیر استفاده می‌کنیم:

Numpy^{۲۰}

Pandas^{۲۱}

Scipy^{۲۲}


```
quantum_register = QuantumRegister(n)
```

که در آن n تعداد کیوبیت‌های داخل کوانتوم رجیستر مدنظر برنامه نویس است.

```
classic_register = ClassicalRegister(n)
```

که در آن n تعداد بیت‌های داخل رجیستر کلاسیک مدنظر برنامه نویس است.

در نهایت می‌توان با قرار دادن این دو رجیستر ایجاد شده، در یک مدار، یک مدار کوانتومی ایجاد کنیم:

```
circuit = QuantumCircuit(quantum_register, classic_register)
```

پس از ایجاد مدار می‌توان عملگرهای مدنظر خود نظیر هادامارد و CNOT و ... را روی بخش‌های مختلف مدار اثر داد. از طرفی می‌توان مدار ایجاد شده را به صورت یک تصویر به کاربر نشان داد.

پیاده‌سازی گیت‌های کوانتومی

برای اعمال یک گیت کوانتومی روی اجزای یک مدار کوانتومی، ابتدا باید نام مدار کوانتومی را نوشت؛ سپس نام گیت کوانتومی را نوشت؛ سپس نام کیوبیت یا بیت مدنظر را نوشت:

```
circuit.gate_sing_inQisKit(Qubit_name, Bit_name)
```

در کد بالا به جای `gate_sing_inQisKit()` نام هر گیت کوانتومی مدنظر برنامه‌نویس می‌تواند باشد.

تصویر سازی

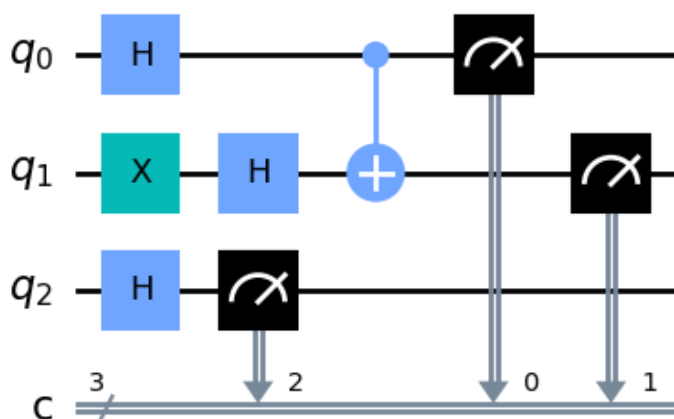
برای تصویر کردن وضعیت مدار کوانتومی می‌بایست از راه زیر استفاده کرد:

```
# to run commands and show diagram in a easier way.
%matplotlib inline

# draw circuit
circuit.draw()

# we can change look of diagram.
circuit.draw(output = "mpl") # output = "mpl" is defining type of circuit output
```

در نهایت خروجی مشابه خروجی های زیر را می‌توان از این زبان برنامه نویسی دریافت کرد:



شکل ۶: نمونه‌ای از خروجی کیس‌کیت

الگوریتم‌های کوانتومی

چه گونه‌ای از مسائل محاسباتی قابل اجرا با مدارهای کوانتومی می‌باشند؟ تفاوت و برتری مدارهای کوانتومی نسبت به مدارهای کلاسیک چیست؟ آیا می‌توان یک حوزه‌ی خاص را تعیین کرد؛ به گونه‌ای که عملکرد کامپیوترهای کوانتومی نسبت به کامپیوترهای کلاسیک مزیت داشته باشند؟

در این بخش می‌خواهیم به طور خلاصه این سوالات را پاسخ دهیم و توضیح دهیم چگونه می‌توان از کامپیوترهای کوانتومی به شکلی سودمند استفاده کنیم.

موازی سازی کوانتومی

موازی سازی کوانتومی^{۲۳}، پایه و اساس بسیاری از الگوریتم‌های کوانتومی است. با گذار یک حالت کوانتومی به حالت برهمه‌ی کوانتومی، در حین محاسبات کوانتومی یک تابع نظیر $f(x)$ ، می‌تواند مقادیر مختلف x را به طور همزمان بررسی کند. این درحالیست که در محاسبات کلاسیک به دلیل ماهیت بیت‌های اطلاعات، تابع $f(x)$ فقط می‌تواند یکی از مقادیر مجاز برای x را بررسی کند.

فرض کنید تابع f ، یک تابع تک-کیوبیت، به صورت زیر تعریف شده است:

$$f(x) : \{0, 1\} \rightarrow \{0, 1\} \quad (۲۱)$$

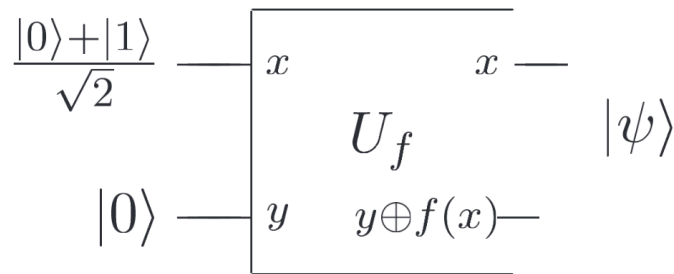
^{۲۳}parallelism Quantum

روش مناسب برای محاسبه این تابع در یک کامپیوتر کوانتومی، با در نظر گرفتن دو کیوبیت که در حالت $|x, y\rangle$ شروع می‌شود. با یک توالی مناسب از گیت‌های منطقی می‌توان این حالت را به $|f(x) \oplus x, y\rangle$ تبدیل کرد که در آن \oplus بیانگر جمع مدوله با پایه ۲ می‌باشد.

هریک از دسته‌های کیوبیت، **رجیستر کوانتومی** نامیده می‌شوند. اولین رجیستر، «رجیستر داده» و دومین رجیستر «رجیستر هدف» نامیده می‌شود.

ازین پس در این بخش به عامل گذار $|x, y\rangle \rightarrow |x, y \oplus f(x)\rangle$ ، عنوان «تابع U_f » را اطلاق خواهیم کرد. لازم به ذکر است که این تبدیل، یک تبدیل یکه به شمار می‌آید.^{۲۴}

اگر $y = 0$ آنگاه مقدار دومین کیوبیت بعد از اعمال تابع U_f برابر با مقدار $f(x)$ خواهد بود.



شکل ۷: مدار کوانتومی برای ارزیابی $f(0)$ و $f(1)$ به طور همزمان. U_f مدار کوانتومی است که ورودی‌هایی مانند $|x, y\rangle$ را به $|x, y \oplus f(x)\rangle \rightarrow |x, y\rangle$ ، تصویر می‌کند.

در شکل ۷ مقادیر ورودی داده شده به تابع U_f در پایه‌های محاسباتی قرار ندارند. رجیستر داده در حالت برهمه‌نی قرار دارد. این حالت برهمه‌نی را می‌توان با اعمال گیت هادامارد بر حالت کوانتومی $|0\rangle$ ایجاد کرد. پس از ایجاد این حالت، تابع U_f را به حالت جدید اعمال می‌کنیم:

$$\frac{|0, f(0)\rangle + |1, f(1)\rangle}{\sqrt{2}} \quad (22)$$

^{۲۴}اثبات این مطلب از حوصله‌ی بحث خارج است.

این یک حالت استثنایی است! جملات مختلف کسر بالا حاوی اطلاعاتی در مورد $f(0)$ و $f(1)$ می باشند؛ به نحوی که انگار $f(x)$ را برای دو مقدار x به طور همزمان ارزیابی کرده ایم، این ویژگی به ”موازی سازی کوانتومی” موسوم می باشد. برخلاف موازی سازی کلاسیک، که در آن هر یک مدارهای متعددی دارند ساخته شده برای محاسبه $f(x)$ به طور همزمان اجرا می شوند، در اینجا برای ارزیابی تابع برای چندین مقدار x به طور همزمان، یک مدار $f(x)$ (با قابلیت برهمنهی کوانتومی) استفاده می شود.

این فرآیند را می توان به راحتی با استفاده از یک عمل کلی به نام تبدیل هادامارد، به توابعی با تعداد بیت دلخواه تعمیم داد. این عمل فقط تعداد n گیت هادامارد است که به طور موازی روی n کیوبیت عمل می کنند.

برای مثال در شکل زیر؛ دو کیوبیت در حالت $|0\rangle$ آماده شده اند. پس از اعمال گیت های هادامارد بر روی این رجیستر به خروجی زیر خواهیم رسید:

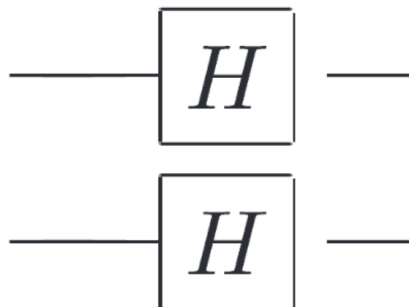
$$\left(\frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}\right) \left(\frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}\right) = \frac{|00\rangle + |01\rangle + |10\rangle + |11\rangle}{\sqrt{2}} \quad (23)$$

از نماد $H^{\otimes 2}$ به عنوان نشانه ی عملکرد موازی دو گیت هادامارد استفاده می کنیم؛ از علامت \otimes به عنوان تانسور یاد می کنیم. به طور کلی نتایج اعمال موازی گیت هادامارد روی n کیوبیت روی حالت کوانتومی برابرست با:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sum_x |x\rangle \quad (24)$$

در اینجا، \sum نشان دهنده جمع بر روی همه مقادیر ممکن x است، و ما $H^{\otimes n}$ را برای نشان دادن این عمل می نویسیم. اعمال تبدیل هادامارد روی یک برهمنهی کوانتومی برابر از همه حالت های محاسباتی تولید می کند؛ و با استفاده از فقط n گیت، یک برهمنهی از $2n$ حالت تولید می کند.

تبدیل هادامارد $H^{\otimes 2}$ روی دو بیت کوانتومی پیاده می شود. ارزیابی موازی کوانتومی یک تابع $f(x)$ با ورودی



شکل ۸: اعمال تبدیل هادامارد $H^{\otimes 2}$ روی دو کیوبیت

n بیتی x و خروجی 1 بیتی، به روش زیر قابل پیاده‌سازی می‌باشد:

۱. ابتدا حالت $n + 1$ کیوبیت $|0\rangle^{\otimes n}|0\rangle$ را آماده کنید،

۲. سپس تبدیل هادامارد را به n کیوبیت اول و به دنبال آن مدار کوانتومی اعمال کنید.

۳. اعمال تابع U_f به کیوبیت‌هایی که در حالت برهمه‌نی قرار دارند.

در نهایت حالت زیر تولید می‌شود:

$$\frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_x |x\rangle |f(x)\rangle \quad (25)$$

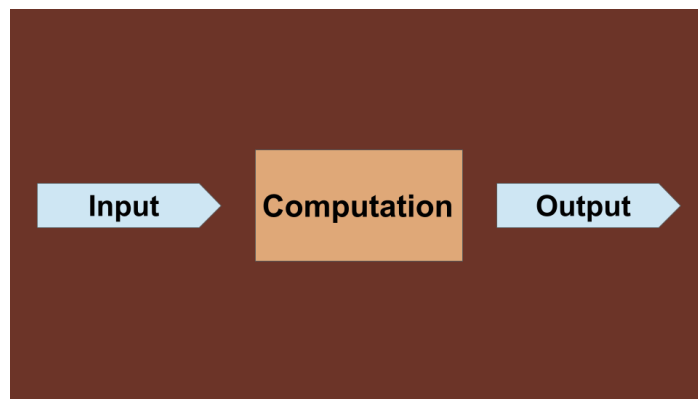
به طور کلی موازی‌سازی کوانتومی امکان ارزیابی همزمان همه مقادیر ممکن تابع f را فراهم می‌کند، حتی اگر ظاهراً فقط یک بار f را ارزیابی کرده باشیم. با این حال، این موازی‌سازی بلافاصله مفید نیست.

در مثال تک کیوبیتی ما، اندازه‌گیری حالت فقط $|0, f(0)\rangle$ یا $|1, f(1)\rangle$ را می‌دهد! به طور مشابه، در حالت کلی، اندازه‌گیری حالت $\sum_x |x, f(x)\rangle$ فقط $f(x)$ را برای یک مقدار x خاص می‌دهد. البته یک کامپیوتر کلاسیک می‌تواند این کار را به راحتی انجام دهد! محاسبات کوانتومی برای مفید بودن به چیزی بیش از موازی‌سازی کوانتومی نیاز دارد؛ به توانایی استخراج اطلاعات مربوط به بیش از یک مقدار $f(x)$ از

حالت‌های برهنه‌ی مانند $\sum_x |x, f(x)\rangle$ نیاز دارد. در بخش‌های بعدی به مثال‌های خواهیم پرداخت که این مسائل را حل کند.

مدل محاسباتی استاندارد

برای بررسی برتری کامپیوتر کوانتومی نسبت به کامپیوتر کلاسیک نیاز به درک مدل کوثری داریم. پیش از بررسی مدل کوثری، مدل ساده و استاندارد محاسباتی را بررسی می‌کنیم. به تصویر زیر دقت کنید:



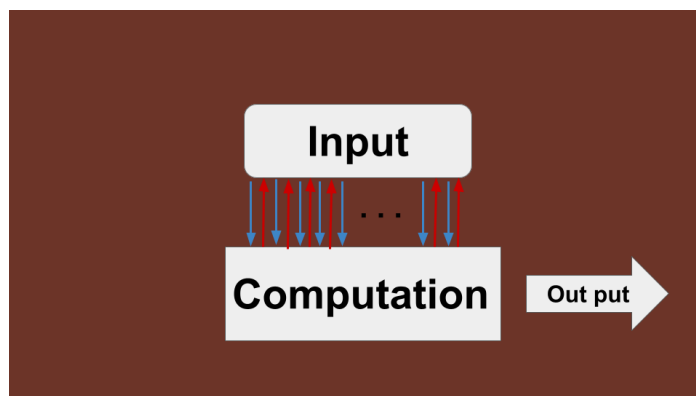
شکل ۹: یک واحد محاسباتی که مقادیری را به عنوان ورودی گرفته، پردازش کرده و سپس مقدار/مقادیر خروجی را ارائه کرده است.

در تصویر بالا یک نمود ساده از کامپیوترهای امروزی ارائه شده است. در دنیای واقعی مقدار ورودی می‌تواند از هر منبعی تأمین شده باشد. با این وجود هدف ما بررسی منابع تولید ورودی نیست؛ بلکه هدف بررسی مقادیر ورودی (به صورت ایزوله) می‌باشد. می‌توان در نظر گرفت که ورودی داده شده و خروجی نهایی، هر دو در قالب یک رشته از اعداد باینری، ماتریس و یا هر قالب مدنظر کاربر باشند.

مهم‌ترین نکته درباره‌ی این واحد محاسباتی، در دسترس بودن کل مقادیر ورودی برای واحد پردازش است. به عبارت دیگر واحد پردازش می‌تواند تمامی مقادیر ورودی را دریافت کرده و تشخیص دهد.

مدل کوثری

در مدل کوثری، داده‌های ورودی توسط یک تابع تولید می‌شوند. واحد محاسباتی دسترسی به تابع تولید ورودی دارد و می‌تواند برای دریافت داده‌های جدید، از تابع یاد شده، درخواست کند.



شکل ۱۰: شکل بالا نمود مدل محاسباتی کوثری است. واحد محاسباتی برای دریافت داده‌های جدید نیاز به درخواست از تابع ورودی دارد. خطوط قرمز و روبه‌بالا نشان از درخواست واحد محاسباتی و خطوط آبی روبه‌پایین نشان از پاسخ واحد ورودی می‌باشد.

در این مدل واحد محاسباتی دیگر داده‌ها را در قالب رشته‌ای از اطلاعات در دسترس ندارد؛ بلکه می‌تواند آن‌ها را از بخش تولید ورودی دریافت کند. در گاهی از مواقع به سیستم ورودی را اوراکل یا جعبه‌ی سیاه می‌نامند. تابع اوراکل^{۲۵} یا جعبه‌ی سیاه^{۲۶} یک سیستم است که ما به عنوان ناظر به سازوکار داخلی آن و تمامی اطلاعات آن دسترسی نداریم و فقط می‌توانیم مقادیر مجاز را به آن داده و مقادیر خروجی را دریافت کنیم.

تابع اوراکل به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\left\{ \begin{array}{l} f : \Sigma^n = \Sigma^m \\ \text{Which} : m, n \in \mathbb{N} \end{array} \right. \quad (۲۶)$$

ما در این نظریه کوثری‌ها را می‌شماریم و وضعیت آن‌ها را بررسی می‌کنیم.

^{۲۵}Oracle

^{۲۶}Box Black

معرفی و پیاده سازی الگوریتم دوچ

مسئله دوچ

الگوریتم دوچ^{۲۷} اولین و ساده‌ترین الگوریتم کوانتومی است. این الگوریتم برای اولین بار در سال ۱۹۸۵ در مقاله‌ای مطرح شد؛ که توسط دیوید دوچ^{۲۸} نوشته شده بود. این الگوریتم نقطه‌ی شروعی برای اثبات برتری کامپیوترهای کوانتومی نسبت به کامپیوترهای کلاسیک است.

مسئله دوچ یکی از ساده‌ترین مفاهیم ممکن را مطرح می‌کند. اگر یک تابع به فرم زیر تعریف شود:

$$f : \Sigma \rightarrow \Sigma$$

هدف بررسی ثابت بودن یا متعادل^{۲۹} بودن تابع f است. به‌طور کلی، در ساده‌ترین حالت، می‌توان چهار وضعیت را برای تابع $f : \Sigma \rightarrow \Sigma$ در نظر گرفت:

a	$f_1(a)$	a	$f_2(a)$	a	$f_3(a)$	a	$f_4(a)$
0	0	0	0	0	1	0	1
1	0	1	1	1	0	1	1

شکل ۱۱: تمام حالات ممکن برای یک تابع ثابت و یک تابع متعادل

در شکل بالا توابع f_1 ، f_4 توابع ثابت و توابع f_2 و f_3 توابع متعادل هستند.

مسئله دوچ	
ورودی	$f : \Sigma \rightarrow \Sigma$
خروجی	صفر اگر تابع ثابت بود؛ یک اگر تابع متعادل بود.

در الگوریتم‌های کلاسیک برای حل این مسئله، حداقل دو حالت باید بررسی شود.

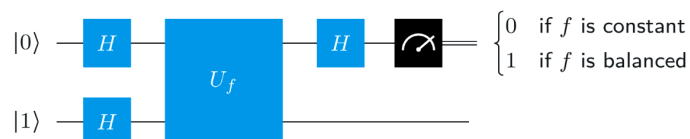
^{۲۷}algorithm Deutsch

^{۲۸}David Deutsch

^{۲۹}Constante or balance.

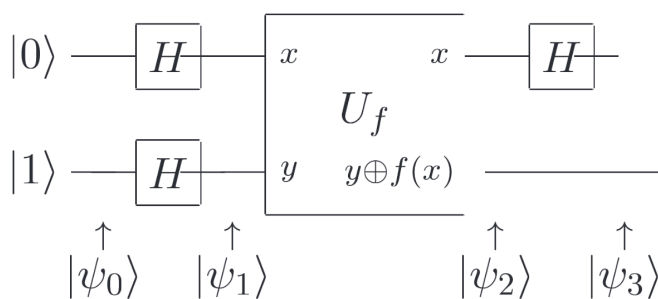
الگوریتم دوچ

حال به بررسی الگوریتم دوچ می‌پردازیم. الگوریتمی که مسئله‌ی دوچ را با یک مدار کوانتومی حل می‌کند:



شکل ۱۲:

مدار زیر نشان می‌دهد که چگونه مدارهای کوانتومی می‌توانند با پیاده‌سازی الگوریتم دوچ از مدارهای کلاسیک پیشی بگیرند^{۳۰}. الگوریتم دوچ ترکیبی از موازی‌سازی کوانتومی با خاصیتی از مکانیک کوانتوم به نام تداخل است. مشابه قبل، ابتدا از گیت هادامارد برای آماده‌سازی اولین کیوبیت به عنوان برهم‌نهی $\frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}$ استفاده کنیم، اما اکنون کیوبیت دوم y را با اعمال یک گیت هادامارد به حالت $|1\rangle$ به عنوان برهم‌نهی $\frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}$ آماده کنیم. به شکل زیر دقت کنید:



شکل ۱۳: پیاده‌سازی مدار کوانتومی الگوریتم دوچ

حالت ورودی:

^{۳۰}ما در واقع یک نسخه ساده شده و بهبود یافته از الگوریتم اصلی را ارائه می‌دهیم.

$$|\psi_0\rangle = |01\rangle \quad (۲۷)$$

سیستم دو کیوبیتی تشکیل شده، پس از اعمال اثر دو گیت هادامارد می دهد:

$$|\psi_1\rangle = \left[\frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}} \right] \left[\frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}} \right] \quad (۲۸)$$

با کمی تأمل می توان دریافت که اگر U_f را به حالت $|x\rangle(|0\rangle - |1\rangle)/\sqrt{2}$ اعمال کنیم، سپس به حالت $(-1)^{f(x)}|x\rangle(|0\rangle - |1\rangle)/\sqrt{2}$ می رسیم. بنابراین اعمال U_f به $|\Psi_1\rangle$ ما را با یکی از دو امکان زیر مواجه می کند:

$$|\psi_2\rangle = \begin{cases} \pm \left[\frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}} \right] \left[\frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}} \right] & \text{if } f(0) = f(1) \\ \pm \left[\frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}} \right] \left[\frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}} \right] & \text{if } f(0) \neq f(1) \end{cases} \quad (۲۹)$$

با اعمال آخرین گیت هادامارد روی کیوبیت اول به حالت زیر خواهیم رسید:

$$|\psi_3\rangle = \begin{cases} \pm |0\rangle \left[\frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}} \right] & \text{if } f(0) = f(1) \\ \pm |1\rangle \left[\frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}} \right] & \text{if } f(0) \neq f(1) \end{cases} \quad (۳۰)$$

با در نظر گرفتن شرایط زیر می توان $|\psi_3\rangle$ را به شکل زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{cases} f(0) = f(1) \implies f(0) \oplus f(1) = 0 \\ f(0) \neq f(1) \implies f(0) \oplus f(1) = 1 \end{cases} \quad (۳۱)$$

از این رو:

$$|\psi_3\rangle = \pm |f(0) \oplus f(1)\rangle \left[\frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}} \right] \quad (۳۲)$$

بنابراین با اندازه گیری کیوبیت اول می توانیم $f(0) \oplus f(1)$ را تعیین کنیم. واقعاً جالب است! مدار کوانتومی به ما توانایی تعیین یک ویژگی کلی از $f(x)$ ، یعنی $f(0) \oplus f(1)$ را داده است، با استفاده از تنها یک ارزیابی از $f(x)$!! این سریعتر از آن چیزی است که با یک دستگاه کلاسیک امکان پذیر است، یک دستگاه کلاسیک حداقل به دو ارزیابی نیاز دارد. این مثال تفاوت بین موازی سازی کوانتومی و الگوریتم های تصادفی کلاسیک را برجسته می کند. به سادگی، ممکن است تصور شود که حالت $|1\rangle|f(1)\rangle + |0\rangle|f(0)\rangle$ مطابقت نزدیکی با یک رایانه کلاسیک تصادفی دارد که هر کدام از حالات $f(0)$ یا $f(1)$ با احتمال $1/2$ اندازه گیری می کند. تفاوت این است که در یک رایانه کلاسیک این دو گزینه همیشه یکدیگر را حذف می کنند. در یک رایانه کوانتومی، امکان دارد که دو گزینه با یکدیگر تداخل داشته باشند تا برخی از خواص کلی تابع f را با استفاده از چیزی شبیه به گیت هادامارد برای باز ترکیب گزینه های مختلف، مانند آنچه در الگوریتم دوچ انجام شد، به دست آورند. اساس طراحی بسیاری از الگوریتم های کوانتومی این است که یک انتخاب هوشمندانه از تابع و تبدیل نهایی اجازه می دهد تا اطلاعات جهانی مفیدی در مورد تابع تعیین شود - اطلاعاتی که نمی توان به سرعت در یک رایانه کلاسیک به دست آورد.

پیاده سازی الگوریتم دوچ در کیس کیت

ابتدا کتابخانه های مورد نیاز را فراخوانی می کنیم:

```
from qiskit import *
from qiskit.tools.visualization import plot_histogram
%matplotlib inline
```

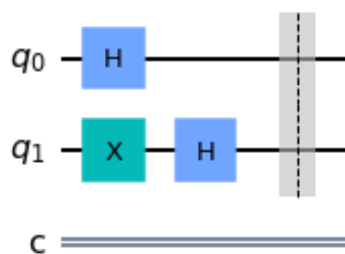
یک مدار کوانتومی با دو کیوبیت و یک بیت کلاسیک ایجاد می‌کنیم؛ این الگوریتم با یک بیت کلاسیک نیز قابل اجراست. کیوبیت اول برای بررسی تابع ایجاد شده و کیوبیت دوم برای کنترل بهتر شرایط ایجاد شده است:

```
circuit = QuantumCircuit(2,1)
```

به اولین کیوبیت یک گیت هادامارد اثر می‌دهیم. سپس بر دومین کیوبیت، به ترتیب یک گیت ایکس پائولی و یک گیت هادامارد اثر می‌دهیم:

```
circuit.h(0)
circuit.x(1)
circuit.h(1)
circuit.barrier()
circuit.draw(output='mpl')
```

حال یک گیت CNOT با هدف قرار دادن کیوبیت دوم به مدار اعمال می‌کنیم. سپس گیت هادامارد را بر اولین کیوبیت اعمال می‌کنیم؛ چرا که قصد اندازه‌گیری این کیوبیت را داریم:

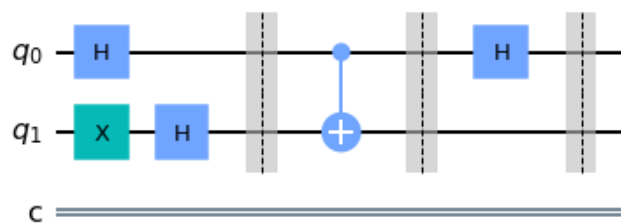


شکل ۱۴: آماده‌سازی دو کیوبیت

```

circuit.cx(0,1)
circuit.barrier()
circuit.h(0)
circuit.barrier()
circuit.draw(output='mpl')

```



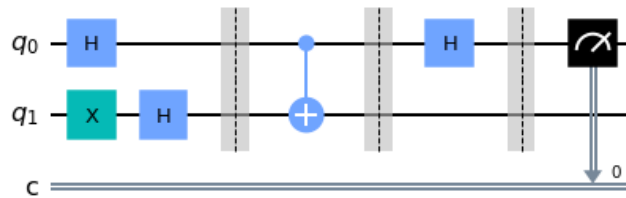
شکل ۱۵: وضعیت مدار پس از اعمال اوراکل بر کیوبیت‌ها

حال اندازه‌گیری را انجام می‌دهیم:

```
circuit.measure(0,0)
```

```
<qiskit.circuit.instructionset.InstructionSet at 0x7fb3a83c1c70>
```

```
circuit.draw(output='mpl')
```



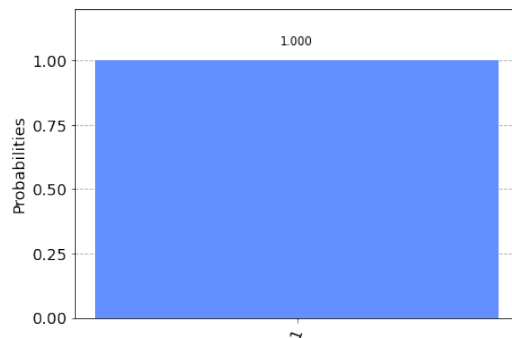
شکل ۱۶: مدار کوانتومی کامل که روی شبیه ساز کلاسیک پیاده سازی شده است.

حال این کد را به شبیه ساز کلاسیک IBM منتقل می کنیم:

```
backend = Aer.get_backend('qasm_simulator')
result = execute(circuit, backend=backend, shots=1024).result()
counts = result.get_counts(circuit)

plot_histogram([counts])
```

به ازای تمامی شات ها (تعداد دفعات تکرار آزمایش) به مقدار یک دست یافتیم؛ این به معنای متعادل بودن



شکل ۱۷: خروجی شبیه‌سازی برابر با یک شده است. طبق فرمول ۳۱ این تابع یک تابع متعادل است.

تابع است. حال وقت آن رسیده که با کامپیوتر کوانتومی حقیقی کار کنیم. همانطور که در بخش گفته شد؛ می‌بایست با حساب کاربری خود به این کامپیوتر کوانتومی وصل شویم:

```
#Real Quantum Computer
IBMQ.load_account()
```

```
<AccountProvider for IBMQ(hub='ibm-q', group='open', project='main')>
```

حال لیست کامپیوترهای کوانتومی که بیشترین منابع را در اختیار دارند را استخراج می‌کنیم:


```

provider = IBMQ.get_provider("ibm-q")

for backend in provider.backends():
    try:
        qubit_count = len(backend.properties().qubits)
    except:
        qubit_count = "simulated"
    print(f"{backend.name()} :
          {backend.status().pending_jobs} & {qubit_count}qubits ")

```

لیست وضعیت کامپیوترهای کوانتومی در حین اجرای این کد به شرح زیر بوده است:

```

ibmq_qasm_simulator : 3 & simulated qubits
ibmqx2 : 12 & 5 qubits
ibmq_16_melbourne : 411 & 15 qubits
ibmq_armonk : 48 & 1 qubits
ibmq_athens : 7 & 5 qubits
ibmq_santiago : 13 & 5 qubits
ibmq_lima : 12 & 5 qubits
ibmq_belem : 5 & 5 qubits
ibmq_quito : 4 & 5 qubits
simulator_statevector : 4 & simulated qubits
simulator_mps : 3 & simulated qubits
simulator_extended_stabilizer : 3 & simulated qubits
simulator_stabilizer : 3 & simulated qubits
ibmq_manila : 15 & 5 qubits

```

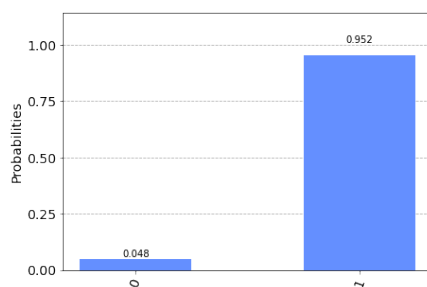
از کامپیوتر ibmq-belem استفاده می‌کنیم:

```
quantum_computer = provider.get_backend('ibmq_belem')
```

```
quantum_result = execute(circuit, backend=quantum_computer, shots=1024).result()
```

حال مقادیر محاسبه شده را به تصویر می‌کشیم:

```
quantum_counts = quantum_result.get_counts(circuit)
plot_histogram([quantum_counts])
```



شکل ۱۸: مقادیر محاسبه شده با کمک کامپیوتر کوانتومی

همانطور که مشاهده می‌شود؛ در کل شات‌های پیاده‌سازی مدار ایجاد شده، عدد یک در اغلب موارد به عنوان حاصل اعلام شده است. مابقی نتایج به عنوان نویز دسته‌بندی می‌شوند.

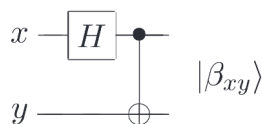
شبیه‌سازی پدیده‌های کوانتومی

در این بخش قصد داریم به بررسی پروتکل‌های ابتدایی در نظریه‌ی اطلاعات کوانتومی بپردازیم. تمامی این پروتکل‌ها به تعداد کمی کیوبیت نیاز دارند؛ و در آزمایشگاه به صورت تجربی پیاده‌سازی شده‌اند.

حالات بل

به مدار نمایش داده شده در شکل ۱۹ دقت کنید:

In	Out
$ 00\rangle$	$(00\rangle + 11\rangle)/\sqrt{2} \equiv \beta_{00}\rangle$
$ 01\rangle$	$(01\rangle + 10\rangle)/\sqrt{2} \equiv \beta_{01}\rangle$
$ 10\rangle$	$(00\rangle - 11\rangle)/\sqrt{2} \equiv \beta_{10}\rangle$
$ 11\rangle$	$(01\rangle - 10\rangle)/\sqrt{2} \equiv \beta_{11}\rangle$



شکل ۱۹: مدار کوانتومی بل به همراه ورودی و خروجی آن

این مدار دارای یک گیت هادامارد و سپس CNOT است و چهار حالت پایه محاسباتی را مطابق جدول داده شده تبدیل می‌کند. به عنوان مثال: گیت هادامارد ورودی $|00\rangle$ را به حالت $\frac{(|0\rangle+|1\rangle)}{\sqrt{2}}$ انتقال می‌دهد و سپس CNOT حالت خروجی $\frac{(|00\rangle+|11\rangle)}{\sqrt{2}}$ را آماده می‌کند.

بار دیگر مراحل را مرور می‌کنیم:

ابتدا اعمال تبدیل هادامارد حالت کیوبیت بالایی را به یک برهم‌نهی کوانتومی منتقل می‌کند. این برهم‌نهی ایجاد شده، به عنوان کیوبیت کنترل به CNOT عمل می‌کند و حالت کیوبیت هدف تنها زمانی معکوس می‌شود که حالت کیوبیت کنترل ۱ باشد.

حالت خروجی را می‌توان به شکل زیر نمایش داد:

$$\begin{aligned} |\beta_{00}\rangle &= \frac{|00\rangle + |11\rangle}{\sqrt{2}} \\ |\beta_{01}\rangle &= \frac{|01\rangle + |10\rangle}{\sqrt{2}} \\ |\beta_{10}\rangle &= \frac{|00\rangle - |11\rangle}{\sqrt{2}} \\ |\beta_{11}\rangle &= \frac{|01\rangle - |10\rangle}{\sqrt{2}} \end{aligned} \quad (33)$$

از حالت‌های بالا به عنوان حالات بل یا حالات EPR یاد می‌کنیم.

خصوصیات حالات $|\beta_{00}\rangle, |\beta_{01}\rangle, |\beta_{10}\rangle, |\beta_{11}\rangle$ از طریق فرمول زیر بهتر درک خواهند شد:

$$|\beta_{ay}\rangle = \frac{|0, y\rangle + (-1)^y |1, \bar{y}\rangle}{\sqrt{2}} \quad (34)$$

درهم‌تنیدگی

در حوزه فیزیک کوانتومی، یکی از گیج‌کننده‌ترین پدیده‌هایی که همچنان توجه دانشمندان و فیلسوفان را به خود جذب می‌کند، «درهم‌تنیدگی» است. این مفهوم درک متعارف ما از واقعیت را به چالش می‌کشد و باعث بحث‌ها، آزمایش‌ها و تحقیقات فلسفی بی‌شماری شده است.

درهم‌تنیدگی به ارتباط فوق‌العاده‌ای اطلاق می‌شود که می‌تواند بین دو یا چند ذره، بدون توجه به فاصله‌ای که آنها را از هم، وجود داشته باشد. هنگامی که ذرات در هم می‌پیچند، ویژگی‌های آن‌ها مانند اسپین، تکانه و

قطبش به گونه‌ای به هم مرتبط می‌شوند که تغییر حالت یک ذره بدون توجه به فضای فیزیکی بین آنها، فوراً بر وضعیت ذره دیگر تأثیر می‌گذارد. به نظر می‌رسد این ارتباط آنی با مفاهیم کلاسیک علت و معلول مخالفت می‌کند.

یکی از مشهورترین آزمایش‌های فکری که درهم‌تنیدگی را نشان می‌دهد، پارادوکس انیشتین-پودولسکی-روزن (EPR) است. در این سناریو، دو ذره درهم‌تنیده که اغلب به آنها «آلیس» و «باب» گفته می‌شود، جدا شده و به مکان‌های مختلف فرستاده می‌شوند. وقتی اندازه‌گیری روی یک ذره انجام می‌شود، حالت آن فوراً مشخص می‌شود و باعث می‌شود وضعیت ذره دیگر نیز مشخص شود، این تغییر حالت از راه دور حتی اگر دو ذره درهم‌تنیده سال‌های نوری از هم فاصله داشته باشند؛ رخ خواهد داد. این نقض آشکار محدودیت سرعت نور، درک ما از نحوه انتقال اطلاعات را به چالش کشیده است.

درهم‌تنیدگی فقط یک مفهوم نظری نیست. به طور تجربی از طریق آزمایش‌های مختلف مشاهده و تأیید شده است. یکی از مهم‌ترین آزمایش‌هایی که درهم‌تنیدگی را به صورت تجربی نشان می‌دهد، آزمون بل است. این آزمایش نقض نابرابری‌های بل را آزمایش می‌کند. وقتی اندازه‌گیری‌های ذرات درهم‌تنیده این نابرابری‌ها را نقض می‌کند، نشان می‌دهد که رفتار آنها توسط فیزیک کلاسیک قابل توضیح نیست و در عوض به واقعیت درهم‌تنیدگی کوانتومی اشاره می‌کند.

پیامدهای درهم‌تنیدگی عمیق و پیچیده است و فراتر از محدوده آزمایشگاه‌های فیزیک است. محققان همواره در حال بررسی کاربردهای بالقوه درهم‌تنیدگی در زمینه‌هایی مانند محاسبات کوانتومی و رمزنگاری کوانتومی هستند. توانایی درهم‌تنیدگی برای فعال کردن کیوبیت‌ها (بیت‌های کوانتومی) برای وجود همزمان در چندین حالت، این پتانسیل ایجاد تحولات شگرفی در رمزنگاری کوانتومی و محاسبات کوانتومی دارد و به راه‌حلی منجر شود که قبلاً غیرممکن تلقی می‌شدند.

در نتیجه، از درهم‌تنیدگی به عنوان یکی از جذاب‌ترین و گیج‌کننده‌ترین پدیده‌ها در قلمرو فیزیک کوانتومی یاد می‌شود. ارتباط اسرارآمیز آن بین ذرات، شهود کلاسیک را به چالش می‌کشد و همچنان مرزهای درک ما از جهان را پیش می‌برد. همانطور که دانشمندان عمیق‌تر به پیچیدگی‌های درهم‌تنیدگی و کاربردهای بالقوه

آن می‌پردازند.

دوربری

دوربری کوانتومی تکنیکی برای جابجایی حالات کوانتومی به نقاط دیگر است. در اینجا نحوه عملکرد دوربری کوانتومی آمده است:

آلیس و باب مدت‌ها پیش با هم آشنا شدند اما اکنون دور از هم زندگی می‌کنند. در حالی که آنها با هم یک جفت EPR تولید کردند، هر کدام یک کیوبیت از جفت EPR را در هنگام جدا شدن می‌گرفتند. سالها بعد، باب مخفی است، و مأموریت آلیس، در صورتی که آن را بپذیرد، تحویل یک کیوبیت $|\Psi\rangle$ به باب است. او وضعیت و خصوصیات کیوبیت را نمی‌داند و علاوه بر این فقط می‌تواند اطلاعات کلاسیک را برای باب ارسال کند. آیا آلیس باید این مأموریت را بپذیرد؟

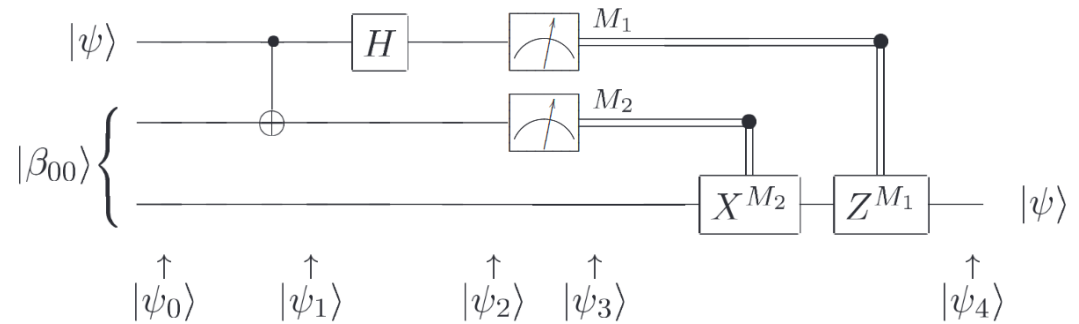
در ظاهر، تمام شرایط علیه آلیس است. او وضعیت $|\Psi\rangle$ کیوبیتی را که باید برای باب بفرستد نمی‌داند، و طبق قوانین مکانیک کوانتومی، او حق تعیین وضعیت $|\Psi\rangle$ را ندارد؛ زیرا فقط یک نسخه از جفت کیوبیت را در اختیار دارد. به علاوه، حتی اگر او حالت $|\Psi\rangle$ را می‌دانست، توصیف دقیق آن به مقدار نامحدودی از اطلاعات کلاسیک نیاز دارد، زیرا $|\Psi\rangle$ مقادیری را در یک فضای پیوسته می‌گیرد.

بنابراین حتی اگر او $|\Psi\rangle$ را می‌دانست، برای آلیس تا ابد طول می‌کشید تا وضعیت را برای باب توصیف کند. دوربری کوانتومی راهی برای استفاده از جفت EPR درهم تنیده به منظور ارسال $|\Psi\rangle$ به باب، تنها با سربار کوچکی از ارتباطات کلاسیک است. این مسئله وضعیت را برای آلیس تغییر می‌دهد.

به طور کلی، مراحل حل به شرح زیر است: آلیس با کیوبیت $|\Psi\rangle$ با یک کیوبیت خود از جفت EPR، و سپس دو کیوبیت در اختیارش را اندازه‌گیری می‌کند و یکی از چهار نتیجه کلاسیک ممکن، ۰۰، ۰۱، ۱۰، ۱۱ را بدست می‌آورد. در نهایت او این اطلاعات را به باب ارسال می‌کند.

بسته به پیام کلاسیک آلیس، باب یکی از چهار عملگر جدول زیر را روی کیوبیت EPR خود اعمال می‌کند. به طرز شگفت‌انگیزی، با انجام این کار او می‌تواند حالت اولیه را بازیابی کند $|\Psi\rangle$! مدار کوانتومی نشان داده شده در شکل زیر توصیف دقیق‌تری از دوربری کوانتومی ارائه می‌دهد. دوربری حالتی که باید از راه دور منتقل شود عبارت است از $|\Psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ که α و β ناشناخته هستند.

$$|\psi_0\rangle = |\psi\rangle|\beta_{00}\rangle \quad (۳۵)$$



شکل ۲۰: مدار کوانتومی برای انتقال یک کیوبیت دو خط بالا نشان دهنده سیستم آلیس هستند، در حالی که خط پایین نشان دهنده سیستم آلیس است خط سیستم باب است. مترها اندازه گیری را نشان می دهند و خطوط دوتایی که از آنها بیرون می آیند دارای حالت کلاسیک هستند بیت ها (به یاد بیاورید که خطوط منفرد نشان دهنده کیوبیت هستند)

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}[\alpha|0\rangle(|00\rangle + |11\rangle) + \beta|1\rangle(|00\rangle + |11\rangle)] \quad (۳۶)$$

جایی که ما از این قاعده استفاده می کنیم که دو کیوبیت اول (در سمت چپ) متعلق به آلیس هستند و کیوبیت سوم متعلق به باب است. همانطور که قبلاً توضیح دادیم، کیوبیت دوم آلیس و کیوبیت باب در یک حالت EPR شروع می شوند. آلیس یک گیت $CNOT$ را روی کیوبیت های خود اثر می دهد. از این رو:

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[\alpha|0\rangle(|00\rangle + |11\rangle) + \beta|1\rangle(|10\rangle + |01\rangle)] \quad (۳۷)$$

سپس گیت هادامارد را روی اولین کیوبیت اثر می دهد و به دست می آورد:

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}[\alpha(|0\rangle + |1\rangle)(|00\rangle + |11\rangle) + \beta(|0\rangle - |1\rangle)(|10\rangle + |01\rangle)] \quad (۳۸)$$

این حالت را می‌توان به روش زیر بازنویسی کرد، به سادگی با گروه بندی مجدد عبارات:

$$\begin{aligned} |\psi_2\rangle = & \frac{1}{2}[(|00\rangle(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle) + |01\rangle(\alpha|1\rangle + \beta|0\rangle) \\ & + |10\rangle(\alpha|0\rangle - \beta|1\rangle) + |11\rangle(\alpha|1\rangle - \beta|0\rangle)] \end{aligned} \quad (۳۹)$$

این عبارت به طور طبیعی به چهار اصطلاح تقسیم می‌شود. عبارت اول دارای کیوبیت های آلیس است در حالت $|00\rangle$ و کیوبیت باب، که بیانگر حالت اصلی $|\Psi\rangle$ است؛ در حالت $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ قرار دارد.

. اگر آلیس یک اندازه گیری را انجام دهد و نتیجه ۰۰ را به دست آورد، آنگاه کیوبیت باب دقیقاً همان $|\Psi\rangle$ می‌باشد. به طور مشابه:

$$\begin{aligned} 00 &\mapsto |\psi_3(00)\rangle \equiv [\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle] \\ 01 &\mapsto |\psi_3(01)\rangle \equiv [\alpha|1\rangle + \beta|0\rangle] \\ 10 &\mapsto |\psi_3(10)\rangle \equiv [\alpha|0\rangle - \beta|1\rangle] \\ 11 &\mapsto |\psi_3(11)\rangle \equiv [\alpha|1\rangle - \beta|0\rangle] \end{aligned} \quad (۴۰)$$

بسته به نتیجه اندازه گیری آلیس، کیوبیت باب به یکی از این چهار حالت ممکن قرار خواهد گرفت. البته، برای پیدا کردن حالت کیوبیت، باید نتیجه اندازه گیری آلیس را به باب اعلام کرد. کمی پیش‌تر نشان خواهیم داد که همین وضعیت مانع از استفاده از دوربری برای انتقال اطلاعات با سرعتی، سریع‌تر از سرعت نور می‌شود.

هنگامی که باب نتیجه اندازه گیری را فهمید، باب می‌تواند حالت کیوبیت خود را «تثبیت» کند و با استفاده از گیت کوانتومی مناسب، $|\Psi\rangle$ را بازیابی کند. به عنوان مثال، در موردی که اندازه گیری نتیجه‌ی ۰۰ را نشان

می دهد، باب نیازی به انجام کاری ندارد. اگر نتیجه‌ی اندازه گیری ۰۱ باشد، باب می تواند حالت کیوبیت خود را با اعمال گیت X اصلاح کند.

اگر نتیجه‌ی اندازه گیری ۱۰ باشد، باب می تواند حالت کیوبیت خود را با استفاده از گیت Z ثابت کند. اگر اندازه گیری ۱۱ باشد، باب می تواند با اعمال ابتدا یک X و سپس یک گیت Z حالت کیوبیت خود را اصلاح کند. به طور خلاصه، باب باید تبدیل $ZM1XM2$ را در کیوبیت خود اعمال کند^{۳۱}؛ و بدین طریق او می تواند حالت $|\Psi\rangle$ را بازیابی می کند.

با مطرح کردن مفهوم تلهپورت کوانتومی، سوالات زیادی مطرح می شود. در اینجا به تعدادی از متداول ترین سوالات مطرح کرده و پاسخ می دهیم:

سوال اول

آیا دوربری به فرد اجازه نمی دهد حالت های کوانتومی را سریع تر از نور منتقل کند؟ این امر بسیار جذاب و شگرف است؛ زیرا تئوری نسبیت نشان می دهد که انتقال اطلاعات سریعتر از نور می تواند برای ارسال اطلاعات به عقب در زمان استفاده شود. دوربری کوانتومی ارتباط سریعتر از سرعت نور را امکان پذیر نمی کند، زیرا برای تکمیل دوربری، آلیس باید نتیجه اندازه گیری خود را از طریق یک کانال ارتباطی کلاسیک به باب منتقل کند.

می توان نشان داد؛ که بدون این کانال ارتباطی کلاسیک، دوربری توان انتقال هیچ اطلاعاتی را ندارد.

کانال ارتباط کلاسیک با سرعت نور محدود می شود، بنابراین می توان نتیجه گرفت که تله پورت کوانتومی نمی تواند سریعتر از سرعت نور انجام شود و این تناقض ظاهری را حل می شود.

سوال دوم

در فرآیند دوربری به نظر می رسد یک کپی از حالت کوانتومی در حال انتقال از راه دور ایجاد می شود؛ در حالی که آشکارا قضیه عدم شبیه سازی^{۳۲} مورد بحث نقض می کند.

این نقض ناشی از دقت کم و یا توهم است؛ زیرا پس از فرآیند دوربری فقط کیوبیت هدف در حالت $|\Psi\rangle$ باقی می ماند و کیوبیت اصلی که حامل داده است؛ با توجه به فرآیند اندازه گیری حالت اصلی به یکی از حالت های

^{۳۱} توجه داشته باشید که چگونه زمان در نمودارهای مدار از چپ به راست می گذرد، اما در عملیات های ماتریسی سمت راست اول اتفاق

می افتد

^{۳۲} No cloning theorem

پایه محاسباتی $|0\rangle$ یا $|1\rangle$ رمبش می‌کند.

پیاده‌سازی دوربری در کیس کیت

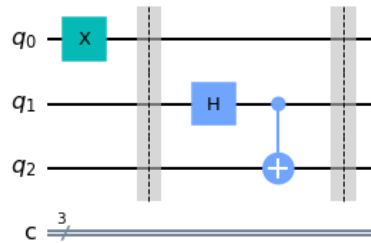
ابتدا ابزار و کتابخانه‌های لازم را فرامی‌خوانیم:

```
from qiskit import *  
from qiskit.visualization import plot_histogram  
%inline matplotlib
```

یک مدار کوانتومی با سه کیوبیت و سه بیت کلاسیک تعریف می‌کنیم. پس از آن یک گیت x روی اولین کیوبیت اثر می‌دهیم؛ تا حالت آن را تغییر دهیم. یک گیت هادامارد به کیوبیت اول و یک گیت CNOT به هردو کیوبیت اثر می‌دهیم. خروجی این کار درهم‌تنیدگی دو کیوبیت یک و دو خواهد بود. سپس خروجی را مشاهده می‌کنیم:

```
circuit = QuantumCircuit(3,3)  
circuit.x(0)  
circuit.barrier()  
circuit.h(1)  
circuit.cx(1,2)  
circuit.barrier()  
circuit.draw(output='mpl')
```

حال کیوبیت دوربری و کیوبیت آلیس را درهم‌تنیده می‌کنیم:

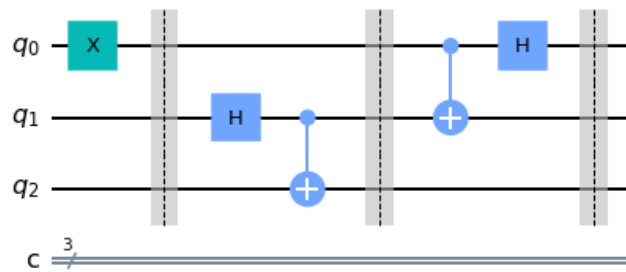


شکل ۲۱: درهم‌تنیده‌شدن کیوبیت باب و آلیس، با اعمال یک گیت هادامارد و یک گیت CNOT می‌توان دو کیوبیت را درهم‌تنیده کرد.

```

circuit.cx(0,1)
circuit.h(0)
circuit.barrier()
circuit.draw(output='mpl')

```



شکل ۲۲: درهم‌تنیده‌شدن کیوبیت آلیس و کیولیت تلپورت

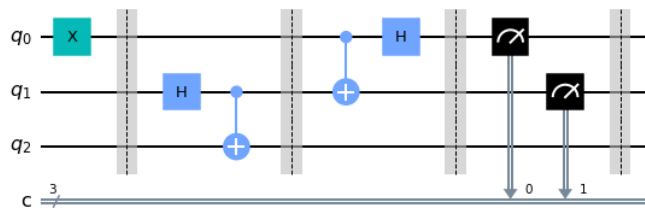
حال کیوبیت های صفر و یک (کیوبیت تلپورت و کیوبیت آلیس) را اندازه گیری می‌کنیم؛ سپس نتیجه را در بیت کلاسیک صفر و یک می‌گذاریم:

```

circuit.measure([0, 1], [0, 1])
circuit.barrier()
circuit.draw(output='mpl')

```

نتیجه‌ی نهایی به شکل زیر است:



شکل ۲۳: اندازه‌گیری کیوبیت آلیس و سالی

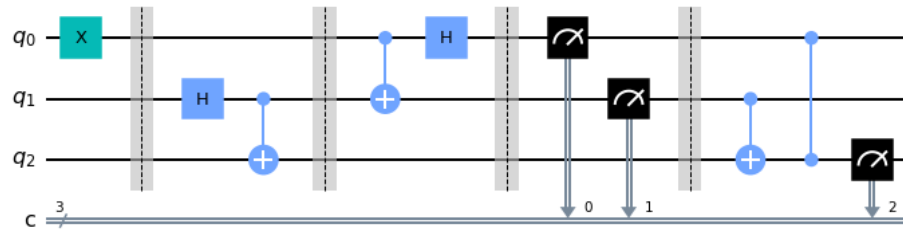
باب با توجه به بیت‌های کلاسیکی که از سمت آلیس دریافت کرده، باید یک سری گیت کوانتومی را به کیوبیت خود اعمال کند.

```

circuit.cx(1, 2)
circuit.cz(0, 2)
circuit.measure([2], [2])
circuit.draw(output='mpl')

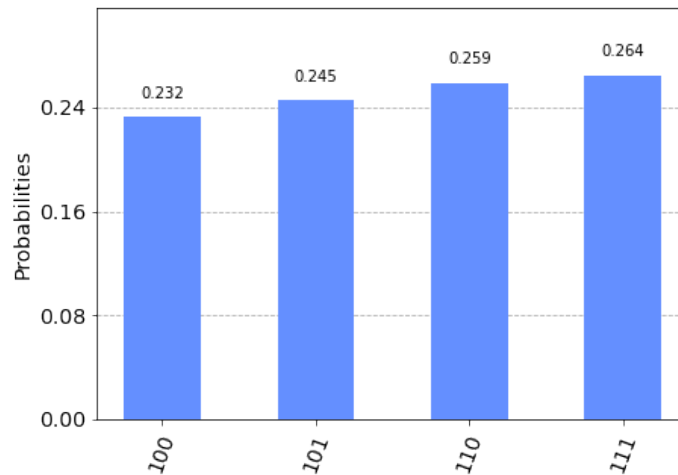
```

حال مدار ایجاد شده را روی مدار پیاده‌سازی می‌کنیم:



شکل ۲۴: مرحله‌ی پایانی تلپورت، داده‌ی داخل کیوبیت سای به کیوبیت باب منتقل شده است.

```
simulator = Aer.get_backend('qasm_simulator')
result = execute(circuit, backend=simulator, shots=1024).result()
from qiskit.visualization import plot_histogram
plot_histogram(result.get_counts(circuit))
```



شکل ۲۵: به دلیل اجرا شدن مدار در شبیه‌ساز کلاسیک شاهد نتایج ناشی از تداخل نیستیم. احتمال رخداد حالتی که در آن مقدار کیوبیت تلپورت برابر یک است

عدد اول بیانگر حالت کیوبیت اول است. تمامی حالاتی که مقدار این کیوبیت برابر یک باشد برای ما اهمیت دارد.